

ESTYMACJA KĄTA PRZECHYLENIA NA OBIEKTACH RUCHOMYCH

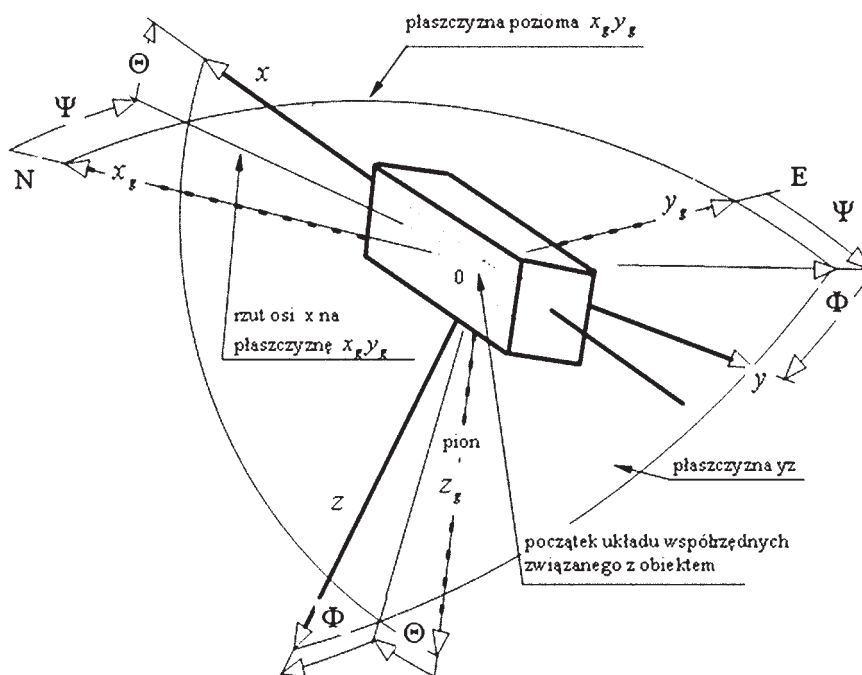
Stanisław Popowski, Witold Dąbrowski
Instytut Lotnictwa

Streszczenie

W artykule przedstawiono metody pomiaru i estymacji kąta przechylenia, które mogą zostać wykorzystane na różnych obiektach ruchomych. Szczegółowo opisano metody bazujące na pomiarze składowych przyspieszenia grawitacyjnego, metody oparte na wykorzystaniu samokompensującego wahadła giroskopowego, metody oparte na analizie obrazu i promieniowania podczerwonego, metody oparte na całkowaniu sygnałów giroskopów prędkościowych, metody wykorzystujące wieloantenny odbiornik GPS i jednoantenny odbiornik GPS (pseudoorientacja). Opisy wybranych metod pomiarowych zilustrowano doświadczalnymi wynikami uzyskanymi podczas badań laboratoryjnych i na przykładowych obiektach.

1. WSTĘP

Na rysunku 1 przedstawiono określenia kątów orientacji: pochylenia, przechylenia i kursu. Pomiar tych kątów na obiekcie ruchomym jednoznacznie definiuje orientację kątową obiektu.



Rys. 1. Definicja kątów orientacji [8]

Aby zdefiniować kąty orientacji należy wprowadzić dwa układy odniesienia: jeden normalny układ współrzędnych związany z Ziemią o początku ustalonym w środku masy obiektu $(0, x_g, y_g, z_g)$, drugi układ współrzędnych związany z obiektem $(0, x, y, z)$ [8]. Oba układy są prawoskrętne z osią z nominalnie skierowaną w dół. Interesujący nas kąt przechylenia (Φ) jest kątem obrotu wokół osi podłużnej obiektu x sprowadzający przemieszczoną o kąt (Ψ) (kursu) oś x_g w położenie zgodne z położeniem osi y .

2. METODY POMIARU KĄTA PRZECHYLENIA

Najczęściej spotyka się następujące metody wyznaczania orientacji:

- na podstawie pomiarów składowych przyspieszenia grawitacyjnego,
- przy wykorzystaniu samokompensującego wahadła giroskopowego,
- poprzez całkowanie sygnałów giroskopów prędkościowych,
- na podstawie analizy obrazu z kamery umieszczonej na obiekcie w świetle widzialnym lub podczerwonym,
- przy pomocy wieloantenowego odbiornika GPS,
- na podstawie pomiarów składowych prędkości liniowych przy pomocy odbiornika GPS (tzw. pseudoorientacja),
- poprzez integrację wyżej wymienionych metod.

2.1. Pomiar przechylenia przez pomiar przyspieszeń liniowych

Pomiar przechylenia w sytuacji braku przyspieszeń bocznych można sprowadzić do pomiaru przyspieszeń w osiach obiektu x i y . Wynika to bezpośrednio z równania (1) określającego przyspieszenia liniowe mierzone na poruszającym się obiekcie [6].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_x \\ \mathbf{a}_y \\ \mathbf{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{q}\mathbf{w} - \mathbf{r}\mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{r}\mathbf{u} - \mathbf{p}\mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{w}} + \mathbf{p}\mathbf{v} - \mathbf{q}\mathbf{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g} \sin \Theta \\ -\mathbf{g} \cos \Theta \sin \Phi \\ -\mathbf{g} \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Aby wyznaczyć kąty pochylenia i przechylenia należy założyć zerowe przyspieszenia w ruchu krzywoliniowym i liniowym (z reguły są to wielkości nie mierzone) i z dwóch pierwszych równań wyznaczyć zarówno kąt pochylenia jak i przechylenia (2):

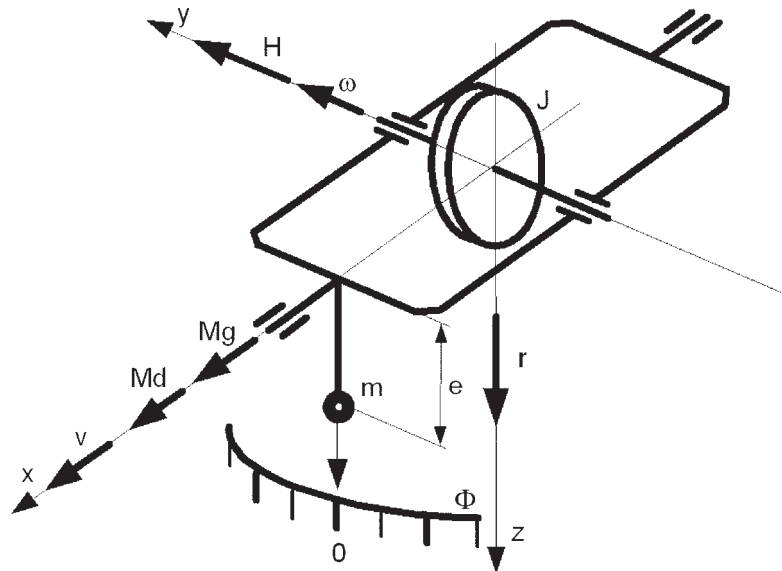
$$\begin{aligned} \Theta &= a \sin \left(\frac{\mathbf{a}_x}{\mathbf{g}} \right), \\ \Phi &= a \sin \left(\frac{-\mathbf{a}_y}{\mathbf{g} \cos \Theta} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Nieuwzględnienie przyspieszeń wynikających z ruchu jest źródłem błędów. Ponadto warto zauważyć, że aby wyznaczyć tą metodą kąt przechylenia, trzeba najpierw znać kąt pochylenia. Aby zwiększyć dokładność pomiarów można w zależnościach 2 uwzględnić dodatkowo zmierzone dominujące składniki przyspieszenia wynikającego z ruchu. Dla pojazdu poruszającego się po płaszczyźnie będzie to [9]:

$$\begin{aligned} \Theta &= a \sin \left(\frac{\mathbf{a}_x - \dot{\mathbf{u}}}{\mathbf{g}} \right), \\ \Phi &= -a \sin \left(\frac{\mathbf{a}_y - \mathbf{r}\mathbf{u}}{\mathbf{g} \cos \Theta} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

2.2. Pomiar przechylenia samokomensującym wahadłem giroskopowym

Do pomiaru kąta przechylenia przy manewrach w czasie których występują przyspieszenia dośrodkowe można wykorzystać tak zwane sterowane wahadło giroskopowe [10]. Układ pomiarowy wahadła giroskopowego przedstawia sobą mechaniczny system pomiarowy (rys. 2). Układ jest ustawiony na obiekcie ruchomym. Oś x jest skierowany wzdłuż osi podłużnej obiektu. Względem osi x przebiega oś obrotu wahadła, które tworzy giroskop w ramie oraz mimośrodkowo (e – mimośród) umieszczona masa (m na rys. 2). Oś wirowania giroskopu y jest prostopadła do osi obrotu wahadła. Aby wahadło wychylało się tylko pod działaniem przyspieszenia ziemskiego wykorzystano moment siły \mathbf{M}_g wywierany przez giroskop (o kręcie \mathbf{H}).



Rys. 2. Układ pomiarowy wahadła giroskopowego

Podczas ruchu na łuku o promieniu R_z z prędkością kątową r pojawia się przyspieszenie dośrodkowe, które działa na powstałe wahadło momentem o wartości:

$$\mathbf{M}_d = mer = me \frac{v^2}{R_z}. \quad (4)$$

Pojawienie się prędkości kątowej r powoduje powstanie na giroskopie momentu siły o wartości:

$$\mathbf{M}_g = \mathbf{Hr} = J\omega \frac{v}{R_z}, \quad (5)$$

gdzie:

- J – moment bezwładności wirnika giroskopu względem osi obrotu y ,
- ω – prędkość obrotowa giroskopu.

Jeżeli wahadło ma nie reagować na przyspieszenie dośrodkowe, to moment giroskopowy \mathbf{M}_g pojawiający się w zakręcie powinien być równy, co do wielkości, ale z przeciwnym znakiem, momentowi \mathbf{M}_d :

$$J\omega \frac{v}{R_z} = me \frac{v^2}{R_z}. \quad (6)$$

Po uproszczeniu powstaje warunek: $J\omega = mev$.

