

Joanna IWANIEC

KATEDRA ROBOTYKI I MECHATRONIKI, WYDZIAŁ INŻYNIERII MECHANICZNEJ I ROBOTYKI, AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Zastosowanie metod regularyzacji do filtracji zakłóceń pomiarowych rejestrowanych obrazów

Dr inż. Joanna IWANIEC

Adiunkt w Katedrze Robotyki i Mechatroniki na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Jest autorką i współautorką prac dotyczących analizy modalnej, przetwarzania sygnałów oraz identyfikacji układów nieliniowych.



e-mail: jiwaniec@agh.edu.pl

Streszczenie

Praca dotyczy zagadnienia redukcji szumów pomiarowych obrazów z zastosowaniem metod regularyzacji. W pracy przedstawiono rezultaty filtracji obrazu testowego (16×16 pikseli) przeprowadzonej przy użyciu metody regularyzacji Tichonowa, TSVD, DSVD oraz ME [1, 3]. Do rekonstrukcji obrazów o dużych rozmiarach zastosowano sformułowaną i zaimplementowaną przez autorkę iteracyjną przybliżoną metodę filtracji obrazów opartą o metody regularyzacji. Wykazano przydatność sformułowanych metod w przypadku obrazów, których rekonstrukcja nie jest możliwa do przeprowadzenia innymi metodami ze względu na zbyt dużą utratę informacji spowodowaną nałożeniem szumów.

Słowa kluczowe: filtracja szumów, rekonstrukcja obrazu, regularyzacja.

Application of regularization methods to picture reconstruction

Abstract

In practical applications of signal processing, the problem of picture reconstruction on the basis of a recorded noisy picture is frequently encountered. Such a problem is an inverse, ill-posed problem (Fig. 1), which means that even small disturbances of the recorded picture have significant influence on the accuracy of picture reconstruction. Therefore, in this paper, for the purposes of pictures noise reduction, regularization methods were used. Noisy pictures were filtered by means of the Tikhonov regularisation [1, 3], Truncated SVD (TSVD) [1, 3], Damped SVD (DSVD) [1,3] and Maximal Entropy (ME) [1,3] methods. Noise reduction of the test picture of dimensions 16×16 pixels was carried out by means of the algorithm (Fig. 2) requiring decomposing matrix modelling noise into singular values, which, in case of pictures of significant dimensions, requires significant computational effort. Therefore, for the purposes of regularization of pictures of significant dimensions (512×512 pixels) the iterative approximate method (Fig. 3) formulated by the author was used. The method idea consists in application of the selected regularization method to regularization of the issue (1), where $[A_1^{(k)}]$ is a matrix consisted of elements lying in the vicinity of the matrix $[A]$ main diagonal, corresponding to the k^{th} part of the considered picture written in the form of vector (Fig. 3). The obtained results prove that the formulated and implemented methods can be used for noise reduction of pictures, the reconstruction of which is impossible to carry out by means of other methods because of the excessive loss of information resulting from imposed noise.

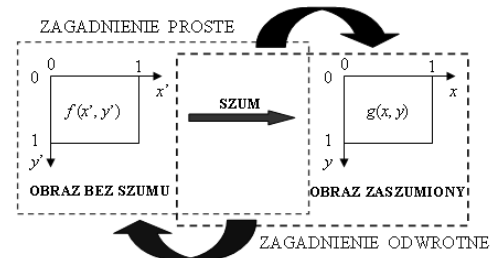
Keywords: noise reduction, picture reconstruction, regularization.

1. Wstęp

Często spotykanym w praktyce problemem przetwarzania sygnałów jest rekonstrukcja obrazu na podstawie zarejestrowanego obrazu zaszumianego. Problem ten jest zagadnieniem odwrotnym źle zdefiniowanym (rys. 1), co oznacza, że niewielkie zakłócenia rejestrowanego obrazu mają znaczący wpływ na dokładność rekonstrukcji obrazu. Z tego względu, w niniejszej pracy, do reduk-

cji zakłóceń analizowanych obrazów zastosowano metody regularyzacji [1, 3]. Obrazy zaszumiane poddano filtracji metodami regularyzacji Tichonowa, TSVD, DSVD oraz ME. Sformułowany przez autorkę algorytm przeprowadzania regularyzacji (rys. 2) „w sposób bezpośredni” obejmuje:

