

# ESTYMACJA AZYMUTU Z WYKORZYSTANIEM POMIARÓW INERCJALNYCH

Witold Dąbrowski, Stanisław Popowski

Instytut Lotnictwa

## Streszczenie

*W artykule przedstawiono metody wyznaczania kierunku północnego w oparciu o pomiary inercjalne. Opisano ideę girokompasu, przyrządu który zrewolucjonizował na początku XX wieku pomiar kursu na statkach i okrętach. Przedstawiono procedurę girokompasowania stosowaną od połowy XX wieku najpierw w układach kardanowych, a następnie w układach bezkardanowych orientacji przestrzennej. Pokazano modyfikacje tej metody pozwalające na zwiększenie dokładności pomiaru. Zaprezentowano również metodę inercjalną bezgiroskopową, która jest ciekawą propozycją rozwoju inercjalnych metod określenia kierunku północnego.*

## 1. WSTĘP

W 1852 r. uczonego francuskiego Leon Foucault zademonstrował w Paryżu doświadczenia z giroskopem, które wskazały na możliwość pomiaru takich wielkości jak prędkość wirowania Ziemi, szerokość geograficzna miejsca przeprowadzania eksperymentu oraz kierunek w stosunku do południka, czyli kurs geograficzny.

W 1907 r. firma Anschütz opracowała pierwszy model girokompasu morskiego, działanie którego oparto na właściwościach giroskopu [1]. Wcześniej stosowane kompasy morskie wykorzystywały właściwości ziemskiego pola magnetycznego. Kompas te wykazywały liczne wady, które ujawniały się wraz z powszechnym stosowaniem konstrukcji stalowych w budowie okrętów. Wady te w postaci błędów dewiacji półokrężnej i ćwierćokrężnej wymagały specjalnych zabiegów w celu ich kompensacji. Również anomalie ziemskiego pola magnetycznego i duża podatność na zakłócenia sprawiły, że kompasy magnetyczne nie zapewniały dużej dokładności wskazań.

W 1921 r. Max Schuler pracując w Clausthal-Zellerfeld Technical College unowocześnił konstrukcję girokompasu uzyskując w przeprowadzanych eksperymentach dokładność określenia kierunku w stosunku do północy geograficznej rzędu 20 sekund kątowych [1].

W roku 1953 odbył się w USA pierwszy lot samolotu z systemem nawigacji inercjalnej. System ten zapewniał w pełni autonomiczną nawigację i orientację podczas lotu jak również umożliwiał wstępną orientację przed startem (girokompasowanie). Był to system typu kardanowego. Do stabilizacji platformy pomiarowej zawierającej giroskopy i przyspieszeniomierze zastosowano ramy zawieszenia Cardana. Systemy tego typu osiągnęły swoją szczytową doskonałość w zastosowaniach na atomowych łodziach podwodnych mogących nieprzerwanie nawigować w okresie wielu miesięcy.

W latach sześćdziesiątych powstały pierwsze systemy orientacji i nawigacji inercyjnej typu bezkardanowego (strapdown). Rozwijają się one do dnia dzisiejszego osiągając duże dokładności pomiaru, łatwość eksploatacji i umiarkowaną cenę, znajdując zastosowanie na obiektach morskich, lądowych i kosmicznych.

## 2. GIROKOMPAS

Pierwszy girokompas zademonstrował Leon Foucault w 1852 roku podczas słynnych doświadczeń z gioskopem. Girokompas Foucault nadawał się tylko do pomiarów stacjonarnych. Do końca XIX w. powstawały różne konstrukcje umożliwiające za pomocą gioskopu określenie kierunku północny, ale dopiero w 1904 r. pojawiły się patenty Anschütza, a w 1907 powstała pierwsza konstrukcja morskiego girokompassu jednogioskopowego. Jednak dopiero prace M. Schulera w latach 1910-1923 doprowadziły do powstania w pełni użytecznych przyrządów pomiarowych, które potrafiły wyznaczyć w warunkach stacjonarnych kierunek północy z dokładnością ok. 20 sekund kątowych, i które potrafiły działać w warunkach eksploatacyjnych na statkach i okrętach. Znaczny wzrost dokładności nastąpił po wprowadzeniu zmian w konstrukcji, które spowodowały, że okres wahania głównej osi gioskopu jest zgodny z okresem Schulera (84 min.). Wzór (1) określa okres wahań nietłumionych girokompassu.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{H}{B\Omega_E \cos \Phi}}, \quad (1)$$

