

**Józef CIOŚMAK**

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, KATEDRA TELEKOMUNIKACJI, FOTONIKI I NANOMATERIAŁÓW  
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

**Równoległa transmisja danych pomiarowych systemem transmultipleksacji**

Dr inż. Józef CIOŚMAK

Ukończył studia na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej w 1997 r. Prace doktorską obronił w 2007 w AGH. Jest adiunktem w Zakładzie Telekomunikacji Wydziału Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej. Jego zainteresowania naukowe koncentrują się wokół transmisji danych, lokalnych sieci bezprzewodowych, zastosowań elektroniki.



e-mail: jciosmak@tu.kielce.pl

**Streszczenie**

W pracy przedstawiono układ transmultipleksacji sygnałów zaimplementowany do równoczesnego przesyłania danych cyfrowych z czujników pomiarowych. W uogólnieniu mogą to być dane z każdego typu czujnika generującego dane cyfrowe dotyczące położenia, siły, przyspieszenia, ciśnienia itd. Prezentowany temat jest istotny z uwagi na obecnie wytwarzane urządzenia, które wymagają zestawienia coraz większej liczby czujników. Połączenie ich przez zwiększenie okablowania jest nieoptymalne. Stosuje się multiplexery, które w kolejnych szczelinach czasowych umieszczają naprzemiennie elementy kolejnych próbek sygnałów. Proponowane rozwiązanie z użyciem transmultiplexerów polega na łączeniu próbek sygnałów pomiarowych w jedną całość i transmitowaniu ich w pojedynczym torze sygnałowym.

**Słowa kluczowe:** transmultipleksacja, perfekcyjna rekonstrukcja, zespoły filtrów.

**Simultaneous transmission of digital data from measurement sensors in the transmultiplexing system****Abstract**

This paper presents a transmultiplexing system of signals implemented to simultaneous transmission of digital data from measurement sensors. In general, this data may come from every type of a sensor generating digital data concerning location, volume, acceleration, pressure etc. The subject presented is important because of the devices produced nowadays which require using more and more sensors. Linking them through the extension of the wiring is not optimal. There are applied multiplexers which in the subsequent time slots allocate convertible elements of signal trials. The proposed solution with use of transmultiplexers is based on combining measurement signal trials into one entity and transmitting them in one signal track. If the system is properly designed, in this case FIR type filters, it is possible to obtain the signal that is scattered both in time and frequency domains. The characteristics do not resemble those of well known filters (low pass, high pass) as they are distributed in the same frequency band. It was noted that for real measurement signals, transmultiplexation in which filter coefficients were determined numerically and rounded to 4 decimal places turned out to be sufficient.

**Keywords:** transmultiplexer, perfect reconstruction, filter banks.

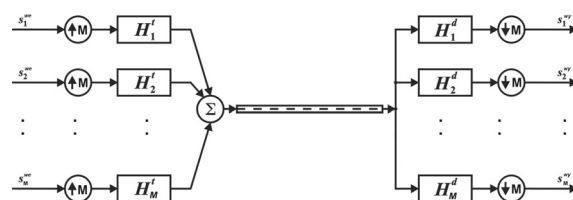
**1. Wstęp**

W okresie coraz to szybszego rozwoju gospodarczego, wszechobecnego natłoku informacji, dobra cywilizacyjnego w postaci Internetu będącego niewątpliwie źródłem tych informacji, wymagamy coraz większych przepływności transmisji. Prosty sposób zwiększania częstotliwości transmisji już nie jest tak efektywny ze względu na pojawiające się przesłuchy natury technicznej w skali wręcz wykładniczej. Zwiłokrotnienie w dziedzinie częstotliwości (ang. *FDM*) czy dla sygnałów cyfrowych w dziedzinie czasu (ang. *TDM*) to kolejny znany sposób zwiększenia przesyłu informacji. W kontekście prac nad dwukierunkową konwersją  $TDM \leftrightarrow FDM$

