

Katarzyna RUTCZYŃSKA-WDOWIAKPOLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA,
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314**Analiza wpływu prawdopodobieństwa mutacji algorytmu genetycznego w problemie projektowania filtrów**

Dr inż. Katarzyna RUTCZYŃSKA-WDOWIAK

Adiunkt w Katedrze Systemów Sterowania i Zarządzania na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej. Przedmiotem jej zainteresowań jest problematyka zastosowania algorytmów genetycznych i strategii ewolucyjnych w identyfikacji obiektów dynamicznych oraz optymalizacji, wykorzystując do obliczeń własne oprogramowanie.



e-mail: K.Ruczynska@tu.kielce.pl

Streszczenie

Praca przedstawia rezultaty zastosowania algorytmu genetycznego (AG) w problemie projektowania filtru cyfrowego na przykładzie jego prototypu analogowego. Badania koncentrowały się na określeniu wpływu wartości prawdopodobieństwa mutacji AG, na dokładność i czas uzyskania rozwiązania. W pracy opisano problem minimalizacji, reprezentację osobników oraz operatory genetyczne: krzyżowanie arytmetyczne, mutację równomierną i selekcję turniejową z częściową wymianą populacji.

Słowa kluczowe: algorytmy genetyczne, prawdopodobieństwo mutacji, projektowanie filtrów.

Analysis of the influence of genetic algorithm mutation probability on design of filters**Abstract**

This paper presents the results of application of a genetic algorithm (GA) to design of a digital filter on example of its analog prototype. The results of investigations of the influence of GA parameter values, such as the probability of mutation, on the process of searching the solution are analysed. There are described in the paper: the problem of minimisation, representation of the individuals as well as the genetic operators: arithmetical crossover, uniform mutation and tournament selection with steady state. The analysis of the genetic method with regard to the convergence and accuracy for the process of searching solution and time of numerical calculations was carried out. The genetic algorithm differs from traditional methods and, therefore, the chance of determining the local minimum instead of the global one is considerably smaller than in the case of using the classical method. Genetic algorithms have stochastic character, so they do not guarantee obtaining the optimum solution. However, it is expected that the best individual (with the least value of the function analysed) will represent the solution nearing the optimum one. Because of this character of the GA every starting of the minimisation procedure (runs) gives the results differing slightly and, therefore, usually the best result obtained from ten independent experiments or the average result is given.

Keywords: genetic algorithms, probability of mutation, design of filters.

1. Wprowadzenie

W procesie projektowania filtrów analogowych i cyfrowych założenia projektowe przeważnie określa się w dziedzinie częstotliwości. Jeżeli znane jest pasmo sygnału użytecznego, natomiast widmo zakłóceń leży poza tym pasmem, to filtr w paśmie przepustowym powinien mieć określony kształt charakterystyki amplitudowej i fazowej. Szczególnie dotyczy to: szerokości pasma przepustowego, szerokości pasma zaporowego, zafalowania i spadku wzmocnienia w paśmie przepustowym, wartości tłumienia w paśmie zaporowym, liniowości charakterystyki fazowej, itd.

W literaturze opisanych jest wiele metod projektowania filtrów cyfrowych. W tym celu można zastosować oprogramowanie specjalistyczne, np. MONARCH Series DSP Software, QEDesign Lite Software, MATLAB, itd. [4]. W przypadku, gdy projektant

nie dysponuje oprogramowaniem specjalistycznym lub filtr powinien charakteryzować się nietypową charakterystyką amplitudową, wtedy wykorzystuje się indywidualne metody projektowania. Wśród nich można wyróżnić: metodę Parksa, McClellana, metodę okien, aproksymację typowych filtrów, np. Butterworth'a, Bessel'a lub Czebyshev'a modelami dyskretnymi, a także, szczególnie w przypadku nietypowych założeń projektowych, można stosować metody sztucznej inteligencji, wśród nich algorytmy genetyczne lub ewolucyjne [7, 8].