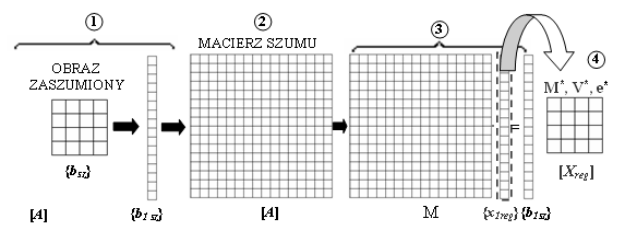
1. Przekształcenie macierzy opisującej zarejestrowany obraz z szumem $\{b_{sz}\}_{N \times N}$ w wektor kolumnowy $\{b_{1sz}\}_{N \times 1}$ przez wypisanie kolejnych kolumn jedna pod drugą.
2. Estymację macierzy szumu $[A]_{N^2 \times N^2}$ modelującej zakłócenia występujące podczas rejestracji obrazu.



Rys. 1. Rekonstrukcja obrazu na podstawie zarejestrowanego obrazu zaszumianego

Fig. 1. Picture reconstruction on the basis of noisy picture

3. Wyznaczenie wektora opisującego obraz odzszumiony $\{x_{1reg}\}$ przez przeprowadzenie regularyzacji zagadnienia $[A]_{N^2 \times N^2} \{x_{1reg}\}_{N \times 1} = \{b_{1sz}\}_{N \times 1}$ przy użyciu wybranej metody regularyzacji.
4. Wyznaczenie macierzy opisującej obraz „zregularyzowany” $[X_{reg}]_{N \times N}$ przez przekształcenie wektora $\{x_{1reg}\}_{N \times 1}$.



Rys. 2. Algorytm przeprowadzania redukcji zakłóceń obrazu przy użyciu metody regularyzacji „w sposób bezpośredni”

Fig. 2. Algorithm for noise reduction by means of regularization „to be used directly”

Redukcja zakłóceń obrazów z zastosowaniem metod regularyzacji (rys. 2) „w sposób bezpośredni” obejmuje przeprowadzenie rozkładu macierzy modelującej szum na wartości szczególne, co w przypadku macierzy o dużym rozmiarze wymaga bardzo dużych nakładów obliczeniowych. Wielkość macierzy modelującej szum obrazu o wymiarze $N \times N$ rośnie z czwartą potęgą i ma rozmiar $N^2 \times N^2$. Z tego względu, do celów regularyzacji obrazów o dużych rozmiarach, opracowano iteracyjną metodę przybliżoną (rys. 3), będącą modyfikacją metody przedstawionej schematycznie na rys. 2. Wspomniana modyfikacja polega na regularyzacji zagadnienia:

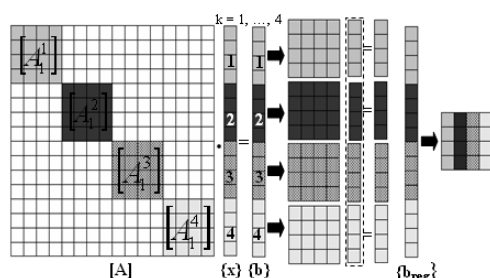
$$[A_1^{(k)}]_{M^2 \times M^2} \{x_1^{(k)}\}_{M \times 1} = \{b_{1sz}^{(k)}\}_{M \times 1} \quad (1)$$

gdzie $[A_1^{(k)}]$ jest macierzą złożoną z elementów leżących w pobliżu diagonalii macierzy $[A]$, odpowiadającą k -temu fragmentowi obrazu zapisanego w postaci wektora (rys. 3).

Problem rekonstrukcji obrazu na podstawie zarejestrowanego obrazu zaszumionego (rys. 4) można opisać dwuwymiarowym równaniem całkowym Fredholma pierwszego rodzaju [2]:

$$\int_0^1 \int_0^1 \{k_1(x, s)\} \cdot \{k_2(y, t)\} \cdot \{f(x, y)\} dx dy = \{g(s, t)\} \quad (2)$$

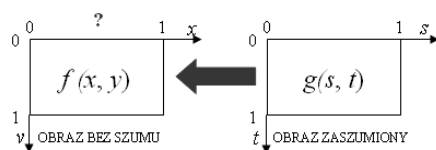
gdzie: $\{k_1(x, s)\}$, $\{k_2(y, t)\}$ to funkcje podcałkowe (znane), zdefiniowane dla kierunku poziomego ($\{k_1(x, s)\}$) i pionowego ($\{k_2(y, t)\}$), $\{g(s, t)\}$: prawa strona równania (funkcja znana); $\{f(x, y)\}$: poszukiwane rozwiązanie.