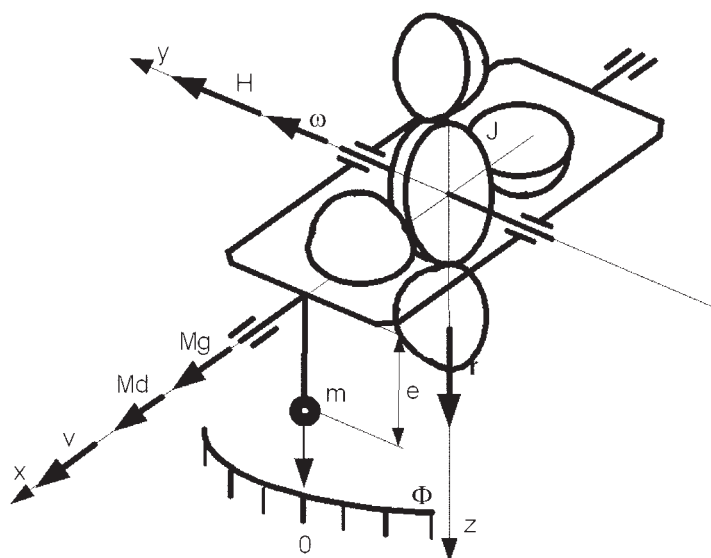
Ponieważ J , m , e są niezmiennie to najprostszym technicznie sposobem zrealizowania tej zależności jest doprowadzenie do tego, aby prędkość obrotowa giroskopu (ω) była proporcjonalna do prędkości liniowej obiektu (v):

$$\omega = \frac{me}{J} \mathbf{v} = K\mathbf{v}, \quad (7)$$

gdzie:

- \mathbf{v} – prędkość liniowa obiektu,
- K – współczynnik proporcjonalności.

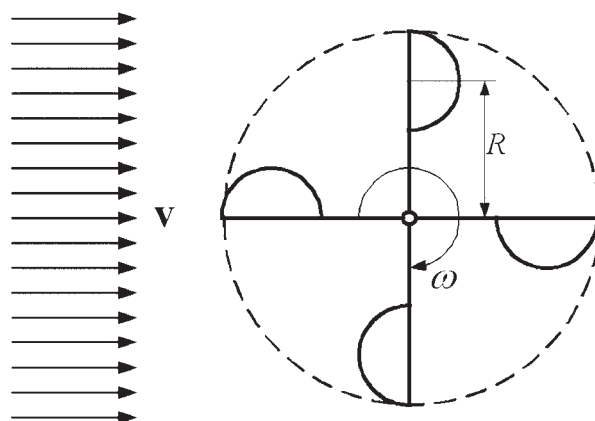
Jeśli jest spełniony ten warunek, to kąt wychylenia wahadła będzie zależeć tylko od wartości składowej przyspieszenia grawitacyjnego, która pojawi się wzdłuż osi y . Tym samym układ pomiarowy będzie działać bez względu na przyspieszenie dośrodkowe. Kąt wychylenia wahadła jest wprost miarą przechylenia.



Rys. 3. Układ pomiarowy wahadła giroskopowego z napędem wiatraczkowym giroskopu

Aby w prosty sposób spełnić wymaganie (7) proponuje się na obiekcie poruszającym się w atmosferze wprowadzić napęd wirnika giroskopu za pomocą przepływającego powietrza i odpowiednio ukształtowanych łopatek umieszczonych na obwodzie wirnika (rys. 3).

Zastosowany układ napędowy wirnika znany jest z zastosowania w anemometrze wiatraczkowym pod nazwą krzyża Robinsona (rys. 4) [7].



Rys. 4. Krzyż Robinsona

W warunkach statycznych, w przepływie laminarnym i w stanie ustalonym przyjmuje się, że suma sił wprawiających w ruch obrotowy wirnik idealny (bez obciążenia go siłami tarcia i oporów aerodynamicznych, a także bez uwzględnienia współoddziaływania czasz) jest proporcjonalna do różnicy wartości współczynników oporu aerodynamicznego C_1 i C_2 dla wklęsłych i wypukłych powierzchni czasz. W przypadku wirnika czteroczaszowego mamy następujące zależności:

$$\mathbf{F}_1 = C_1 \rho S (\mathbf{v} - \mathbf{v}_w)^2, \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_2 = C_2 \rho S (\mathbf{v} + \mathbf{v}_w)^2. \quad (9)$$

gdzie:

- \mathbf{F}_1 – siła działająca na czaszę 1,
- \mathbf{F}_2 – siła działająca na czaszę 2,
- \mathbf{v} – prędkość przepływu strumienia powietrza,
- \mathbf{v}_w – prędkość obwodowa wirnika na promieniu R (rys. 4),
- R – ramię wirnika,
- ρ – gęstość powietrza,
- S – pole przekroju poprzecznego czasz wirnika,
- C_1 – współczynnik oporu powierzchni wklęsłej,
- C_2 – współczynnik oporu powierzchni wypukłej.

Jeżeli prędkość strugi powietrza wynosi \mathbf{v} , to w położeniu pokazanym na rysunku 4 względna prędkość powietrza opływającego półkulę wklęsłą wynosi $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} - \mathbf{v}_w$, zaś względna prędkość powietrza opływającego półkulę wypukłą wyniesie $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v} + \mathbf{v}_w$. Prędkość obwodowa \mathbf{v}_w wirnika będzie się zwiększać do chwili, gdy momenty sił działających na obie półkule zrównoważą się, wówczas $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$, czyli:

$$C_1 (\mathbf{v} - \mathbf{v}_w)^2 = C_2 (\mathbf{v} + \mathbf{v}_w)^2. \quad (10)$$

Z zależności (10) wynika niezależność zjawiska od zmian gęstości powietrza (tym samym od wysokości lotu obiektu, na którym dokonujemy pomiaru). Po przekształceniach otrzymamy:

$$\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}_w} = \frac{k+1}{k-1} = \sigma, \quad \text{gdzie } k = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}. \quad (11)$$

Dla typowych czasz stosunek $C_1/C_2 = 4$ (z dokładnością 2%) [7]. Tak więc współczynnik $\sigma = 3$, a

$$\mathbf{v} = 3\mathbf{v}_w = 6\pi R\omega. \quad (12)$$

Zatem prędkość obwodowa \mathbf{v}_w nieobciążonego wirnika z czaszami jest proporcjonalna do rzeczywistej prędkości strumienia powietrza \mathbf{v} , charakterystyka $\mathbf{v}_w = f(\mathbf{v})$ jest liniowa. W rzeczywistości występuje dodatkowo moment (M_0) obciążający wirnik, wynikający z sił tarcia w łożyskach wirnika i oporów aerodynamicznych. Powoduje on, że liniowość charakterystyki jest zachowana w pewnym przedziale (np. 0.5÷50 m/s). Biorąc pod uwagę warunek (7) oraz zależność (12) można napisać:

$$\omega = \frac{me}{J} \mathbf{v} = \frac{6\pi Rme}{J} \omega. \quad (13)$$

Stąd warunek poprawnego działania układu:

$$6\pi Rme = J. \quad (14)$$

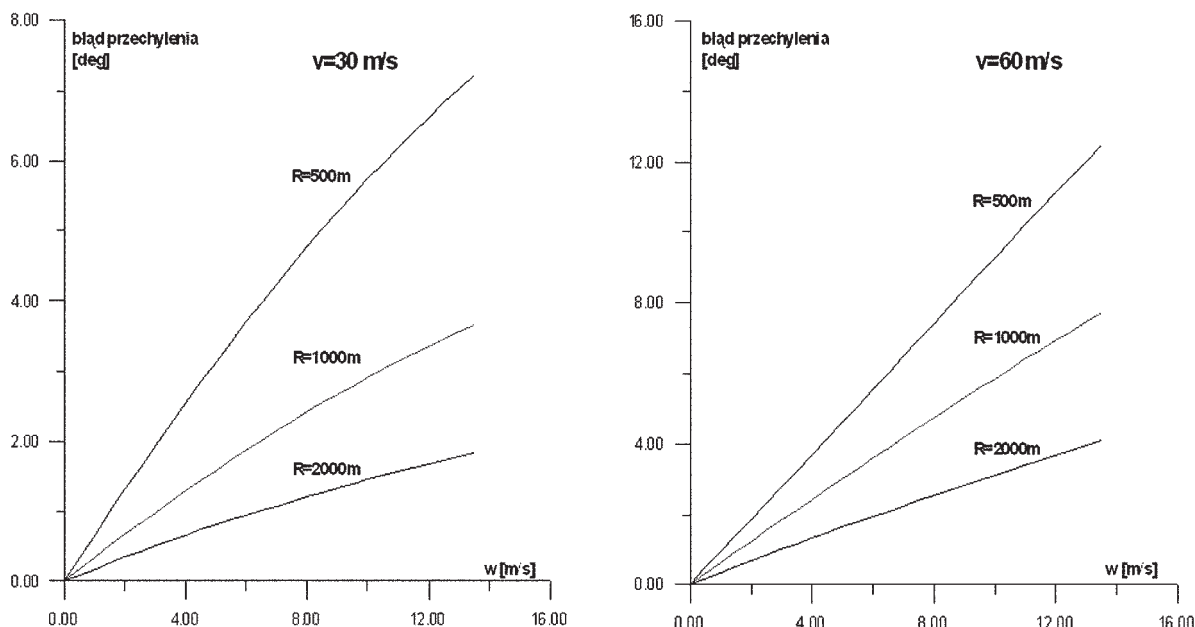
Jeśli wirnik giroskopu będzie złożony tylko z czterech czasz, każda o masie M na promieniu R , to moment bezwładności wirnika wyniesie:

$$J = 4MR^2. \quad (15)$$

Wtedy warunek sprowadzi się do prostej zależności:

$$\frac{me}{MR} = \frac{2}{3\pi}. \quad (16)$$

Po spełnieniu tego warunku kąt obrotu ramki giroskopu jest wprost miarą kąta przechylenia obiektu. Przedstawiony układ pomiarowy jest całkowicie mechaniczny. Nie wymaga zasilania oraz jest całkowicie odporny na PIM. Przedstawiony układ ma swoje zalety, ale również ma i wady. Wadą podstawową jest wprowadzenie prędkości względem powietrza zamiast prędkości względem ziemi. Jeśli nie ma wiatru lub jego prędkość jest niewielka, to układ zachowuje się poprawnie. Ale w przypadku dużych prędkości wiatru pojawiają się błędy.