W omawianym problemie zastosowanie algorytmów genetycznych sprowadza się do minimalizacji błędu średniokwadratowego między zadanymi charakterystykami częstotliwościowymi (rzadko także czasowymi) a obliczonymi dla przyjętego modelu matematycznego filtru, przy czym minimalizowana funkcja jest funkcją wielu zmiennych.

Zasadniczym celem niniejszej pracy nie jest analiza projektowania filtrów cyfrowych, a porównanie efektywności i skuteczności algorytmu genetycznego w zależności od przyjętych wartości prawdopodobieństwa mutacji na przykładzie projektowania prototypów analogowych filtru. Odpowiedni dobór prawdopodobieństwa mutacji ma duże znaczenie, zwłaszcza w algorytmach działających na niepełnych populacjach. Zapropionowany algorytm zaliczyć można do takich algorytmów; oparty jest na reprezentacji zmiennopozycyjnej osobników, selekcji turniejowej, krzyżowaniu arytmetycznym oraz mutacji równomierniej. Badania koncentrowały się na określeniu wpływu prawdopodobieństwa mutacji na dokładność i czas uzyskania rozwiązania.

2. Minimalizacja funkcji na przykładzie projektowania prototypu filtru analogowego przy użyciu algorytmu genetycznego

Jedną z metod projektowania filtrów jest wyznaczenie prototypu analogowego filtru, a następnie jego aproksymacji dyskretniej. W tym celu założono transmitancję filtru w postaci funkcji wymiernej

$$G(s) = \frac{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + 1}, \quad (1)$$

przy czym $n = 2, 3$ i 4 .

Wyznaczano więc odpowiednio 5, 7 i 9 współczynników transmitancji (1). Transmitancję (1) można zapisać w postaci widmowej

$$G(j\omega) = \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)}, \quad (2)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= b_0 - b_2\omega^2 + b_4\omega^4 - b_6\omega^6 + \dots \\ b(\omega) &= b_1\omega - b_3\omega^3 + b_5\omega^5 - b_7\omega^7 + \dots \\ c(\omega) &= a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - a_6\omega^6 + \dots \\ d(\omega) &= a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - a_7\omega^7 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

oraz wzmocnienie i przesunięcie fazowe wyrażają się zależnościami:

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{a^2(\omega) + b^2(\omega)}{c^2(\omega) + d^2(\omega)}}, \quad (4)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{b(\omega)c(\omega) - a(\omega)d(\omega)}{a(\omega)c(\omega) + b(\omega)d(\omega)}. \quad (5)$$

Błąd aproksymacji, stanowiący kryterium optymalizacji, sformułowano w postaci sumy błędów składowych dla poszczególnych pasm i charakterystyk:

- błąd częściowy dla pasma przepustowego, dla $\omega_p \leq 20, 40$ lub 60 rad/s i $e_1 = 0,2$ dB

$$f_i^p = 0 \text{ jeśli } |\text{Lm}G(\omega_i)| = |20 \log|G(\omega_i)|| \leq e_1 / 2,$$

$$f_i^p = (\text{Lm}G(\omega_i) - e_1 / 2)^2 \text{ jeśli } |\text{Lm}G(\omega_i)| > e_1 / 2,$$

gdzie $\text{Lm}G(\omega_i) = 20 \log|G(\omega_i)|$.

- błąd częściowy dla pasma zaporowego, dla $\omega_z \geq 100$ rad/s i $e_2 = 60$ dB

$$f_i^z = 0 \text{ jeśli } \text{Lm}G(\omega_i) \leq e_2,$$

$$f_i^z = (\text{Lm}G(\omega_i) - e_2)^2 \text{ jeśli } \text{Lm}G(\omega_i) > e_2.$$

- błąd częściowy charakterystyki fazowej dla pasma przepustowego, dla $\omega_p \leq 20, 40$ lub 60 rad/s

$$f_i^{\varphi} = (\arg G_z(\omega_i) - \arg G(\omega_i))^2,$$

gdzie $\arg G_z(\omega_i)$ jest zadaniem przebiegiem charakterystyki fazowej.