narodziła się transmultipleksacja [1]. Transmultipleksacja to sposób równoległego łączenia i przesyłania wielu niezależnych sygnałów w jednym wspólnym sygnale pojedynczego kanału komunikacyjnego. Oczywiście w odbiorniku musi istnieć możliwość dokładnego odtworzenia poszczególnych sygnałów źródłowych z sygnału transmultipleksowanego. Określone jest to warunkami perfekcyjnej rekonstrukcji, które determinują rząd i wartość elementów filtrów łączenia nadajnika oraz rozdzielania w odbiorniku. Pierwotnie wykorzystywano filtry pasmowoprzepustowe o szerokości pasma  $\pi/M$  ( $M$  oznacza liczbę kanałów transmultiplexera). Ze względu na ograniczenia częstotliwościowe filtrów perfekcyjna rekonstrukcja była częściowo spełniona. Nussbaumer zaimplementował guassi-kwadraturowe filtry lustrzane (ang. *Pseudo-QMF*) kodowania podpasmowego i otrzymał poprawę jakości konwersji [2]. Z kolei Vetterli przedstawił skuteczny sposób uniknięcia aliasingu w kodowaniu podpasmowym [3]. Rozwinięcie zaproponowanej metody w odniesieniu do transmultipleksacji umożliwiło wyeliminowanie przesłuchów. Zaczęto projektować zespoły filtrów w oparciu o jeden prototypowy filtr pasmowy [4] w dziedzinie częstotliwości, w oparciu o formalizm macierzowy [5] czy na bazie rozwiązania paraunitarnego [6]. Obecnie projektowane filtry są tak skonstruowane, że sygnały wejściowe nakładają się wzajemnie zarówno w dziedzinie czasu jak i w dziedzinie częstotliwości [7]. Z tak złożonego sygnału można dokładnie odtworzyć sygnały oryginalne. Przykłady takich filtrów podano niżej w pracy. Jak dotąd brak przykładów praktycznej implementacji systemów transmultipleksacji sygnałów. Brak rzeczywistych badań pod kątem wpływu zakłóceń medium transmisyjnego na jakość sygnału transmultipleksowanego, a tym samym błędów w rekonstrukcji sygnałów źródłowych. W tym celu zaprojektowano i przebadano system transmultipleksacji z rzeczywistymi sygnałami pomiarowymi pochodzącymi z czujnika przemieszczenia, czujników ciśnienia i napięcia cewki rozdzielacza hydraulicznego. Główne założenia budowy systemu transmultipleksacji zamieszczono w pracy.

**2. Opis transmultiplexera**

Transmultipleksujemy sygnały jednowymiarowe lub wielowymiarowe. Sygnały akustyczne, sygnały z czujników pomiarowych, sygnały wizyjne. Uogólniając transmultipleksacji podlegają wszystkie sygnały cyfrowe. Schemat  $M$ -kanałowego transmultiplexera przedstawiono na rys. 1.



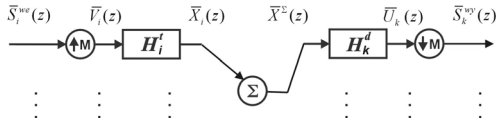
Rys. 1. Schemat  $M$ -kanałowego transmultiplexera  
Fig. 1. Schematic diagram of  $M$ -channel transmultiplexer

Początkowym działaniem jest nadpróbkowanie sygnału, zdefiniowane tutaj jako wtrącenie próbek o wartościach zerowych pomiędzy każde dwie sąsiednie próbki sygnału wejściowego. Optymalna liczba próbek zerowych jest równa liczbie sygnałów transmultipleksowanych pomniejszona o jeden. Nadpróbkowanie nie zmienia okresowości oraz energii sygnałów. Kolejnym działaniem jest filtracja i łączenie w jeden wspólny sygnał. W odbiorniku sygnały podlegają równoległej filtracji i podpróbkowaniu tj. usunięciu próbek sygnału zgodnie ze stałą podpróbkowania. Najistotniejszymi elementami są zespoły filtrów analizy poprzedzone

filtrami syntezy. Poprawnie zaprojektowane pozwalają na przeprowadzenie właściwego procesu rekonstrukcji sygnału.