Rys. 5. Błędy przechylenia spowodowane wiatrem. Z lewej dla prędkości obiektu 30 m/s, z prawej dla prędkości 60 m/s

Aby oszacować te błędy przeprowadzono badania symulacyjne przedstawionego układu pomiarowego. Założono lot po okręgu o zadanym promieniu (obliczenia przeprowadzono dla promienia $R = 500 \text{ m}$, 1000 m i 2000 m), z zadaną prędkością (przyjęto do obliczeń dwie prędkości: 30 m/s i 60 m/s) przy wietrze wiejącym z prędkościami od zera do 14 m/s . W przypadku braku wiatru wahadło jest całkowicie skompensowane. Moment giroskopowy równoważy moment od przyspieszenia dośrodkowego. Pomiar jest dokładny. Gdy pojawia się wiatr o określonym kierunku, to tylko w dwóch punktach toru lotu prędkość nie ulegnie zmianie w stosunku do sytuacji wcześniejszej. Będą to punkty, w których prędkość lotu jest prostopadła do prędkości wiatru. W pozostałych punktach prędkość będzie mniejsza lub większa o składową prędkości wiatru w danym punkcie. Maksymalne różnice będą pomiędzy lotem pod wiatr i z wiatrem. Tam wystąpią największe błędy. Wyniki symulacji przedstawiono na rysunku 5. Na wykresach przedstawiono moduł błędu. Jego znak będzie raz + i raz -. Widać, że dla dużych prędkości lotu i dużej prędkości wiatru w celu ograniczenia błędów przechylenia należy wykonywać zakręty ze stosunkowo dużymi promieniami.

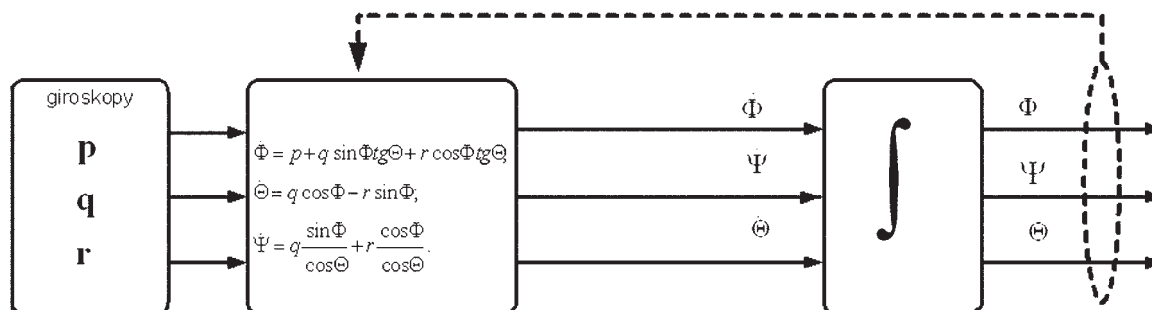
2.3. Pomiar przechylenia przez całkowanie prędkości kątowej

Kąty orientacji można określić z poniższych równań kinematycznych:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= p + q \sin \Phi \operatorname{tg} \Theta + r \cos \Phi \operatorname{tg} \Theta, \\ \dot{\Theta} &= q \cos \Phi - r \sin \Phi, \\ \dot{\Psi} &= q \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} + r \frac{\cos \Phi}{\cos \Theta}. \end{aligned} \tag{17}$$

gdzie (Θ, Φ, Ψ) są kątami pochylenia, przechylenia i odchylenia zdefiniowanymi zgodnie z rysunkiem 1 a p, q, r są odpowiednimi prędkościami kątowymi względem osi x, y i z .

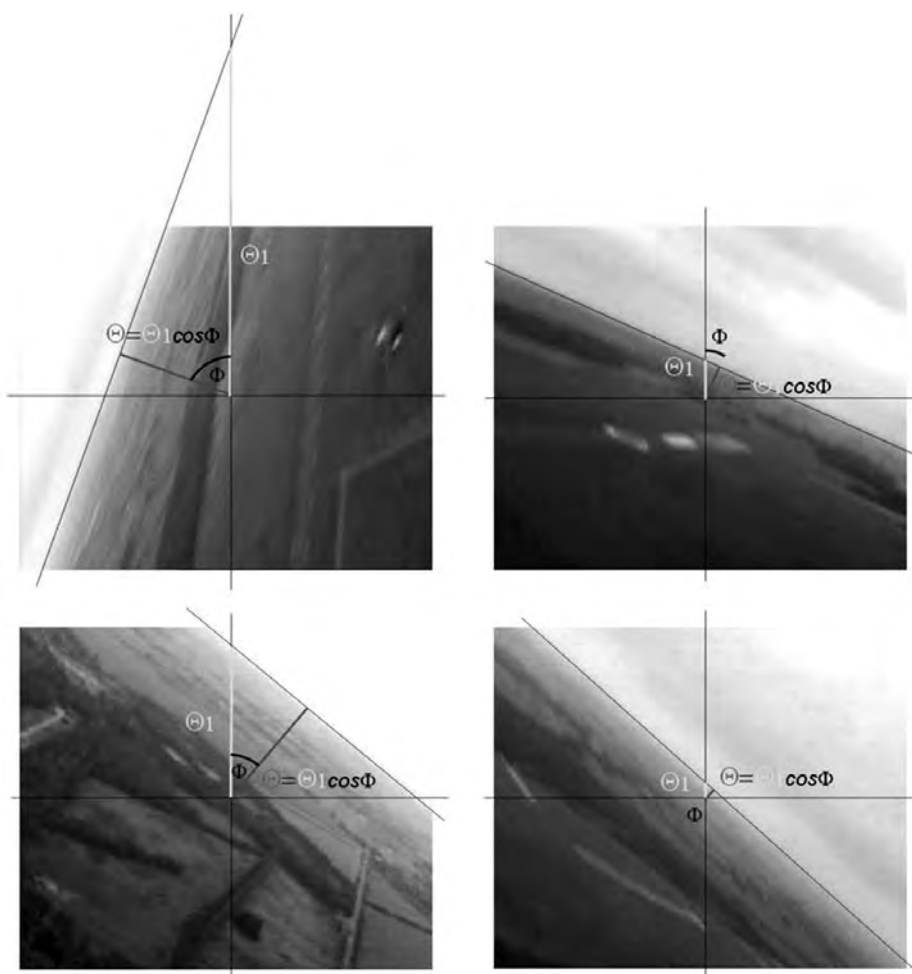
Zmierzone na obiekcie prędkości kątowe (p, q, r) oraz orientacja kątowa (Θ, Φ, Ψ) z poprzedniego kroku umożliwiają w drodze całkowania równań (17) otrzymanie aktualnej orientacji kątowej. Cechą niekorzystną takiego systemu są punkty osobliwe pojawiające się dla pochylenia równego $\pm 90^\circ$. Aby uniknąć tego zjawiska często wykorzystuje się do obliczeń orientacji przestrzennej kwaterniony [6]. W przypadku użycia do pomiaru prędkości kątowej tanich czujników giroskopowych o dużym dryfie, można się również liczyć z błędami szybko narastającymi w czasie. Jest to efekt uboczny całkowania. Na rysunku 6 przedstawiono schemat takiego systemu.



Rys. 6. System orientacji przestrzennej wykorzystujący pomiary giroskopów prędkościowych i równania kinematyczne

2.4. Pomiar przechylenia przez analizę obrazu

Kąt przechylenia można również określić przez zastosowanie analizy obrazu dostarczanego przez kamerę (nieruchomą względem obiektu, na którym jest zainstalowana) [3], [4]. Może to być tania, miniaturowa kamera CCD.

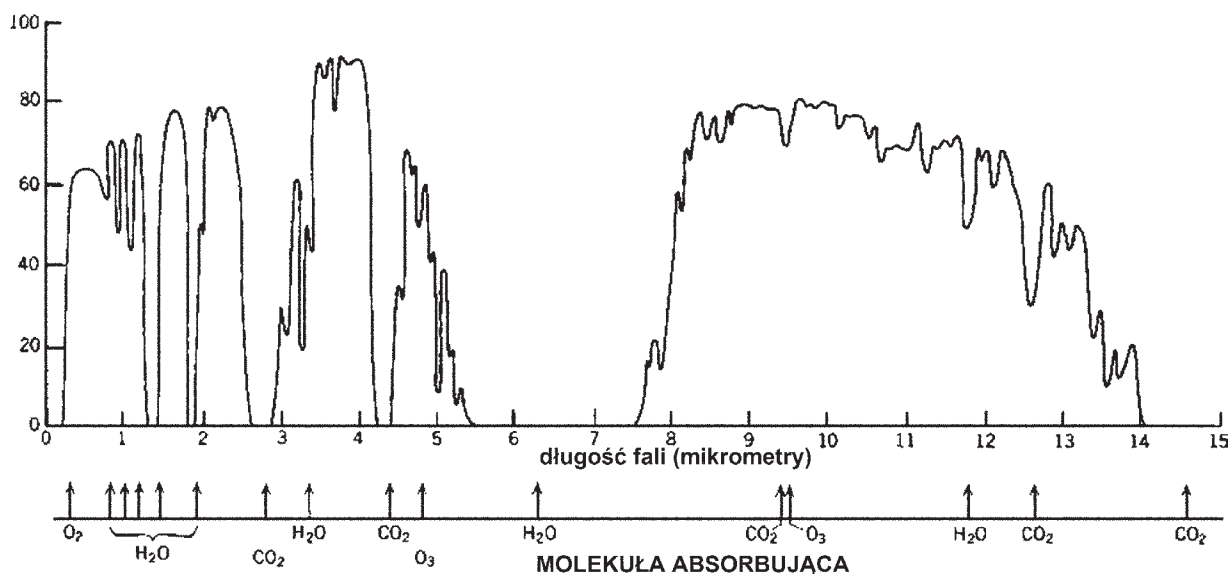


Rys. 7. Przykład wyznaczenia kątów orientacji poprzez analizę obrazu [4]

Przykładowe kadry z naniesionymi liniami służącymi do wyznaczenia kątów przechylenia i pochylenia samolotu zaprezentowane zostały na rysunku 7. Można taki proces zautomatyzować i na bieżąco, w czasie rzeczywistym, wyznaczać estymaty kątów przechylenia i pochylenia na podstawie obrazu „widzianego” przez kamerę. Automatyczne wyznaczanie estymat kątów pochylenia i przechylenia wiąże się z opracowaniem odpowiedniego algorytmu przetwarzania (poprawy jakości obrazu, binaryzacji obrazu) i analizy obrazu (detekcja linii). Algorytm ten umożliwia programowe wyznaczanie linii horyzontu i wyliczenie kątów.