Rys. 3. Proponowany sposób przeprowadzania regularyzacji obrazów o dużych rozmiarach

Fig. 3. The proposed algorithm for regularization of large pictures

Matematyczny dowód, że równanie całkowe Fredholma pierwszego rodzaju jest zawsze zagadnieniem źle uwarunkowanym można znaleźć między innymi w pracy [4].



Rys. 4. Opis problemu redukcji zakłóceń zarejestrowanego obrazu za pomocą równania całkowego Fredholma pierwszego rodzaju

Fig. 4. Description of the picture noise reduction by means of the Fredholm differential equation of the first order

Taki opis jest słuszny dla obrazów zaszumionych w sposób równomierny, dla których zakłócenia w kierunkach pionowym i poziomym są niezależne [2]. W wyniku dyskretyzacji równania (2) równanie opisujące problem redukcji zakłóceń rejestrowanego obrazu przyjmuje postać:

$$([K_1(x, s)] \otimes [K_2(y, t)]) \cdot \{F(x, y)\} = \{G(s, t)\} \quad (3)$$

gdzie: \otimes : iloczyn Kroneckera, zdefiniowany dla dwóch macierzy $[A]$ i $[B]$ jako [2]:

$$[A] \otimes [B] = \begin{bmatrix} a_{11}[B] & a_{12}[B] & \dots & a_{1n}[B] \\ a_{21}[B] & a_{22}[B] & \dots & a_{2n}[B] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}[B] & a_{n2}[B] & \dots & a_{nn}[B] \end{bmatrix} \quad (4)$$

Opis zagadnienia rekonstrukcji obrazu na podstawie zarejestrowanego obrazu zaszumionego przy użyciu całkowego równania Fredholma pierwszego rodzaju został zaimplementowany m. in. w przyborniku *MOORE TOOLS* [4] dla środowiska Matlab.

2. Macierz modelująca szum

Redukcja zakłóceń przy użyciu przedstawionych algorytmów regularyzacji obrazów wymaga identyfikacji charakteru zjawiska zakłócającego proces rejestracji obrazu. Zależność:

$$[K] = [K_1] \otimes [K_2] \quad (5)$$

gdzie $[K_1]$, $[K_2]$ są macierzami modelującymi zakłócenia w kierunku poziomym ($[K_1]$) oraz pionowym ($[K_2]$), umożliwia sformułowanie macierzy szumu $[K]$ modelującej najczęściej spotykane w praktyce zjawiska zakłócające proces rejestracji obrazów [2, 4].

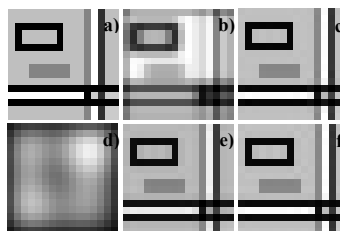
Przykładowo, rozmywającym szumem „atmosferycznym” nazywane jest zjawisko rozmywania konturów odległych przedmiotów przez drgające masy powietrza. Element macierzy $[K]$ modelującej tego typu szum opisywany jest zależnością [4]:

$$(K)_{ij} = \frac{1}{\pi\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x-s)^2 + (y-t)^2}{\sigma^2}\right) \quad (6)$$

gdzie σ : odchylenie standardowe szumu.

3. Filtracja obrazu testowego o znanych właściwościach statystycznych

Obraz testowy o rozmiarze 16×16 pikseli (rys. 5a) zaszumiono atmosferycznym szumem rozmywającym o zerowej wartości średniej i $\sigma = 0,7$. Regularyzację obrazu zaszumionego (rys. 5b) przeprowadzono przy użyciu utworzonego oprogramowania realizującego algorytm przedstawiony na rys. 2. Rezultaty filtracji przedstawiono na rys. 5c, d, e, f.