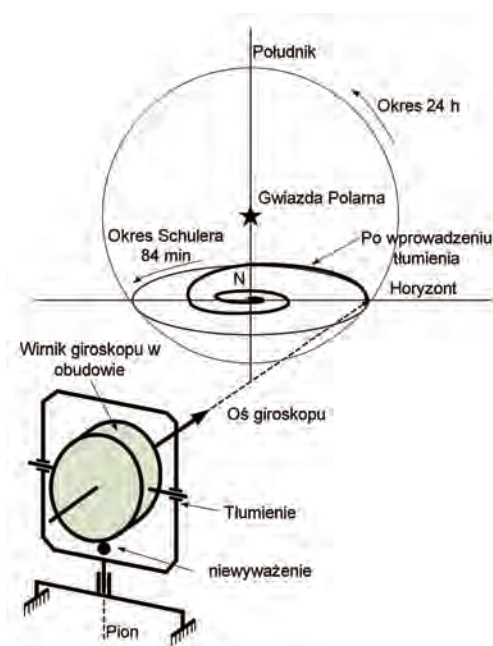
gdzie:  $H$  - kręt gioskopu,

$B$  - parametr konstrukcyjny związany z niewyważeniem,

$\Omega_E$  - prędkość obrotowa Ziemi,

$\Phi$  - szerokość geograficzna miejsca pomiaru.

Wartość  $T = 84$  min. jest najczęściej osiągnięta dla szerokości geograficznej  $\Phi = 60$  deg (nazywana szerokością konstrukcyjną). Drugim istotnym czynnikiem wpływającym na skrócenie czasu pomiaru jest wprowadzenie tłumienia (rys. 1).

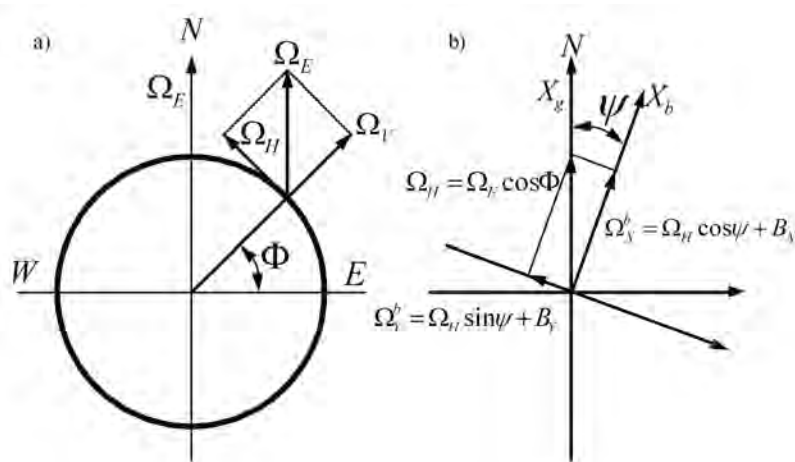


**Rys. 1. Ruch osi gioskopu w przypadku wprowadzenia tłumienia i jego braku**

Pomimo wielu znaczących udoskonaleń girokompasy z zasady nie są przewidziane do pracy na obiektach poruszających się z dużymi prędkościami. Na statkach i okrętach w związku z falowaniem oraz przyspieszeniami wynikającymi z manewrów mamy do czynienia z tak zwaną dewiacją inercyjną, która ogranicza dokładność girokompasów. Poza zastosowaniem girokompasów w sposób stacjonarny, np. w budownictwie, w przemyśle wydobywczym, górnictwie, girokompasy znalazły zastosowanie na obiektach wolno poruszających się (statkach i okrętach, łodziach podwodnych). Jeden z najmniejszych girokompasów powstał w 1943 r. w Niemczech do zastosowania na miniaturowej łodzi podwodnej. Dokładność tego przyrządu wynosiła ok. 1 deg.

### 3. METODY POMIARU AZYMUTU W SYSTEMACH TYPU STRAPDOWN

Do określenia kierunku południka (określania kierunku północy geograficznej) wykorzystuje się zjawisko ruchu obrotowego Ziemi oraz jej grawitację.