### 3. Model matematyczny i warunki perfekcyjnej rekonstrukcji

Ze względu na liniowy charakter wszystkich elementów składowych transmultiplexera, model matematyczny może być rozpatrywany w dziedzinie  $Z$ -transformacji. Rys. 2 przedstawia kolejne etapy przekształcenia  $i$ -tego sygnału.



Rys. 2. Tor sygnałowy  $i$ -tego sygnału transmultipleksowanego  
Fig. 2. Successive transformations of the  $i$ -th input signal

Część syntetyzującą możemy zapisać równaniem

$$\bar{X}^{\Sigma}(z) = \sum_{i=1}^M \bar{X}_i(z) \quad (1)$$

gdzie

$$\bar{X}_i(z) = \bar{H}_i^t(z) \bar{V}_i(z) = \bar{H}_i^t(z) \bar{S}_i^{we}(z^{1/M}) \quad (2)$$

dla  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ .

Podpróbki i przefiltrowany sygnał w odbiorniku ma postać

$$\bar{S}_k^{wy}(z) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \bar{U}_k(z^{1/M} w_M^m) \quad (3)$$

gdzie

$$\bar{U}_k(z) = \bar{H}_k^d(z) \bar{X}^{\Sigma}(z) \quad (4)$$

oraz  $w_M = e^{-j2\pi/M}$ ,  $k \in \{1, 2, \dots, M\}$ .

Dla przejrzystości zapisu sygnały nadajnika oznaczono indeksem  $i$ -ty, odbiornika  $k$ -ty. Podstawiając (4), (1), (2) do równania (3) otrzymujemy

$$\begin{aligned} \bar{S}_k^{wy}(z) &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} u_k(p) \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j2\pi pm/M} z^{-p/M} = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} u_k(p) e^{-j2\pi pm/M} z^{-p/M} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \bar{U}_k(z^{1/M} w_M^m). \end{aligned} \quad (5)$$

Równanie (5) wyznacza zależność dowolnego sygnału wyjściowego od wszystkich sygnałów wejściowych transmultiplexera. Odpowiednio zaprojektowany układ transmultiplexera spełnia warunki perfekcyjnej rekonstrukcji jeżeli sygnał wyjściowy  $S_k^{wy}$  jest opóźnioną i ewentualnie wzmocnioną wersją sygnału wejściowego  $S_i^{we}$ , tzn. istnieje takie  $c_i$  oraz  $\tau_i$  spełniające poniższe równanie

$$s_k^{wy}(n) = c_i s_i^{we}(n - \tau). \quad (6)$$

Wiążąc warunki perfekcyjnej rekonstrukcji równania (6) z równaniem (5) otrzymujemy

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \bar{S}_i^{we}(z) \left[ \sum_{m=0}^{M-1} \bar{H}_k^d(w_M^m z^{1/M}) \bar{H}_i^t(w_M^m z^{1/M}) \right] = c_i s_i^{we} \delta_{k,i} \quad (7)$$

gdzie  $\delta_{k,i}$  jest funkcją Kroneckera.

Stosując filtry typu FIR rzędu  $I$  do budowy transmultiplexera

$$\bar{H}(z) = \sum_{i=0}^I h(i) z^{-i}, \quad (8)$$

iloczyn zespołu filtrów przyjmuje postać

$$\bar{H}^d(z) \bar{H}^t(z) = \sum_{p=0}^I \sum_{q=0}^I h^d(p) h^t(q) z^{-p-q}. \quad (9)$$