Rys. 5. Obraz o rozmiarze 16×16 : a) niezaszumiony, b) zaszumiony rozmywającym szumem Gaussa o zerowej wartości średniej i $\sigma = 0,7$ a następnie odszumiony metodą regularyzacji Tichonowa (c), TSVD (d), DSVD (e), ME (f)

Fig. 5. Picture of size 16×16 pixels: a) noiseless, b) burdened with Gaussian noise of zero mean value and $\sigma = 0,7$ and regularised by means of c) Tikhonov, d) TSVD, e) DSVD and f) ME methods

Tab. 1. Wartość średnia (M), odchylenie od wartości średniej (V) oraz entropia dla obrazu bez szumu oraz obrazu zaszumionego rozmywającym szumem Gaussa o $\sigma = 0,7$, a następnie odszumionego różnymi metodami regularyzacji

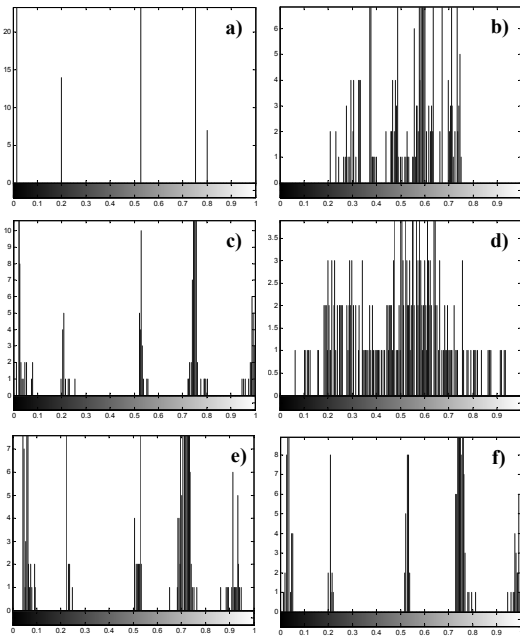
Tab. 1. Mean value (M), standard deviation (V) and entropy for noiseless picture and noisy picture burdened with Gaussian noise of $\sigma = 0,7$ and regularised by means of various methods

Przypadek	M	V	e [%]
Bez szumu	0,58	0,33	1,970
Rozmywający szum Gaussa	0,54	0,14	4,260
Regularyzacja Tichonowa i metoda krzywej L	0,58	0,32	3,205
TSVD i metoda krzywej L	0,50	0,19	5,299
DSVD i metoda krzywej L	0,56	0,29	3,691
Metoda maksymalnej entropii i krzywej L	0,58	0,31	3,201

Na rys. 6 zaprezentowano histogramy przedstawiające liczbę punktów o różnych wartościach jasności w obrazie bez szumu (rys. 5a), w obrazie zaszumionym rozmywającym szumem Gaussa o rozpatrywanych właściwościach statystycznych (rys. 5b) oraz

w obrazie zaszumionym a następnie zrekonstruowanym przy użyciu rozpatrywanych metod regularyzacji (rys. 5c, d, e, f).

Histogramy uzyskane dla obrazów odszumionych metodami regularyzacji Tichonowa (rys. 6c) oraz maksymalnej entropii (rys. 6f) są najbardziej zbliżone do histogramu obrazu niezaszumionego (rys. 6a) - charakteryzują się jedynie nieznacznym rozmyciem 'prążków głównych' obrazu niezaszumionego na prążki boczne.



Rys. 6. Histogramy dla obrazu a) bez szumu, b) zaszumianego rozmywającym szumem Gaussa o zerowej wartości średniej i $\sigma=0,7$, a następnie poddanego regularyzacji metodą: Tichonowa (c), TSVD (d), DSVd (e), ME (f)

Fig. 6. Histograms for a) noiseless picture, b) picture burdened with Gaussian noise of $\sigma=0,7$ and filtered by means of c) Tikhonov regularisation, d) TSVD, e) DSVd and d) ME methods

W wyniku zastosowania metod regularyzacji Tichonowa oraz maksymalnej entropii uzyskano obrazy niosące najwięcej informacji, dla których wartości entropii są niższe niż dla obrazów poddanych regularyzacji pozostałymi metodami i najbardziej zbliżone do entropii obrazu bez szumu (tabela 1).

4. Filtracja obrazu o rozmiarze 512×512 pikseli obciążonego szumem o znanych właściwościach statystycznych

Przedmiotem dalszych badań był obraz testowy o rozmiarze 512×512 pikseli (rys. 7a), przedstawiający mężczyznę jedzącego pomarańczę. Na obraz nałożono rozmywający szum Gaussa o zerowej wartości średniej, amplitudzie $A = 1$ i $\sigma = 2$ (rys. 7b), a następnie poddano go regularyzacji metodą Tichonowa (rys. 7c), TSVD (rys. 7d), DSVd (rys. 7e) oraz ME (rys. 7f). Ze względu na znaczny rozmiar obrazu zastosowano utworzone oprogramowanie realizujące sformułowaną przez autorkę iteracyjną metodę przybliżoną (rys. 3). Pomimo zastosowania metody przybliżonej, czas obliczeń przeprowadzonych w środowisku Matlab 5.3 (przy zastosowaniu komputera o procesorze 2 GHz i pamięci dualnej 512 MB) wynosił około 7 godzin.