Rys. 2. Proces girokompasowania - określenie kierunku północy

Proces ten w systemach strapdown przebiega dwuetapowo. W pierwszym etapie system określa położenie płaszczyzny horyzontalnej w miejscu wykonania pomiaru. Do tego celu wykorzystuje się pomiar wektora przyspieszenia. Tylko składowe wektora przyspieszenia leżące w płaszczyźnie horyzontalnej mają wartości zerowe, a składowa pionowa przyjmuje wartość 1 g. Mając wyznaczone położenie tej płaszczyzny odniesienia (azymut obiektu określa się w płaszczyźnie horyzontu) przechodzi się do drugiego procesu, w trakcie którego wyznaczony zostaje azymut obiektu. Proces ten nazywa się girokompasowaniem.

Na rys. 2 przedstawiono zasadę przeprowadzenia tego pomiaru. Rysunek 2a przedstawia Kulę Ziemską z zaznaczonym wektorem prędkości jej obrotu. W miejscu przeprowadzania girokompasowania o szerokości geograficznej istnieją dwie składowe tego wektora, pionowa i pozioma o wartościach:

$$\begin{aligned} \Omega_V &= \Omega_E \sin \Phi \\ \Omega_H &= \Omega_E \cos \Phi \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:  $\Omega_E$  - prędkość obrotu kuli ziemskiej = 15.041 deg/h,

$\Omega_V$  - składowa pionowa,

$\Omega_H$  - składowa pozioma.

Na rys. 2b przedstawiono proces pomiaru azymutu podczas girokompasowania przedstawiony

w płaszczyźnie horyzontalnej. Wprowadzono dwa układy współrzędnych prostokątnych. Jeden oznaczony  $OX_gY_g$  jest układem normalnym ziemskim, którego jedna oś skierowana jest na północ, a druga na wschód.

Drugi układ  $OX_bY_b$  związany jest z obiektem i wyznacza kierunki jego głównych osi sprowadzonych do płaszczyzny horyzontu. W punkcie 0 zamocowane są czujniki pomiarowe zorientowane zgodnie z osiami obiektu. Mierzą one składowe horyzontalnej prędkości obrotu kuli ziemskiej:

$$\begin{aligned}\Omega_x^b &= \Omega_H \cos\psi + B_x \\ \Omega_y^b &= \Omega_H \sin\psi + B_y\end{aligned}\quad (3)$$

gdzie:  $\Omega_x^b$  - składowa horyzontalna mierzona wzdłuż osi  $X_b$  obiektu,

$\Omega_y^b$  - składowa horyzontalna mierzona wzdłuż osi  $Y_b$  obiektu,

$\psi$  - azymut obiektu,

$B_x, B_y$  - błędy giroskopów w osiach  $X_b$  i  $Y_b$ .

Na podstawie rys. 2b można obliczyć wartość azymutu:

$$\psi_{obl} = \arctg\left(\frac{\Omega_y^b}{\Omega_x^b}\right) = \arctg\left(\frac{\Omega_H \sin\psi + B_y}{\Omega_H \cos\psi + B_x}\right)\quad (4)$$

gdzie:  $\psi_{obl}$  - jest wartością obliczoną azymutu,

$\psi$  - jest wartością rzeczywistą azymutu.

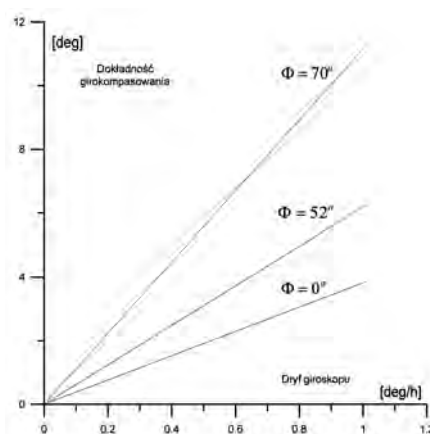
Przy założeniu, że  $\psi$  ma wartość małą to można przyjąć  $\sin\psi = \psi$  i  $\cos\psi = 1$ . Zakładając dodatkowo, że  $B_x$  jest małe w stosunku do  $\Omega_H$  (co praktycznie zawsze jest spełnione) to wtedy na podstawie (4) można napisać:

$$\psi_{obl} - \psi = \frac{B_y}{\Omega_H}\quad (5)$$

Różnica azymutów  $\psi_{obl} - \psi$  jest błędem wyznaczenia azymutu i oznaczamy  $\delta_k$ ,

$$\delta_k = \frac{B_y}{\Omega_H}\quad (6)$$

Na rys. 3 przedstawiono wartości błędu giroskopowania  $\delta_k$ , wyliczonych z (6), w funkcji błędów giroskopów oraz dla różnych szerokości geograficznych. Powyższe wyprowadzenie błędu wyznaczenia azymutu oparte jest na założeniu, że kąt  $\psi$  ma małą wartość. Można jednak udowodnić, że równanie to jest również prawdziwe dla całego zakresu zmian kierunku.



**Rys. 3. Błędy giroskopowania w zależności od dryfu giroskopu i szerokości geograficznej**

Na podstawie równania (4) widać, że na kierunku wschód-zachód wartość azymutu będzie nieokreślona. Aby do tego nie dopuścić w pobliżu tego kierunku stosuje się następującą zależność [3]:

$$\psi_{obl} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\Omega_X^b}{\Omega_Y^b}\right) \quad (7)$$

Poniżej przedstawiono dwie metody ograniczenia wpływu błędów giroskopów podczas girokompasowania stosowane w systemach strapdown.

### **Metoda dwukrotnego pomiaru**

W metodzie tej przeprowadza się girokompasowanie dwukrotnie. Pierwszy raz pomiar dokonywany jest zgodnie z rys. 2b. Następnie obraca się zespół czujników pomiarowych w płaszczyźnie horyzontu o  $180^\circ$  i pomiar powtarza. Pomiary uzyskane w pierwszym etapie i drugim określają wzory:

$$\begin{aligned} \Omega_X^b(0) &= \Omega_H \cos\psi + B_X & \Omega_X^b(180) &= \Omega_H \cos(\psi + 180^\circ) + B_X \\ \Omega_Y^b(0) &= \Omega_H \sin\psi + B_Y & \Omega_Y^b(180) &= \Omega_H \sin(\psi + 180^\circ) + B_Y \end{aligned} \quad (8)$$

Przy założeniu stałych błędów giroskopów azymut wyliczamy zgodnie z równaniem (9):

$$\psi_{obl} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Omega_Y^b(0) - \Omega_Y^b(180)}{\Omega_X^b(0) - \Omega_X^b(180)}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Omega_H \sin\psi}{\Omega_H \cos\psi}\right) \quad (9)$$

W stosunku do równania (3) widać, że zostały wyeliminowane stałe dryfy giroskopów. W warunkach rzeczywistych dryfy są zmienne, jednakże w krótkim czasie przeprowadzania girokompasowania dla giroskopów o dużej stabilności współczynnika skali zmiany te są niewielkie i dzięki temu metoda jest wyjątkowo skuteczna.

### **Metoda wielokrotnego pomiaru [1]**

W metodzie wielokrotnego pomiaru wykonuje się  $N$  pomiarów. Proces pomiaru wyjaśniają równania (10):

$$\begin{aligned} R &= \sum_{i=1}^N \Omega(\psi_i) \cos(\psi_i), \\ I &= \sum_{i=1}^N \Omega(\psi_i) \sin(\psi_i), \\ \psi_{obl} &= \operatorname{arctg}\left(\frac{I}{R}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie:  $N$  - liczba pomiarów,