Uwzględniając (7) i (9) otrzymujemy

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} \left[ \sum_{m=0}^{M-1} \bar{H}_k^d(w_M^m z^{1/M}) \bar{H}_i^t(w_M^m z^{1/M}) \right] = \\ = M \sum_{n=0}^{2I/M} z^{-n} \left[ \sum_{\substack{p=0 \\ 0 \leq Mn-p \leq I}}^I h_k^d(p) h_i^t(Mn-p) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Przyjmując współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej  $z$  otrzymujemy [7]

$$c \cdot \delta_{n,\tau} \cdot \delta_{k,i} = \sum_{\substack{p=0 \\ 0 \leq Mn-p \leq I}}^I h_k^d(p) h_i^t(Mn-p), \quad (11)$$

dla wszystkich  $i, k = 1, 2, \dots, M$  z ograniczeniami  $n \leq (I+p)/M$  i  $n \geq p/M$ . Z ograniczenia wynika również że parametr  $n$  nie przebiega pełnego zakresu od 0 do  $I$ , tylko mieści się w zakresie  $n = 0, \dots, \lfloor 2I/M \rfloor$ . Symbol  $\lfloor x \rfloor$  oznacza największą wartość całkowitą nie większą od  $x$ . Równanie (11) nie podaje bezpośredniego rozwiązania w postaci wartości poszczególnych współczynników filtrów, lecz wiąże je w układzie równań biliniowych. Przykładowy, najprostszy zapis (11) dla  $I=2$ ,  $M=2$  i  $\tau=1$  odpowiada poniższemu układowi równań

$$\begin{cases} h_1^t(0) h_1^d(0) = 0 \\ h_1^t(0) h_2^d(0) = 0 \\ h_2^t(0) h_1^d(0) = 0 \\ h_2^t(0) h_2^d(0) = 0 \\ \\ h_1^t(2) h_1^d(0) + h_1^t(1) h_1^d(1) + h_1^t(0) h_1^d(2) = 1 \\ h_1^t(2) h_2^d(0) + h_1^t(1) h_2^d(1) + h_1^t(0) h_2^d(2) = 0 \\ h_2^t(2) h_1^d(0) + h_2^t(1) h_1^d(1) + h_2^t(0) h_1^d(2) = 0 \\ h_2^t(2) h_2^d(0) + h_2^t(1) h_2^d(1) + h_2^t(0) h_2^d(2) = 1 \\ \\ h_1^t(2) h_1^d(2) = 0 \\ h_1^t(2) h_2^d(2) = 0 \\ h_2^t(2) h_1^d(2) = 0 \\ h_2^t(2) h_2^d(2) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

### 4. Przykłady filtrów

Zwykle do wyznaczenia odpowiednich parametrów w praktyce korzysta się z minimalizacji określonego wskaźnika jakości. Najbardziej znanym jest kryterium średniokwadratowe. Na bazie

takiego kryterium wyznaczono numerycznie wartości współczynników filtrów transmultipleksacji. Na podstawie (11) dla 2-kanalowego transmultiplexera metodą minimalizacji wskaźnika jakości otrzymano następujące wartości współczynników filtrów dla  $Q_{\min} = 4,748 \cdot 10^{-8}$  w zakresie dopuszczalnych opóźnień tj.  $\tau=1$  oraz  $\tau=2$ .

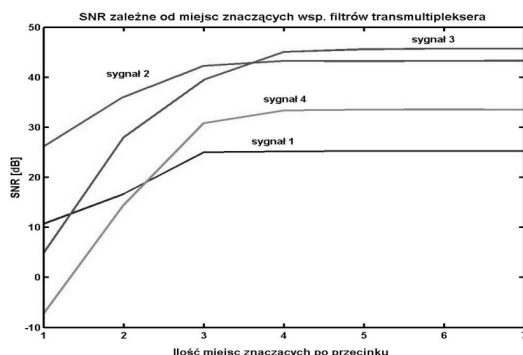
Tab. 1. Współczynniki zespołu filtrów 2-kanalowego transmultiplexera,  $I=3$ ,  $\tau=1$   
Tab. 1. Filter coefficient for 2-channel transmultiplexer, order  $I=3$ , delay  $\tau=1$