2.5. Pomiar przechylenia czujnikami podczerwieni

Zasada działania tego typu rozwiązania polega na pomiarze promieniowania podczerwonego o długości fal z przedziału 812 m. Na rysunku 8 przedstawiono współczynnik sprawności transmisji fal przez atmosferę z obszarem pasma określanego jako „okno atmosferyczne”.



Rys. 8. Współczynnik sprawności (energetycznej) transmisji fal elektromagnetycznych przez atmosferę na odległość ok. 1800 m wyrażony w funkcji długości fali. Wyraźnie widoczne „okno” w zakresie długości fal 8–12 μm [14]

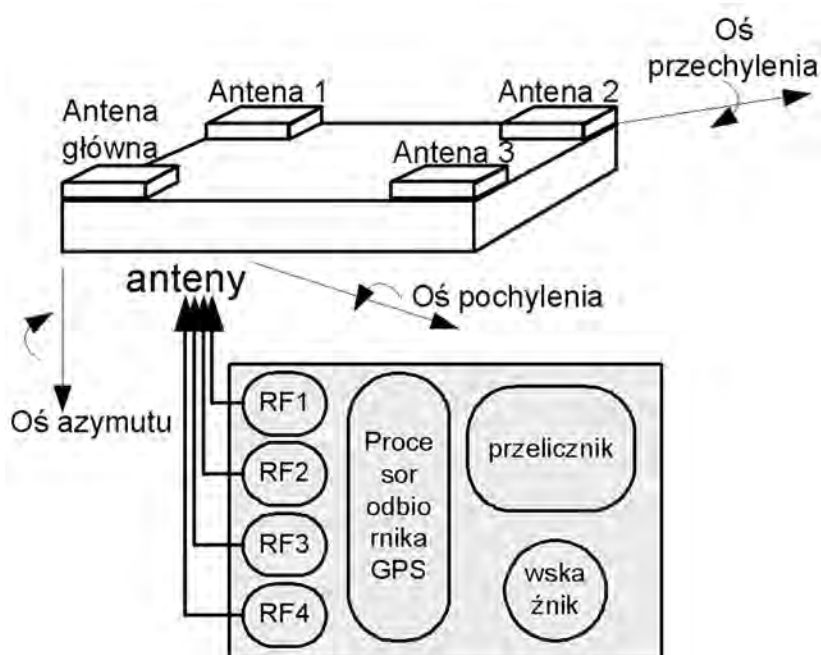
Pasmo to dobrze nadaje się do odróżniania „zimnego nieba” od „cieplej ziemi”, czyli do wykrywania linii horyzontu. Tanie czujniki typu termostosu, działające w tym zakresie widma, są od niedawna powszechnie dostępne (np. SMTIR 9902 produkowane przez firmę SMARTTEC). Zastosowanie ich do wykrywania linii horyzontu daje dobre wyniki przez cały rok. Poprawne wyniki pomiaru można uzyskiwać już od wysokości kilkunastu metrów nad powierzchnią ziemi. Atrakcyjność tej metody polega, między innymi, na tym, że nie wymaga ona użycia obiektywów lub innych układów optycznych, a także jakichkolwiek elementów ruchomych względem obiektu, na którym układ czujników został zainstalowany.

2.6. Pomiar przechylenia za pomocą czteroantenowego odbiornika GPS

Odbiornik nawigacji satelitarnej, poza dostarczeniem informacji nawigacyjnej jak: współrzędne położenia i prędkości liniowe, może również dostarczać informację o orientacji kątowej obiektu: o kącie pochylenia i przechylenia. W tym celu opracowano wieloantenowe (najczęściej czteroantenowe) odbiorniki nawigacji satelitarnej. Układy GPS wieloantenowe stosowane są głównie w obiektach poruszających się na powierzchni lądu, morza, satelitach niskich orbit oraz obiektach latających.

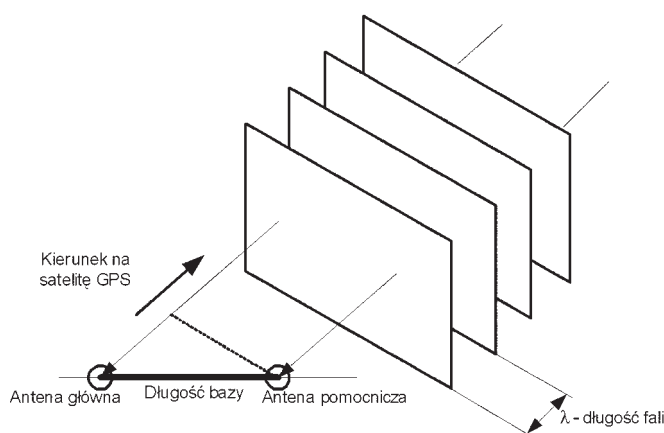
Układ taki przedstawiono poniżej na podstawie rozwiązania Vector firmy Trimble [13]. W celu określenia kątów azymutu, pochylenia i przechylenia wieloantenowy odbiornik GPS przetwarza sygnały zebrane przez cztery anteny. Zasada działania układu (rys. 9) polega na

pomiarze przesunięcia fazy odbieranego sygnału fali nośnej GPS pomiędzy anteną główną (RF1) a pozostałymi antenami (RF2, RF3, RF4).



Rys. 9. Schemat działania układu wieloantenowego GPS

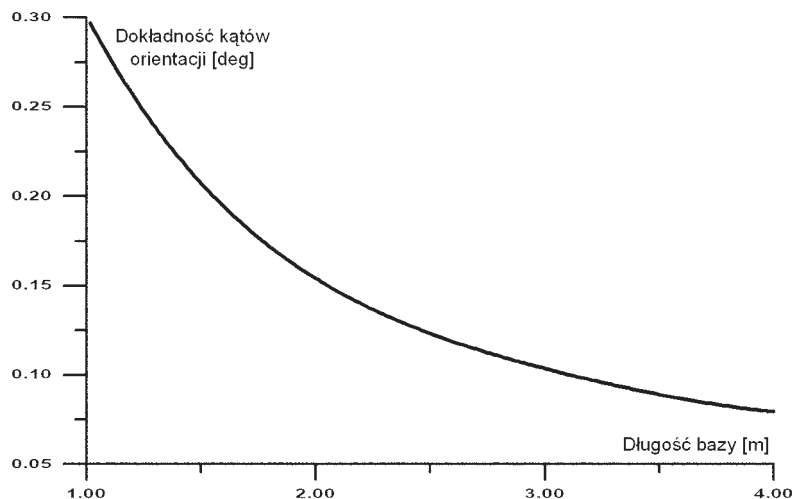
Na rysunku 10 pokazano pojedynczą linię bazową z dwiema antenami oraz przesunięcie fazy fali nośnej (o długości fali λ). Kolejne płaszczyzny (prostopadłe do linii widoku satelity) związane są z czołami fal.



Rys. 10. Idea pomiaru przesunięć fazowych fali nośnej między anteną główną a pomocniczą

Wektor linii bazowej: antena główna – antena pomocnicza, może być rzutowany na linię widoku satelity. Ten rzut określa różnicę faz pomiędzy sygnałem nośnej odbieranej przez antenę pomocniczą i główną. Jeśli zapewni się jednoczesny pomiar przesunięć fazy fali nośnej z co najmniej trzech satelitów możliwe będzie określenie orientacji tej linii bazowej tzn. jej azymut i pochylenie. Dodanie trzeciej anteny umożliwia pomiar również kąta przechylenia. Czwarta antena zapewnia dodatkowe pomiary podnosząc ogólne własności układu.

Dokładność pomiaru kątów odniesienia głównie zależy od długości linii bazowej układu anten (macierzy anten na jednoznacznej płaszczyźnie), geometrycznego położenia satelitów i odbić interferencyjnych od nieodległych przedmiotów. Długość bazy jest to długość wektora linii bazowej rzutowana na wybraną powierzchnię odniesienia. Na przykład najdłuższą linię bazową a zatem największą dokładność określenia azymutu uzyska się umieszczając macierz anten w płaszczyźnie zbliżonej do poziomej.

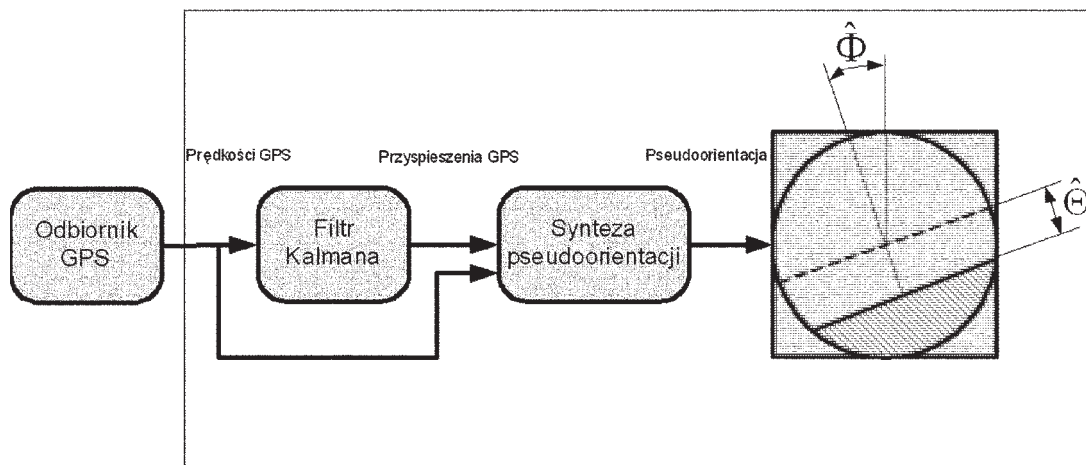


Rys. 11. Zależność dokładności pomiaru kątów orientacji od długości bazy

Ze względu na dokładność należy stosować jak największą długość bazy (rys. 11), jednocześnie pamiętając, że zbyt duża odległość anten ogranicza szybkość przetwarzania sygnału oraz istnieje niebezpieczeństwo powstawania błędów w wyniku wzajemnego przemieszczania się anten zamontowanych na za mało sztywnych elementach.