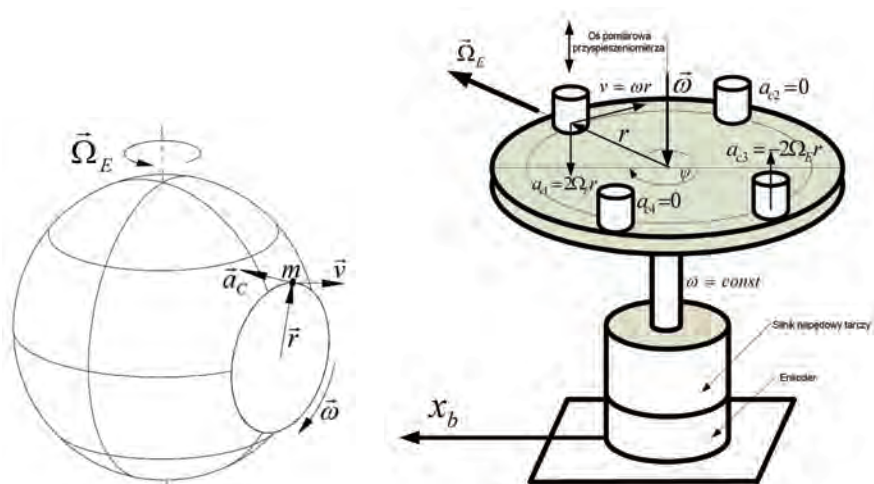
$\psi_i$  - bieżący azymut,

$R$  - suma składowych mierzonych wzdłuż osi  $X$  obiektu,

$I$  - suma składowych mierzonych wzdłuż osi  $Y$  obiektu.

## **4. INERCJALNE METODY BEZGIROSKOPOWE OKREŚLANIA PÓŁNOCY**

Ciekawą propozycję urządzenia bezgiroskopowego zamieszczono w pracach [6] i [7]. Koncepcja tych rozwiązań zakłada wykorzystanie siły Coriolisa będącej następstwem przyspieszenia powstałego podczas unoszenia z prędkością kątową (w tym przypadku z prędkością Ziemi  $\Omega_Z$ ) ciała poruszającego się z prędkością liniową  $v$ .



Rys. 4. Z lewej, idea pomiaru kierunku bez giroskopów, z prawej, układ doświadczalny

Prędkość liniową  $v$  uzyskuje się w wyniku zadania ruchu obrotowego tarczy obracającej się ze stałą prędkością obrotową  $\omega$  o promieniu  $r$  (rys. 4 z lewej). W celu zwiększenia przejrzystości opisu rozwiązania rozpatrujemy położenie poziome tarczy na równiku, oś podłużna obiektu odchylona jest o poszukiwaną wartość kąta  $\psi$ . Wartość przyspieszenia Coriolisa mierzona jest przy pomocy przyspieszeniomierza o osi pomiarowej prostopadłej do powierzchni wirującej tarczy (rys. 4 z prawej). Przyspieszenie to jest proporcjonalna do iloczynu odpowiednich składowych prędkości  $\Omega_E$  i  $\omega$ . Przy założeniu stałej (lub zmierzonej) wartości  $\omega$  przyspieszenie Coriolisa mierzone przez przyspieszeniomierz jest funkcją kąta obrotu tarczy (względem osi podłużnej  $x_b$ ) z przesunięciem fazowym o wartości  $\psi$  (czyli azymutu). Maksimum amplitudy sygnału przyspieszeniomierza osiągnięte jest dla kąta położenia wirującej tarczy równego  $\psi$ . W rzeczywistości amplituda sygnału jest funkcją pozostałych kątów orientacji. W tym przypadku proponuje się określić wartość kąta  $\psi$  poprzez wyszukanie zerowych wartości amplitud sygnału. Wartość zerowa sygnału jest osiągnięta gdy kąty położenia tarczy przyjmują wartości kątów  $(\psi - 90 \text{ deg})$  i  $(\psi + 90 \text{ deg})$ .

W celu wypoziomowania lub zmierzenia kątów pochylenia i przechylenia obiektu na wirującej tarczy montuje się przyspieszeniomierz (o osi pomiarowej leżącej w płaszczyźnie tarczy) mierzący składowe przyspieszenia ziemskiego w funkcji kąta obrotu tarczy.

Według publikacji [7], w urządzeniu z tarczą wirującą z prędkością 25 obrotów na sekundę i o promieniu zabudowy przyspieszeniomierza równym 30 mm błąd azymutu w warunkach ustalonych był na poziomie 0.01 deg.

## 5. WNIOSKI

Inercjalne metody określenia azymutu obiektów będących na powierzchni Ziemi lub w jego pobliżu (pod ziemią, pod wodą, na ziemi, na lądzie i wodzie, w bliskim kosmosie) są bardzo atrakcyjne z racji dużej niezawodności tych metod i dość dużej dokładności. Wysoka niezawodność tych pomiarów związana jest z niemożnością zakłócenia pola grawitacyjnego Ziemi oraz jej wektora prędkości obrotowej. Są to cechy szczególne Ziemi. Dzięki nim opisane metody są możliwe do przeprowadzenia.