Współczynnik	0	1	2	3	4
$h_1^t$	0	0,8814	0,0576	0,2423	0,2166
$h_2^t$	0	0,3691	1,0275	-0,1993	-0,1781
$h_1^d$	-0,3983	1,1086	0,2153	-0,1928	-0,0001
$h_2^d$	0,9510	0,0622	0,2609	-0,2337	-0,0001

Tab. 2. Współczynniki zespołu filtrów 2-kanalowego transmultiplexera,  $I=3$ ,  $\tau=2$   
Tab. 2. Filter coefficient for 2-channel transmultiplexer, order  $I=3$ , delay  $\tau=2$

Współczynnik	0	1	2	3	4
$h_1^t$	0,0099	0,1182	-0,9891	-0,5041	-0,1203
$h_2^t$	0,0027	0,0313	-0,2619	0,9601	0,2278
$h_1^d$	-0,0366	-0,2335	-0,8631	0,2049	0,0005
$h_2^d$	0,1017	0,8902	-0,4532	0,1076	0,0001

Ponieważ równanie (11) jest zapisem równania biliniowego podczas wyznaczenia wartości współczynników metodami numerycznymi pojawiają się błędy zaokrągleń. Mówimy wtedy o *quasi*-rekonstrukcji. Na podstawie wielokrotnie przeprowadzonych obliczeń stwierdzono, że zaokrąglenie współczynników filtrów do 4-ch miejsc znaczących jest akceptowalne przy transmultipleksacji sygnałów akustycznych, wybranych sygnałów pomiarowych. Wymienioną zależność przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Wartość SNR dla rzeczywistych sygnałów 4-kanalowego transmultiplexera w funkcji miejsc znaczących współczynników filtrów

Fig. 3. SNR vs. number of significant digits of filter coefficients for 4-channel transmultiplexer

Liczba możliwych zespołów filtrów spełniających zasadę dokładnej rekonstrukcji jest duża i zależy od metody, warunków początkowych, rzędu filtrów, liczby sygnałów transmultiplexowanych.

## 5. Eksperyment z sygnałami pomiarowymi

W eksperymencie wykorzystano rzeczywiste sygnały pomiarowe z czujnika przemieszczenia, czujnika ciśnienia 1, czujnika ciśnienia 2, napięcia cewki rozdzielacza hydraulicznego. Wszystkie sygnały były próbkowane z częstotliwością  $f_s=500\text{Hz}$ . Zbudowano symulacyjny układ 4-wejściowego transmultiplexera z zespołami filtrów 10-go rzędu i opóźnieniami  $\tau = \{1,2,3,4\}$ . Zastosowano filtry spełniające wskaźnik jakości  $Q_{\min}$  na poziomie  $19,29 \cdot 10^{-5}$ . Rekonstrukcje pierwszych próbek wybranego sygnału zestawiono w tabeli 3.

Próbki sygnału odtworzonego różnią się od sygnału oryginalnego na 3-4 pozycji znaczącej z uwzględnieniem wprowadzonego opóźnienia (pogrubiłone wartości w tabeli 3). Poprawy rekonstrukcji należy oczekiwać dla zespołu filtrów wyznaczonych z dokładniejszym wskaźnikiem jakości.

Tab. 3. Porównanie sygnału oryginalnego z odtworzonym w funkcji opóźnienia  
Tab. 3. Comparison of original and reconstructed signals in delay function