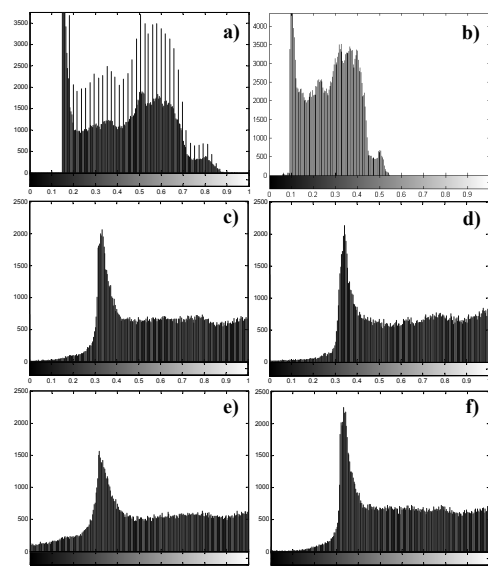
Obrazy odszumione metodami regularyzacji Tichonowa oraz ME wykazują najmniejsze różnice względem obrazu bez szumu. Na rys. 8 zaprezentowano histogramy obrazów przedstawionych na rys. 7. Nałożenie na rozpatrywany obraz szumu spowodowało utratę informacji w przedziale (0,55-0,89) skali jasności (rys. 8b). W wyniku zastosowania opracowanej metod przybliżonej informacja ta została częściowo odzyskana (rys. 8c, d, e, f).

„Wycięcie” z histogramu wartości jasności z przedziału (0,15-0,3) spowodowane jest zastosowaniem opracowanej metody przybliżonej regularyzacji obrazów o znacznych rozmiarach, którą istotą jest analizowanie jedynie fragmentów obrazów leżących w pobliżu jego diagonal. Ta cecha charakterystyczna metody powoduje, że uzyskane obrazy „zregularyzowane” (rys. 7c, d, e, f) są rozjaśnione w porównaniu do obrazu pierwotnego rys. 7a.



Rys. 7. Obraz a) bez szumu, b) zaszumiony rozmywającym szumem Gaussa o zerowej wartości średniej, $A = 1$ i $\sigma = 2$, a następnie odszumiony metodą regularyzacji c) Tichonowa, d) TSVD, e) DSVd, f) ME

Fig. 7. Picture a) noiseless, b) burdened with Gaussian noise and filtered with use of c) Tikhonov regularisation, d) TSVD, e) DSVd and f) ME methods



Rys. 8. Histogramy obrazów przedstawionych na rys. 7
Fig. 8. Histograms of pictures presented in Fig. 7

Dalsze badania dotyczyły obrazu mężczyzny jedzącego pomarańczę (rys. 9a), obciążonego rozmywającym szumem Gaussa o zerowej wartości średniej, amplitudzie $A = 3$ i $\sigma = 2$ (rys. 9b).

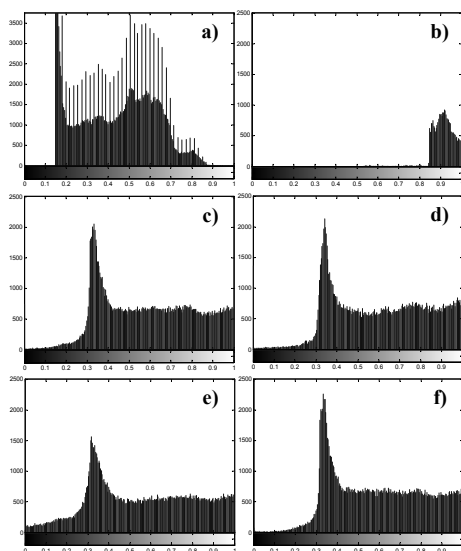
Wprowadzony szum spowodował rozjaśnienie obrazu w takim stopniu (rys. 9b), że na podstawie obrazu zaszumionego nie jest możliwe stwierdzenie co przedstawiał obraz pierwotny. Do redukcji szumu zastosowano opracowaną metodę przybliżoną. Rezultaty filtracji przedstawiono na (rys. 9c – f).