2.7. Pomiar przechylenia za pomocą jednoantenowego odbiornika GPS – pseudoorientacja

Pomiar kąta przechylenia można też przeprowadzić na podstawie pomiaru prędkości liniowych odbiornikiem GPS, a następnie, po obliczeniu przyspieszeń dokonać estymacji kątów pochylenia i przechylenia.

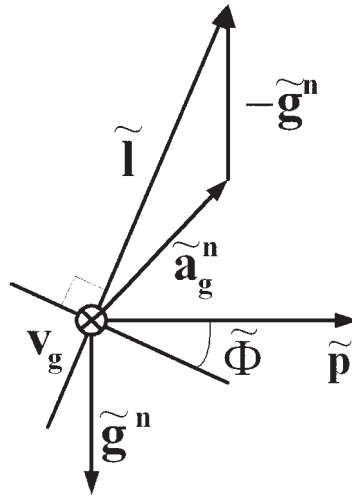


Rys. 12. Idea pseudoorientacji

Na rysunku 12 przedstawiono układ pomiarowy pseudoorientacji [5]. Podstawowym założeniem jest warunek, że zakręt wykonywany jest w sposób prawie lub całkowicie skoordynowany. Pseudoprzechylenie $\tilde{\Phi}$ jest wyliczane na podstawie przyspieszenia samolotu \mathbf{a}_g i przyspieszenia ziemskiego \mathbf{g} , wektory te rzutowane są na kierunek wektora prędkości samolotu \mathbf{v}_g (rys. 13). Przyspieszenie samolotu wyliczane jest z sygnału otrzymywanego z odbiornika GPS poprzez różniczkowanie prędkości mierzonych metodą dopplerowską.

Kąt pseudoprzechylenia $\tilde{\Phi}$ to kąt między wektorem pseudosiły nośnej $\tilde{\mathbf{I}}$ a wektorem lokalnej płaszczyzny odniesienia $\tilde{\mathbf{p}}$ (wzór 18). Wektor pseudosiły nośnej $\tilde{\mathbf{I}}$ jest to wektor wynikający z różnicy wektorów przyspieszenia samolotu i przyspieszenia ziemskiego, normalnych do wektora prędkości \mathbf{v}_g i opisany jest wzorem (19).

Wektory normalne są wynikiem odejmowania wektorów stycznych i wektorów przyspieszeń. Wektory styczne powstają w wyniku rzutowania (na kierunek wektora prędkości obiektu \mathbf{v}_g) przyspieszenia obiektu \mathbf{a}_g oraz przyspieszenia ziemskiego \mathbf{g} i opisane są wzorami (20). Wektor lokalnej płaszczyzny odniesienia $\tilde{\mathbf{p}}$ jest wynikiem mnożenia wektorowego wektora przyspieszenia ziemskiego i prędkości obiektu, opisany jest wzorem (21).



Rys. 13. Ilustracja pseudoprzechylenia

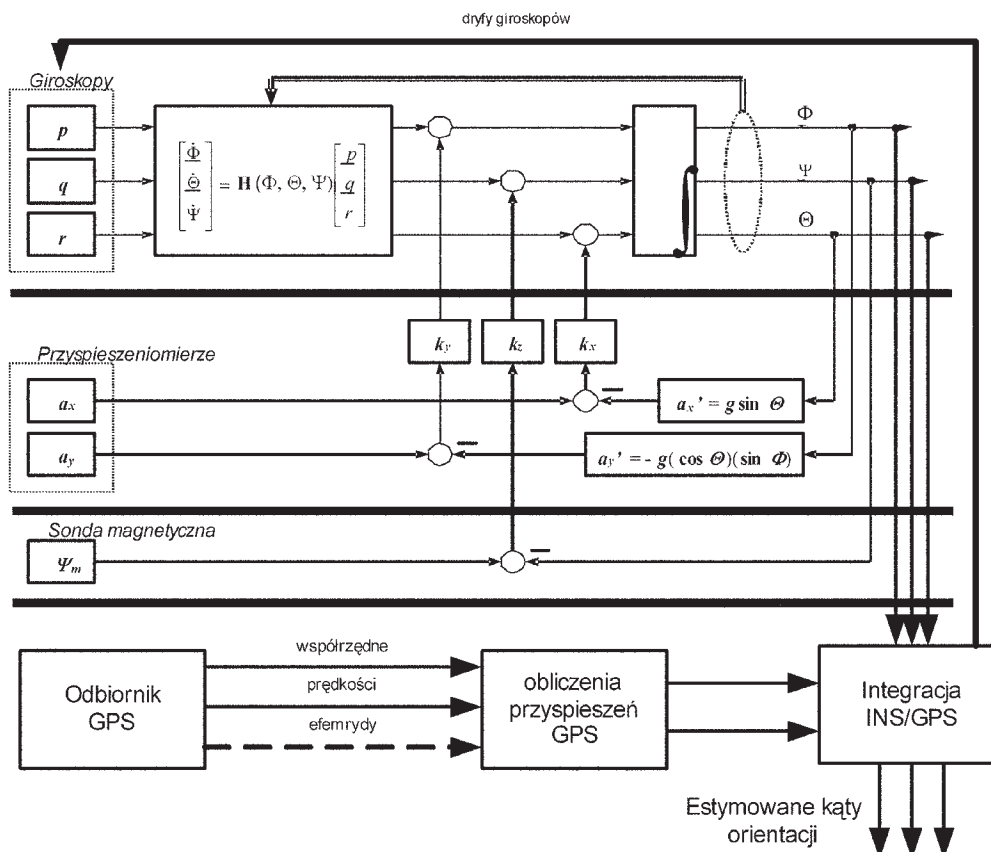
$$\sin \tilde{\Phi} = \frac{\tilde{\mathbf{I}} \cdot \tilde{\mathbf{p}}}{|\tilde{\mathbf{I}}| \cdot |\tilde{\mathbf{p}}|} \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{I}} = \tilde{\mathbf{a}}_g^n - \tilde{\mathbf{g}}^n \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{a}}_g^t &= \frac{\mathbf{a}_g \cdot \mathbf{v}_g}{|\mathbf{v}_g|^2} \mathbf{v}_g \\ \tilde{\mathbf{a}}_g^n &= \mathbf{a}_g - \tilde{\mathbf{a}}_g^t \\ \tilde{\mathbf{g}}^t &= \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_g}{|\mathbf{v}_g|^2} \mathbf{v}_g \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{g}}^n &= \mathbf{g} - \tilde{\mathbf{g}}^t \\ \tilde{\mathbf{p}} &= \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_g = \tilde{\mathbf{g}}^n \cdot \mathbf{v}_g \end{aligned} \quad (21)$$

Następnym krokiem w celu podniesienia dokładności pomiaru kątów orientacji jest zwiększenie liczby źródeł sygnałów niosących dane o kątach orientacji, charakteryzujących się niespójnymi widmami częstotliwościowymi.



Rys. 14. Realizacja układu orientacji z wykorzystaniem pseudoorientacji

Uzyskuje się to poprzez kombinację sygnałów jednoantenowego odbiornika GPS z sygnałami inercjalnych czujników typu MEMS. Przyspieszenie jest wyliczane podczas przetwarzania sygnału prędkości mierzonej przy pomocy GPS-a w wyniku różniczkowania (podwójnego różniczkowania fazy fali nośnej). W celu podniesienia dokładności w tak obliczanym przyspieszeniu uwzględniana jest poprawka wynikająca z przyspieszeń satelitów systemu GPS zawarta w komunikatach efermeryd (rys. 14). Przyspieszenia obliczone z GPS stanowią odniesienie dla sygnału przyspieszeniomierzy. Dodatkowe połączenie pomiaru przyspieszeń z pomiarem kąta odchylenia zmierzonego przy pomocy sondy magnetycznej zapewnia trójosiowy pomiar kątów odniesienia (orientacji przestrzennej). Tor pomiarowy GPS ma stosunkowo małą częstotliwość odświeżania danych i dlatego wykorzystuje się sygnały danych z giroskopów do interpolacji określenia położenia kąтового pomiędzy odczytami GPS. Zgodnie z tą procedurą jest możliwe również określenie błędów giroskopów (rys. 14). Ale nadal pozostają problemy z radiowym systemem GPS: blokowanie, występowanie osłabień i interferencji w sytuacji zakłóceń elektromagnetycznych. Należy również uwzględnić opóźnienie sygnału na wyjściu odbiornika GPS.

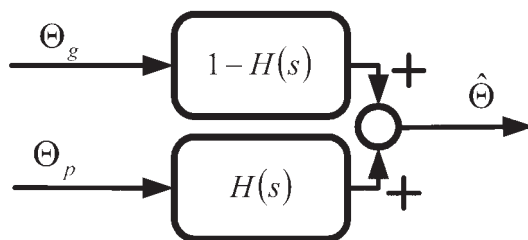
Gdy europejski system nawigacji GALILEO osiągnie pełną zdolność działania należy spodziewać się większej liczby sygnałów nawigacyjnych, które umożliwią wprowadzenie innowacyjnych metod pomiarowych kątów orientacji za pomocą jednoantenowych układów GPS.

2.8. Integracja metod powyżej wymienionych

Aby uzyskać niezależnie od działających zakłóceń poprawny pomiar kąta przechylenia należy wyniki uzyskane za pomocą przedstawionych powyżej metod zintegrować stosując na przykład filtrację komplementarną. Poniżej (rys. 15) została przedstawiona zasada filtru komplementarnego na przykładzie pomiaru kąta giroskopem i przyspieszeniomierzem.

Sygnał kąta Q_g otrzymany z całkowania prędkości kątowej ulega degradacji w stosunkowo krótkim okresie czasu na skutek dryfu (błędy niskoczęstotliwościowe). Kąt ten charakteryzuje

się wolnozmiennym, narastającym z czasem błędem. Dominującymi błędami przyspieszeniometry są szумы w zakresie wyższych częstotliwości. Kąt Θ_g pochodzi z pomiarów giroskopowych.