Numer kolejnej próbki sygnału pomiarowego	Sygnał źródłowy z czujnika przemieszczenia	Sygnał wyjściowy odtworzony z sygnału złożonego			
		Opóźnienie $\tau=1$	Opóźnienie $\tau=2$	Opóźnienie $\tau=3$	Opóźnienie $\tau=4$
1	2,678	<b>0,0018</b>	<b>0,0004</b>	<b>0,0061</b>	<b>0,0001</b>
2	2,678	2,6780	<b>0,0012</b>	<b>0,0087</b>	<b>0,0004</b>
3	2,673	2,6782	2,6789	<b>0,0092</b>	<b>0,0002</b>
4	2,677	2,6729	2,6802	2,6852	<b>0,0009</b>
5	2,676	2,6776	2,6776	2,6861	2,6740
6	2,675	2,6769	2,6782	2,6827	2,6772
7	2,675	2,6750	2,6802	2,6837	2,6742
8	2,677	2,6750	2,6782	2,6857	2,6752
9	2,679	2,6770	2,6782	2,6838	2,6772
10	2,678	2,6790	2,6802	2,6838	2,6752
11	2,677	2,6781	2,6822	2,6858	2,6752
12	2,676	2,6771	2,6812	2,6879	2,6772
13	2,675	2,6761	2,6802	2,6869	2,6792
14	2,676	2,6751	2,6792	2,6859	2,6783
15	2,677	2,6762	2,6782	2,6850	2,6773

## 6. Wnioski

Transmultipleksacji mogą podlegać wszystkie znane sygnały cyfrowe. W praktyce ich liczba jest ograniczona do kilkunastu, kilkadziesiątu. Bezpośrednia zaleta transmultipleksacji jest transmisja wszystkich sygnałów w postaci sygnału złożonego w jednym kanale komunikacyjnym. Warunkiem poprawnej propagacji są odpowiednio zaprojektowane zespoły filtrów łączenia i rozdzielania. Dodatkowo wymagana jest dokładna synchronizacja kolejnych równoległe przetwarzanych próbek wszystkich sygnałów uczestniczących w transmultipleksacji. Minimalne błędy spowodowane są zaokrągleniami i dokładnością procedury numerycznej. Zaobserwowano, że do zbudowania systemu zapewniającego dokładną rekonstrukcję nie potrzeba filtrów wysokiego rzędu. Wystarczy, że rząd będzie równy liczbie sygnałów wejściowych. Obok niepodważalnej szybkości działania sygnały zrekonstruowane podlegają tylko jednostkowemu opóźnieniu. Filtr wysokiego rzędu posiadają skomplikowaną charakterystykę odpowiedzi impulsowej. Dodatkowo wskaźnik jakości wyznaczonych współczynników filtrów pogarsza się w funkcji wzrostu rzędu filtrów nie wspominając już o samym czasie pozyskania optymalnego rozwiązania. Dysponując numerycznie wyznaczonymi współczynnikami filtrów nasuwa się pytanie, ile należy przyjąć miejsc po przecinku, aby złożoność obliczeń i błędy pojawiające się z tego powodu były możliwie małe. Odpowiedź jest na rys.3. Wynika z niego, że dla rzeczywistych sygnałów transmultipleksacja z filtrami o współczynnikach zaokrąglonych do 4 miejsc znaczących jest wystarczająca.

## 7. Literatura

- [1] Bellanger M., Daguet J.: TDM-FDM Transmultiplexer: Digital Polyphase and FFT. IEEE Transaction on Communications, vol. com-22, no. 9, pp. 1199-1205, September 1974.
- [2] Nussbaumer H.: Pseudo QMF filter bank. IBM Tech. Disclosure Bull., vol. 24, no. 6, pp. 3081-3087, November 1981.
- [3] Nussbaumer H.: Pseudo QMF filter bank. IBM Tech. Disclosure Bull., vol. 24, no. 6, pp. 3081-3087, November 1981.
- [4] Chu P. L.: Quadrature mirror filter design for an arbitrary number of equal bandwidth channels. IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. ASSP-33, no. 3, pp. 203-218, February 1985.
- [5] Vetterli M.: A Theory of Multirate Filter Banks. IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. ASSP-35, no. 3, pp. 356-372, March 1987.
- [6] Vetterli M., Le Gall D.: Perfect reconstruction FIR filter banks: Some properties and factorizations. IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 37, no. 7, pp. 1057-1071, July 1989.
- [7] Ziółko M., Sypka P., Gryboś A.: Application of Optimization Method to Transmultiplexer Design. Proceedings of Workshop on Multimedia Communications and Services, pp. 97-100, Kielce 2003.