Aby jednak mogły być stosowane muszą być spełnione pewne warunki [2], [3]. Chyba najważniejszym warunkiem jest zachowanie podczas procesu girokompasowania niezakłóconej pracy w sensie mechanicznym. Prędkość obrotu Ziemi jest stosunkowo niewielka (15.04 deg/h) i każdy ruch układu może w istotny sposób zakłócać pomiar. Jest to szczególnie ważne w przypadku wykonywania procedury girokompasowania na obiekcie latającym, stojącym na ziemi, zaopatrzone w duże powierzchnie nośne podatne na podmuchy wiatru. Innym zagadnieniem

jest eliminowanie wpływu szkodliwych przyspieszeń od manewrów oraz falowania na statkach i okrętach. W celu eliminacji tych niepożądanych zjawisk (dewiacja inercyjna) szeroko stosuje się filtrację, również kalmanowską. W tym celu wykorzystuje się też aproksymację falkową. Zakłócenia mechaniczne powodują wzrost czasu trwania procedury girokompasowania. W przypadku typowym wynosi on około 5 minut. W czasie wystąpienia zakłóceń wzrasta do 10÷15 minut, a może skończyć się bez sukcesu.

W przypadku pojazdów lądowych można próbować przeprowadzać proces girokompasowania podczas ruchu obiektu. Taką próbę opisano w pracach [4] i [5]. Metody podwójnego girokompasowania i wielokrotnego girokompasowania pozwalają na znaczące zwiększenie dokładności przy wykorzystaniu tych samych czujników. W praktyce metoda podwójnego girokompasowania pozwala na zmniejszenie błędu azymutu początkowego 3÷4 razy dla giroskopów klasy 1 deg/h. Wykonując girokompasowanie w Warszawie giroskopami o dryfie 1 deg/h możemy spodziewać się błędu azymutu na poziomie 6 deg (rys. 3), o tyle po podwójnym girokompasowaniu błąd wyniesie poniżej 2 deg. W przypadku giroskopów dokładniejszych zysk jest jeszcze większy. Wiąże się to ze wzrostem stabilności sygnału z giroskopu.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] H.A. Lamprecht, H. Tromp, M.A. Abbot: *Base Motion Compensation for a Fiber-Optic North-Seeking Gyroscopes*, Symposium Gyro Technology, Stuttgart, 1996.
- [2] M. Kayton, W.R. Fried: *Avionics Navigation Systems*, John Wiley & Sons, 1997.
- [3] D.H. Titterton and J.L. Weston: *Strapdown inertial navigation technology*, Peter Peregrinus, 1997.
- [4] J. Szymanowski, J. Grzelak, S. Popowski: *Static Initial Azimuth Update Method in Land Navigation Systems*, Annual of Navigation nr 6, 2003.
- [5] J. Szymanowski, J. Grzelak, S. Popowski: *Dynamic Initial Settings Update Method in Inertial Navigation Systems*, Annual of Navigation nr 8, 2004.
- [6] T. Pöthig: *Entwicklung und Erprobung eines Systems zur kreislosen Nordrichtungsbestimmung auf Grundlage von Beschleunigungsmessungen*, Regelungstechnisches Kolloquium in Boppard, vom 25.-27. Februar 2009.
- [7] I.Y. Bar-Itzhack, J. Reiner, M. Naroditsky: *New Inertial Azimuth Finder Apparatus*, Journal of Guidance, Control and Dynamics Vol. 24, No. 2, March–April 2001.

**Witold Dąbrowski, Stanisław Popowski**

### ESTIMATION OF AZIMUTH BASED ON INERTIAL MEASUREMENTS

#### **Abstract**

*In the article north finding methods based on inertial measurements are presented. The idea of gyrocompass is described, as at the beginning of 20<sup>th</sup> century this instrument revolutionised procedures of course angle measurement on ships. The gyrocompassing procedure is presented - it was used during first half of 20<sup>th</sup> century, primarily in cardan and then in strapdown inertial attitude measuring systems. Modifications of this method, aimed at improving measurement accuracy, are discussed. The nongyroscopic inertial method is also considered, as an interesting proposition for the development of inertial north finding methods.*