Minimalizowana funkcja stanowi średnią sumę ważonych błędów częściowych, wyznaczanych dla poszczególnych zakresów pulsacji, z odpowiednimi funkcjami wagowymi

$$F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_p f_i^p + w_z f_i^z + w_{\varphi} f_i^{\varphi}), \quad (6)$$

gdzie: w_p, w_z i w_{φ} – współczynniki wagowe. W symulacji przyjęto: $w_p = 100, w_z = 50$ i $w_{\varphi} = 1$, dobrane eksperymentalnie w celu uzyskania najlepszego odwzorowania zadanych charakterystyk częstotliwościowych przez charakterystyki modelu.

Wykorzystany algorytm genetyczny opiera się na zmiennopozycyjnej reprezentacji osobników (każdy osobnik jest reprezentowany przez wektor zmiennopozycyjny stanowiący zakodowaną postać parametrów zadania) oraz na współdziałaniu trzech podstawowych operacji genetycznych, tj. selekcji, krzyżowaniu i mutacji, z tą różnicą, że są one wykonywane tylko na wybranym zespole osobników. Oznacza to, że tylko część populacji przechodzi do następnej iteracji ze zmianami. Aby to osiągnąć nacisk położono na odpowiedni dobór metody selekcji. Próbné doświadczenia wykazały, że najlepiej działa metoda turniejowa z tzw. częściową wymianą populacji (zgodnie z [2, 3] ang. tournament selection with steady-state evolutionary/genetic algorithm). Takie podejście sprowadzić można do następującej procedury:

1. Z bieżącej populacji wybrać losowo 2 osobników (bez względu na ich wartość przystosowania, czyli „fitness”); z tej pary określić lepszego (czyli o większej wartości „fitness”) stanowi o rodzica pierwszego - „parent1”.

2. Z bieżącej populacji wybrać losowo następnych 2 osobników (bez względu na ich „fitness”); z tej pary określić lepszego. Jest to rodzic drugi - „parent2”.

3. Dokonać krzyżowania i mutacji; utworzyć jednego potomka.

4. Potomek ten zastępuje jednego osobnika w populacji. Można tu zastosować kilka strategii:
 - osobnik zastępuje jednego (słabszego) z rodziców,
 - osobnik zastępuje najsłabszego z całej populacji,
 - osobnik zastępuje losowego osobnika (za wyjątkiem osobnika najlepszego) z całej populacji,
 - osobnik zastępuje najbardziej podobnego osobnika,
 - inne.

Należy zauważyć, że przy zastosowaniu tego mechanizmu różnica pomiędzy populacją w czasie t i populacją w czasie $t+1$ jest tylko w jednym osobniku. Z uwagi na to algorytm wymaga większej liczby iteracji, w porównaniu do algorytmów genetycznych/ewolucyjnych działających na pełnych populacjach.

W procesie krzyżowania wykorzystano krzyżowanie arytmetyczne

$$\begin{aligned} x_1' &= ax_1 + (1-a)x_2, \\ x_2' &= ax_2 + (1-a)x_1 \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie: x_1, x_2 - rodzice, x_1', x_2' - potomkowie oraz parametr $a \in [0, 1]$.

Jeżeli parametr a przyjmuje stałą wartość, wtedy krzyżowanie arytmetyczne określa się mianem jednorodnego krzyżowania arytmetycznego [2]. W badaniach tworzono tylko jednego potomka ($a = 1/2$). Mutację zrealizowano w oparciu o losową zamianę wybranego w sposób losowy elementu rodzica.

Algorytm zaprojektowany został w taki sposób, aby w każdej iteracji chroniony był najlepszy osobnik w populacji (o największej wartości „fitness”). W związku z czym oprócz standardowego kryterium zatrzymania algorytmu, którym jest zadana na początku każdego uruchomienia programu liczba iteracji, AG może wcześniej zakończyć działanie, jeżeli po określonej przez programistę liczbie iteracji nie obserwuje się już żadnej poprawy otrzymanych wyników (czyli w kolejnych pokoleniach nie ma poprawy największej wartości „fitness”).