Rys. 9. Obraz a) bez szumu, b) zaszumiony rozmywającym szumem Gaussa

Fig. 9. Picture a) noiseless, b) burdened with Gaussian noise of zero mean value, $A = 3$ i $\sigma = 2$ and filtered with use of c) Tikhonov regularization, d) TSVD, e) DSVD, f) ME methods

Histogramy obrazów przedstawionych na rys. 9 pokazano na rys. 10.



Rys. 10. Histogramy obrazów przedstawionych na rys. 9

Fig. 10. Histograms of pictures presented in Fig. 9

Zastosowanie opracowanej metody umożliwiło odzyskanie informacji w przedziale (0,15-0,84) skali jasności, utraconej

w wyniku nałożenia na obraz pierwotny rozmywającego szumu Gaussa.

5. Wnioski

W technice pomiarowej metod wizyjnych istotnym czynnikiem wpływającym na jakość rejestrowanych obrazów jest występowanie zjawisk zakłócających proces rejestracji. Najczęściej spotykanymi rodzajami zakłóceń są brak ostrości obiektywu, szum współogniskowy, zjawisko rozmywania konturów odległych przedmiotów przez drgające masy powietrza (tzw. rozmywający szum atmosferyczny) oraz zniekształcenia spowodowane ruchem kamery bądź też ruchem rejestrowanego obiektu. W takich przypadkach, w celu poprawienia jakości zarejestrowanego materiału, konieczne jest stosowanie metod filtracji zakłóceń.

W pracy zaproponowano nowe metody redukcji zakłóceń z zastosowaniem metod regularyzacji, znajdujące zastosowanie w przypadku obrazów, których rekonstrukcja nie jest możliwa do przeprowadzenia metodami klasycznymi ze względu na zbyt dużą utratę informacji spowodowaną nałożeniem szumów. Omówiono algorytmy opracowanych metod redukcji zakłóceń obrazów oraz sposób implementacji w środowisku MATLAB. Utworzone oprogramowanie zastosowano do redukcji zakłóceń obrazu testowego (16×16 pikseli) oraz obrazów (512×512 pikseli) obciążonych szumem o znanych właściwościach statystycznych.

Niezależnie od rozmiaru filtrowanego obrazu, w wyniku zastosowania metod regularyzacji Tichonowa i maksymalnej entropii uzyskano obrazy niosące najwięcej informacji i właściwościach statystycznych (np. wartościach entropii, histogramach przedstawiających liczbę punktów o różnych wartościach jasności) najbardziej zbliżonych do właściwości obrazów pierwotnych (bez szumu).

W przypadku dużych zakłóceń, możliwość rekonstrukcji obrazu rekompensuje niedogodności związane z zastosowaniem opracowanej metody, takie jak znaczny czas trwania obliczeń oraz charakterystyczne rozjaśnienie obrazu w stosunku do obrazu pierwotnego. Duża ilość koniecznych do wykonania operacji matematycznych nie jest znaczącą wadą jedynie w przypadku rekonstrukcji małych obrazów lub małych fragmentów dużych obrazów. Filtracja dużych obrazów powoduje natomiast dodatkową konieczność wykorzystywania algorytmów do obróbki sektorowej.

Opracowane metody nie powinny być stosowane w przypadkach gdy zastosowanie „konwencjonalnych” metod analizy prowadzi do uzyskania rezultatów o zadawalającej dokładności. Ich zastosowanie staje się konieczne w przypadku obrazów, których rekonstrukcja nie jest możliwa do przeprowadzenia innymi metodami ze względu na zbyt dużą utratę informacji spowodowaną nałożeniem szumów.

Praca naukowa częściowo finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy N N504 493439.

6. Literatura

- [1] Hansen P.C.: Regularization Tools – A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems, Numerical Algorithms 6, 1994.
- [2] Horn K.F., Holfort I.K.: Deblurring of Digital Colour Images, Department of Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark.
- [3] Iwaniec J.: Wybrane zagadnienia identyfikacji układów nieliniowych w warunkach eksploatacyjnych, ITE, Kraków, 2009.
- [4] Jacobsen M.: Modular Regularization Algorithms, PhD thesis of Technical University of Denmark, 2004.

otrzymano / received: 14.09.2010

przyjęto do druku / accepted: 01.12.2010

artykuł recenzowany