Rys. 15. Schemat integracji sygnałów z dwóch źródeł o komplementarnych właściwościach błędów

$$\Theta_g = \Theta + \Delta\Theta_1. \quad (22)$$

gdzie:

- Θ – dokładna wartość kąta,
- $\Delta\Theta_1$ – niskoczęstotliwościowe błędy pomiaru kąta,
- Θ_g – kąt zmierzony za pomocą giroskopu.

Podobnie można zapisać wartość kąta zmierzoną za pomocą przyspieszeniometry.

$$\Theta_p = \Theta + \Delta\Theta_2. \quad (23)$$

gdzie:

- $\Delta\Theta_2$ – wysokoczęstotliwościowe błędy pomiaru kąta,
- Θ_p – kąt zmierzony za pomocą przyspieszeniometry.

Układ ten składa się z filtrów (rys. 15), których transmitancje muszą uzupełniać się do jedności.

$$\sum_{i=1}^n H_i(s) = 1 \quad (24)$$

gdzie:

- $H_i(s)$ – transmitancja i -tego filtru,
- n – liczba filtrów, $n \geq 2$.

Dla sytuacji jak na rysunku 14 wartość estymowana kąta wynosi:

$$\hat{\Theta} = \Theta + \Delta\Theta_1(1 - H(s)) + \Delta\Theta_2 H(s). \quad (25)$$

Błędy $\Delta\Theta_1$ zostaną wytłumione filtrem górnoprzepustowym, $\Delta\Theta_2$ filtrem dolnoprzepustowym. Bardzo często strukturę filtracji komplementarnej tworzy się w oparciu o filtr Kalmana [2].

3. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA PRZEDSTAWIONYCH METOD

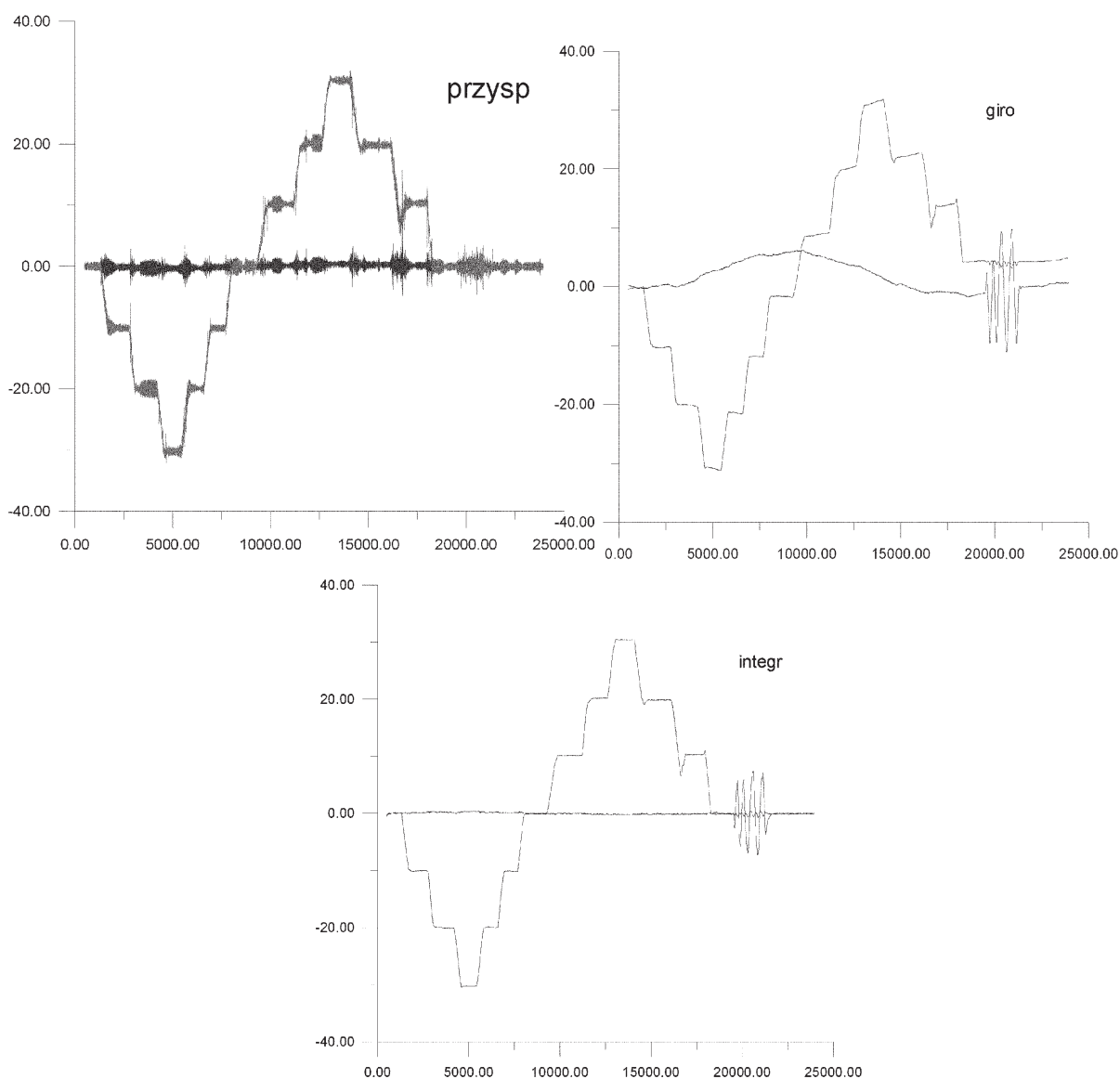
3.1. Pomiar przechylenia za pomocą giroskopu i przyspieszeniometry

Na rysunku 16 przedstawione jest stoisko pomiarowe do wyznaczania kąta przechylenia i pochylenia za pomocą czujników inercjalnych: przyspieszeniometry i giroskopów. Na podstawie zależności (2) i (17) można wyznaczyć kąt przechylenia i pochylenia, a przy wykorzystaniu filtru z rysunku 15 można te wielkości zintegrować.



Rys. 16. Stanowisko pomiarowe

Na rysunku 17 przedstawiono wyniki przeprowadzonego eksperymentu [3]. Pierwszy rysunek przedstawia pomiar kąta przechylenia przy zastosowaniu przyspieszeniomierzy liniowych.



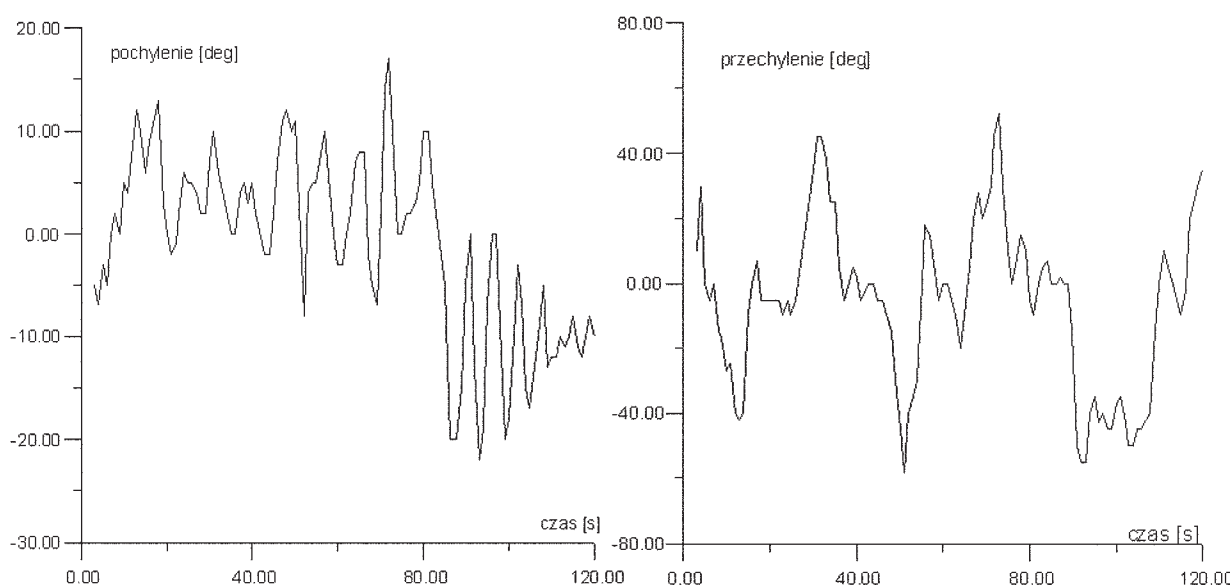
Rys. 17. Wyniki badań kąta przechylenia dla pochylenia 0°

Stolik obrotowy umożliwił zadawanie kątów przechylenia w zakresie $\pm 30^\circ$ co 10° . Widać prawidłowe odwzorowanie kąta przechylenia. Jakkolwiek przebieg jest wyraźnie zaszumiony. Wynika to z dominujących błędów przyspieszeniomierza. Następny wykres przedstawia te same kąty wyznaczone za pomocą pomiarów giroskopami. Widać wyraźnie wpływ całkowania dryfów giroskopów. Przebiegi z czasem stają się coraz mniej dokładne.

Ostatni przebieg (na dole) to wykres kąta przechylenia uzyskany przez integrację. Estymata tego kąta pozbawiona jest z jednej strony szumów wysokoczęstotliwościowych wynikających z pomiarów przyspieszeniomierzami, z drugiej strony przebieg ten nie wykazuje narastających błędów całkowania dryfów giroskopów.

3.2. Pomiar przechylenia za pomocą analizy obrazu

Na rysunku 18 [4] przedstawiono wynik analizy obrazu z dwóch minut lotu samolotu bezpilotowego. Kamera została umieszczona z przodu samolotu w osi podłużnej. Na podstawie poszczególnych obrazów przesyłanych za pomocą radiomodemu do komputera dokonano estymacji kąta pochylenia i przechylenia obiektu (według rys. 7) [3]. Ta metoda jest bardzo użyteczna do integracji z metodami inercyjnymi z uwagi na niezależność dokładności uzyskanego kąta przechylenia i pochylenia od czasu. W przypadku zastosowania na samolocie zakłóceniem może być chwilowy brak widoczności horyzontu (mgła, chmura) i możliwość chwilowego oślepienia kamery przez słońce.