3. Wyniki przeprowadzonych badań

Jednym z podstawowych problemów dotyczących rozwiązania omawianego zagadnienia z zastosowaniem algorytmu genetycznego jest odpowiedni dobór wartości parametrów AG. Ze względu na specyficzny mechanizm działania zastosowanego algorytmu genetycznego, w którym do kolejnych operacji genetycznych wytypowana jest tylko jedna para osobników, przede wszystkim bardzo ważny jest dobór odpowiedniej wartości prawdopodobieństwa mutacji. Według Michalewicz [2, 3] w algorytmach genetycznych/ewolucyjnych działających na niepełnych populacjach, operacja mutacji odgrywa większą rolę od krzyżowania. Aby ustalić odpowiedni poziom występowania mutacji badania wykonano dla przypadku, w którym mutacja nie zachodziła, prawdopodobieństwo mutacji $p_m=0$ oraz dla $p_m \in [0,001; 0,1]$.

Biorąc pod uwagę specyfikę działania algorytmów genetycznych, które zawierają pewne elementy losowości, w badaniach przeważnie podaje się wartości średnie wyników z 10-ciu przeprowadzonych doświadczeń. Jednak, aby mieć możliwie najlepszą wiedzę dotyczącą skuteczności i efektywności omawianej metody, zdaniem autora, można podać również najlepsze wyniki z serii 10-ciu badań.

Tabela 1 przedstawia analizę wpływu prawdopodobieństwa mutacji na wyniki minimalizacji funkcji (6) dla transmitancji 2, 3 i 4-go rzędu. Są to najlepsze rezultaty z serii wykonanych doświadczeń. Serię stanowi 10 doświadczeń zrealizowanych dla

każdego z rozważanych prawdopodobieństw mutacji p_m w przypadku wszystkich rzędów transmitancji $G(s)$. Biorąc pod uwagę najmniejszą wartość funkcji F wybrano najlepszy wynik z każdej serii. W badaniach wykorzystano populacje o rozmiarze 50 osobników.

Przedstawione w tabeli 1 wyniki minimalizacji funkcji (6) wskazują, że wykorzystany w pracy algorytm genetyczny z częściami wymianą populacji wymaga operacji mutacji, ponieważ we wszystkich analizowanych przypadkach (wyznaczając 5, 7 oraz 9 parametrów filtru; w sumie wykonano 270 doświadczeń) najgorsze wyniki (z uwagi na wartość minimalizowanej funkcji) otrzymano, gdy $p_m = 0$. Zdecydowanie lepsze wyniki można otrzymać przyjmując prawdopodobieństwo wystąpienia mutacji w zakresie $0,01 \leq p_m \leq 0,1$. Najlepsze rezultaty otrzymano natomiast dla

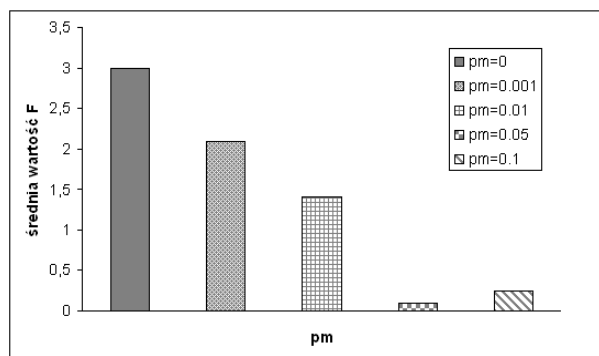
$p_m = 0,05$. Oceniając efektywność AG można zauważyć, że we wszystkich analizowanych przypadkach czas procesu jest zbliżony dla każdej grupy wyników.

Tab. 1. Wpływ prawdopodobieństwa mutacji p_m na proces minimalizacji funkcji (6)

Tab. 1. Influence of mutation probability p_m on minimisation process of function (6)

Rząd $G(s)$	Prawdopodobieństwo mutacji p_m	Wyniki minimalizacji (wynik najlepszy z serii doświadczeń z uwagi na wartość F)	
		Wartość funkcji F	Czas [min]
2	0	2,021	8
	0,001	1,530	7
	0,01	1,145	6
	0,03	1,131	6
	0,04	0,096	5
	0,05	0,064	6
	0,06	0,082	6
	0,07	0,124	7
	0,1	0,146	7
3	0	2,111	13
	0,001	1,392	11
	0,01	1,023	11
	0,03	1,007	11
	0,04	0,075	10
	0,05	0,065	9
	0,06	0,069	8
	0,07	0,143	10
	0,1	0,398	14
4	0	2,245	18
	0,001	1,243	15
	0,01	1,541	14
	0,03	1,502	14
	0,04	0,999	14
	0,05	0,084	14
	0,06	0,098	16
	0,07	0,187	18
	0,1	0,319	20

Na rysunku 1 (wykres słupkowy) pokazano średnie wartości minimalizowanej funkcji z 10-ciu doświadczeń dla każdego z rozważanych prawdopodobieństw mutacji p_m . Biorąc pod uwagę wartości średnie funkcji można zauważyć, że najlepsze rezultaty uzyskano dla $p_m = 0,05$.



Rys. 1. Dobór prawdopodobieństwa mutacji p_m (średnia wartość funkcji F z serii 10-ciu doświadczeń)

Fig. 1. Selection of the mutation probability p_m (average value of function F from the series of 10 experiences)

4. Wnioski

Praca przedstawia analizę doboru prawdopodobieństwa mutacji algorytmu genetycznego w problemie wyznaczania minimum globalnego funkcji wielu zmiennych na przykładzie projektowania filtrów. Badania dotyczyły takiego wyboru wartości tego parametru, aby uzyskać dobrą zbieżność i jak najkrótszy czas procesu minimalizacji. Biorąc pod uwagę specyfikę zastosowanego algorytmu genetycznego, w którym operacje genetyczne wykonywane są tylko na jednej parze osobników, prawdopodobieństwo mutacji ma, zdaniem autora, decydujące znaczenie (wpływ na uzyskane rozwiązanie).

Wykazano, że skuteczność algorytmu genetycznego zależy w dużej mierze od odpowiedniego doboru prawdopodobieństwa mutacji. Można zauważyć, że gdy prawdopodobieństwo mutacji jest małe lub mutacja nie występuje, otrzymano gorsze wyniki z uwagi na wartości minimalizowanej funkcji, niż w przypadku większych wartości tego prawdopodobieństwa. Ustalono wartość prawdopodobieństwa, dla którego algorytm genetyczny statystycznie osiąga najlepsze rezultaty. Prawdopodobieństwo mutacji nie wpływa natomiast w znaczący sposób na czas analizowanego procesu.

5. Literatura

- [1] Goldberg D. E.: Algorytmy genetyczne i ich zastosowania. WNT, Warszawa 1995.
- [2] Michalewicz Zb.: Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT, Warszawa 1999.
- [3] Michalewicz Zb.: How to Solve It: Modern Heuristics. Springer Verlag, 2000.
- [4] Palczyńska B.: Oprogramowanie wspomagające projektowanie filtrów cyfrowych. Z.N. Politechniki Gdańskiej, XVI Seminarium Zastosowanie Komputerów w nauce i technice nr 22 2006.
- [5] Rutczyńska-Wdowiak K.: Zastosowanie algorytmów genetycznych w identyfikacji parametrycznej obiektu dynamicznego na przykładzie silnika indukcyjnego. Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2005.
- [6] Rutczyńska-Wdowiak K.: Identification of induction motor mathematical model with the use of genetic algorithms. CEEPUS, Brno Proceedings of the International Conference Intelligent Control Systems 2005.
- [7] Słowik A., Białko M.: Ewolucyjne projektowanie filtrów cyfrowych FIR (z gwarantowaną liniowością fazy). Krajowa Konferencja Elektroniki, Kołobrzeg 2004.
- [8] Słowik A., Białko M.: Ewolucyjne projektowanie filtrów cyfrowych IIR o nietypowych charakterystykach amplitudowych. Krajowa Konferencja Elektroniki, Kołobrzeg 2003.