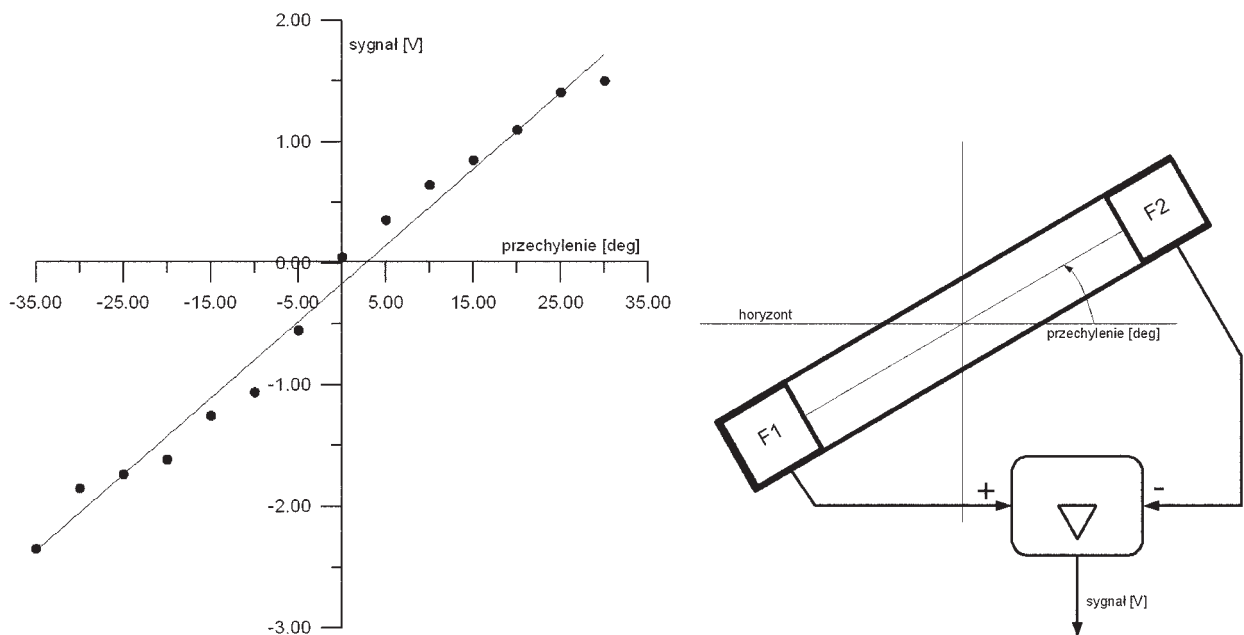


Rys. 18. Wzorcowe przebiegi kąta pochylenia i przechylenia otrzymane z analizy obrazu z kamery

3.3. Pomiar przechylenia czujnikami podczerwieni

Na rysunku 19 przedstawiono wynik eksperymentu polegającego na pomiarze kąta przechylenia za pomocą czujników podczerwieni. Pomiarzy wykonano w punkcie położonym na wysokości około 10 m ponad powierzchnią ziemi, w płaskim terenie, podczas słonecznego dnia. Na rysunku tym zamieszczony jest też uproszczony schemat urządzenia pomiarowego. Składało się ono z tulei, w której końcach, zainstalowane zostały dwa czujniki promieniowania podczerwonego SMTIR 9902 (F1 i F2), zwrócone przeciwnie. Tuleję z czujnikami przymocowano następnie do statywu, który umożliwił jej przechylenie w płaszczyźnie pionowej.

Sygnaly czujników wzmocniono w układzie różnicowym. Wstępnie oszacowany błąd pomiaru wynosi około 2° . Ponieważ pasmo przenoszenia układu SMTIR 9902 wynosi 20 Hz układ ten można zastosować w obiektach latających.



Rys. 19. Wstępne wyniki pomiaru położenia linii horyzontu (wykres z lewej) i układ pomiarowy (z prawej)

3.4. Estymacja przechyłki torów kolejowych podczas ruchu z dużą prędkością

Jednym z głównych parametrów geometrii torów kolejowych jest przechyłka [11]. Występuje ona w łukach i jest to wzniesienie górnej powierzchni główki szyny toku zewnętrznego względem górnej powierzchni główki szyny toku wewnętrznego. Przechyłkę mierzy się w milimetrach. Na prostych odcinkach torów przechyłka powinna być poniżej 20 mm. Na łukach może dochodzić do 150 mm. Przechyłkę stosuje się w łukach, aby skompensować pojawiające się przyspieszenie dośrodkowe. Pozwala to na pokonanie łuku z większą prędkością przy dopuszczalnym przyspieszeniu niezrównoważeni niż bez przechyłki. Wartość przechyłki w torach na szlakach, w torach głównych na stacjach oraz w rozjazdach łukowych położonych w tych torach, powinna być zawarta w przedziale wyznaczonym wartościami granicznymi [1]:

$$\begin{aligned}
 h_{\min} &= \frac{11.8v_{\max}^2}{R} - \frac{s}{g} a_{dop} \\
 h_{\max} &= \frac{11.8v_t^2}{R} + \frac{s}{g} a_t \\
 h_{\min} &\leq h \leq h_{\max}
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

gdzie:

- rozstaw osi szyn w torze ($s = 1500 \text{ mm}$),
- g – przyspieszenie ziemskie (9.81 m/s^2),
- h_{\min} – najmniejsza dopuszczalna wartość przechyłki dla pociągów pasażerskich,
- v_{\max} – największa prędkość pociągów pasażerskich (km/h),
- R – promień łuku,
- a_{dop} – przyspieszenie niezrównoważone dla pociągów pasażerskich (tab. 1),
- h_{\max} – największa dopuszczalna wartość przechyłki dla pociągów towarowych,
- v_t – najmniejsza prędkość pociągu towarowego (km/h),
- a_t – przyspieszenie niezrównoważone dla pociągów towarowych (tab. 2),
- h – wartość przechyłki przyjmowana dla danego łuku.

W tabeli 1 podano dopuszczalne wartości przyspieszenia niezrównoważonego a_{dop} .

Tab. 1.

Rodzaj układu torowego	a_{dop} [m/s ²]
Łuki i pojedyncze krzywe przejściowe	0.60
Łuki w torach zwrotnych rozjazdów	0.65
Łuki o promieniach: 200 m < R < 250 m	0.50
Łuki o promieniach: R < 200 m	0.45
Poszerzenie międzytorzy w trudnych warunkach terenowych	0.45
Poszerzenie międzytorzy w dogodnych warunkach terenowych	0.30

Pomiar przechyłki może być dokonany w prosty sposób w warunkach statycznych. Do tego celu służą specjalne toromierze. Jednakże, aby przeprowadzić pomiary na długich odcinkach toru w krótkim czasie stosuje się specjalne drezyny pomiarowe (w Polsce, EM120), które umożliwiają pomiary przechyłki podczas jazdy z dużą prędkością. W niniejszej pracy przedstawiono systemy pomiarowe stosowane do tego celu.

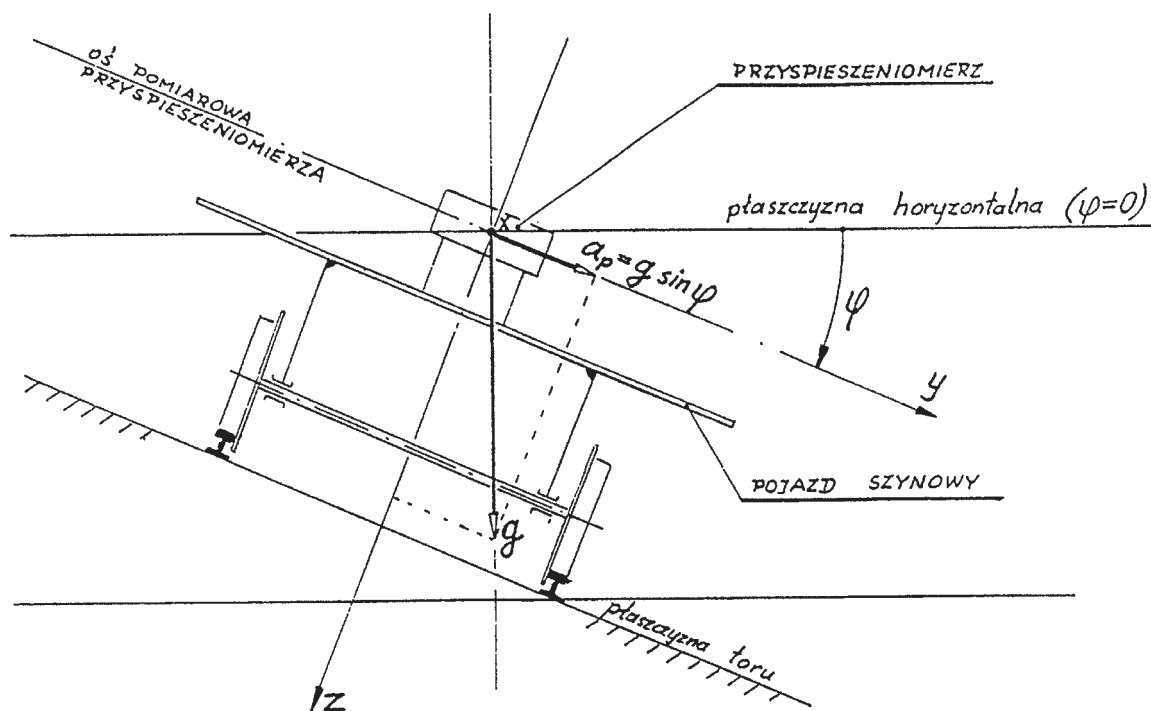
Tab. 2.

Obciążenie przewozami [Tg/rok]*	a_t [m/s ²]
$0 \leq Q < 5$	0.6
$5 \leq Q < 10$	0.5
$10 \leq Q < 15$	0.4
$15 \leq Q < 20$	0.3
$Q \geq 20$	0.2

**(1 Tg/rok = 10⁹ kg/rok)*

3.4.1. Pomiar przechyłki w sytuacji braku przyspieszeń bocznych

Pomiar przechyłki w sytuacji braku przyspieszeń bocznych można sprowadzić do pomiaru kąta przechylenia osi kół wózka ustawionego na torach, nieruchomego lub poruszającego się ruchem prostoliniowym (rys. 20). Taka sytuacja zachodzi w przypadku prostych torów oraz w sytuacji pomiarów statycznych (np. toromierzem).



Rys. 20. Pomiar przechyłki jako kąta przechylenia za pomocą przyspieszeniomierza przy braku przyspieszeń bocznych

Zgodnie z równaniem (2) kąt przechylenia można zmierzyć za pomocą przyspieszeniomierza liniowego o osi pomiarowej leżącej w płaszczyźnie kąta przechylenia ϕ i skierowanej w kierunku horyzontalnym przy $\phi = 0$ (rys. 20). W tym przypadku sygnał wyjściowy przyspieszeniomierza U_a jest proporcjonalny do składowej a_y przyspieszenia ziemskiego w kierunku osi y .

$$U_a = k_{ag} a_y = k_{ag} g \sin \phi \quad (27)$$

gdzie:

k_{ag} – współczynnik skali (np. $[Vs^2/m]$).

Dla dostatecznie małych wartości kąta przechylenia ϕ sygnał wyjściowy przyspieszeniomierza można traktować jako proporcjonalny do tego kąta. Przechyłkę obliczamy z zależności (28):

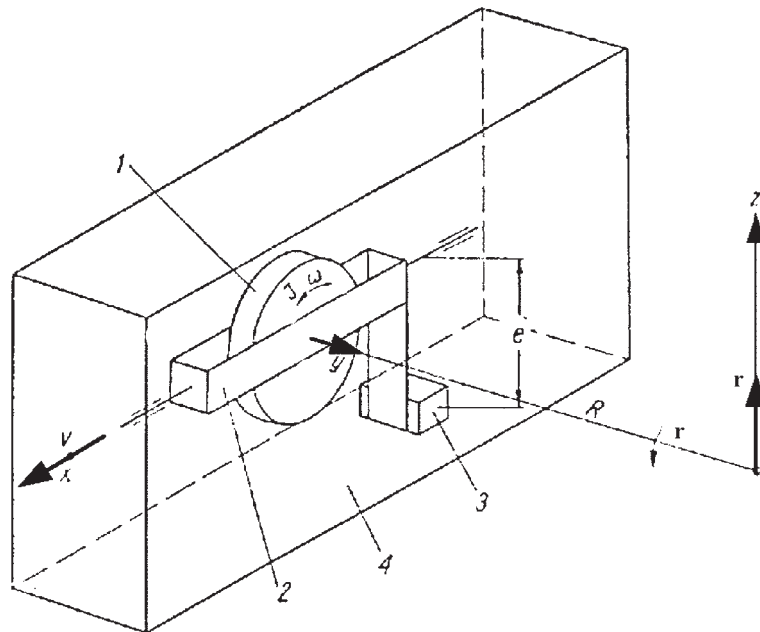
$$h = s \sin \phi = \frac{s U_a}{k_{ag} g} \quad (28)$$

3.4.2. Pomiar przechyłki przy istnieniu przyspieszeń bocznych

Podczas jazdy pojazdu szynowego po torze podlega on działaniu sił bocznych wywołujących przyspieszenia boczne nakładające się na składową wynikającą z przechylenia pojazdu (składowe przyspieszenia grawitacyjnego). Jednym z prostszych systemów, które eliminowały wpływ przyspieszeń bocznych jest wahadło giroskopowe omówione w punkcie 2.2.

a) Układ pomiarowy wahadła giroskopowego stosowany w wagonie pomiarowym typu Matisa-Amslera

Układ pomiarowy stosowany w wagonie Matisa-Amslera przedstawia sobą wahadło giroskopowe ze sterowaną prędkością obrotową wirnika giroskopu. W tym wypadku napęd wirnika stanowi silnik elektryczny sterowany sygnałem od prędkościomierza wagonu. Zamiast przyspieszeniomierza w pomiarach statycznych zostało użyte wahadło fizyczne, które ma taką cechę szczególną, że samo kompensuje przyspieszenia boczne wynikające z ruchu po łuku. Kąt wychylenia wahadła jest miarą przechyłki.



Rys. 21. Układ pomiarowy wahadła giroskopowego (1 - wirnik giroskopu, 2 - rama, 3 - masa wahadła, 4 - obudowa)

Układ pomiarowy stosowany w wagonie Matisa-Amslera przedstawia sobą wahadło giroskopowe ze sterowaną prędkością obrotową wirnika giroskopu. W tym wypadku napęd wirnika stanowi silnik elektryczny sterowany sygnałem od prędkościomierza wagonu. Zamiast przyspieszeniomierza w pomiarach statycznych zostało użyte wahadło fizyczne, które ma taką cechę szczególną, że samo kompensuje przyspieszenia boczne wynikające z ruchu po łuku. Kąt wychylecia wahadła jest miarą przechyłki.

b) Układ pomiarowy przechyłki z kompensacją przyspieszeń bocznych i filtracją komplementarną

Ten układ pomiarowy wykorzystuje zintegrowane pomiary przechylenia przyspieszeniomierzem z kompensacją przyspieszeń bocznych oraz przechylenia obliczonego z całkowania sygnału prędkości kątowej. Sygnał przyspieszenia mierzony przez przyspieszeniomierz (rys. 22) podczas ruchu po torze w łuku a_p jest równy sumie:

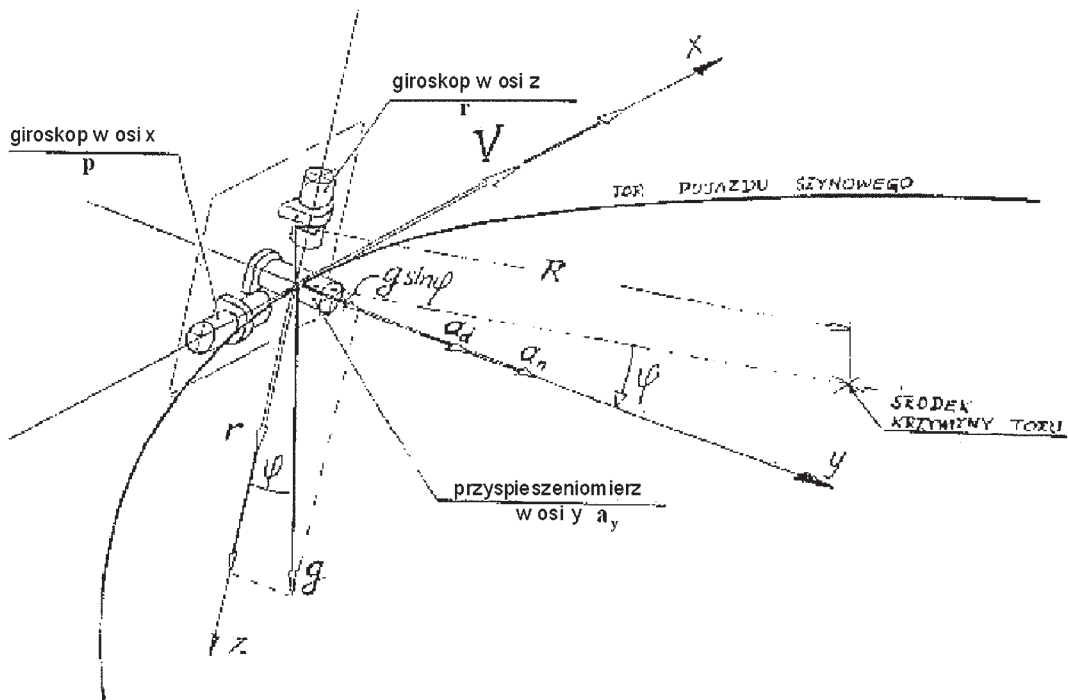
$$a_p \equiv a_y = g \sin \phi + a_d + a_n. \quad (29)$$

Dwa ostatnie składniki w tym wyrażeniu oznaczają:

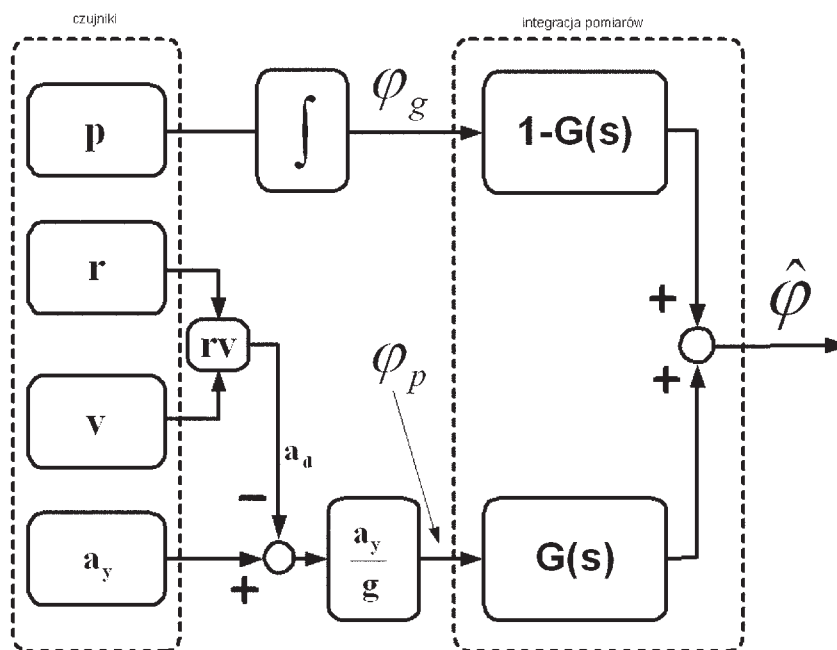
a_d – przyspieszenie dośrodkowe pojazdu wynikające z krzywizny toru,

$$a_d = \mathbf{r}v, \quad (30)$$

a_n – przyspieszenie boczne pojazdu wynikające z nierówności toru, porywów wiatru, drgań silnika, itp.



Rys. 22. Prędkości kątowe i przyspieszenie w systemie pomiaru przechyłki

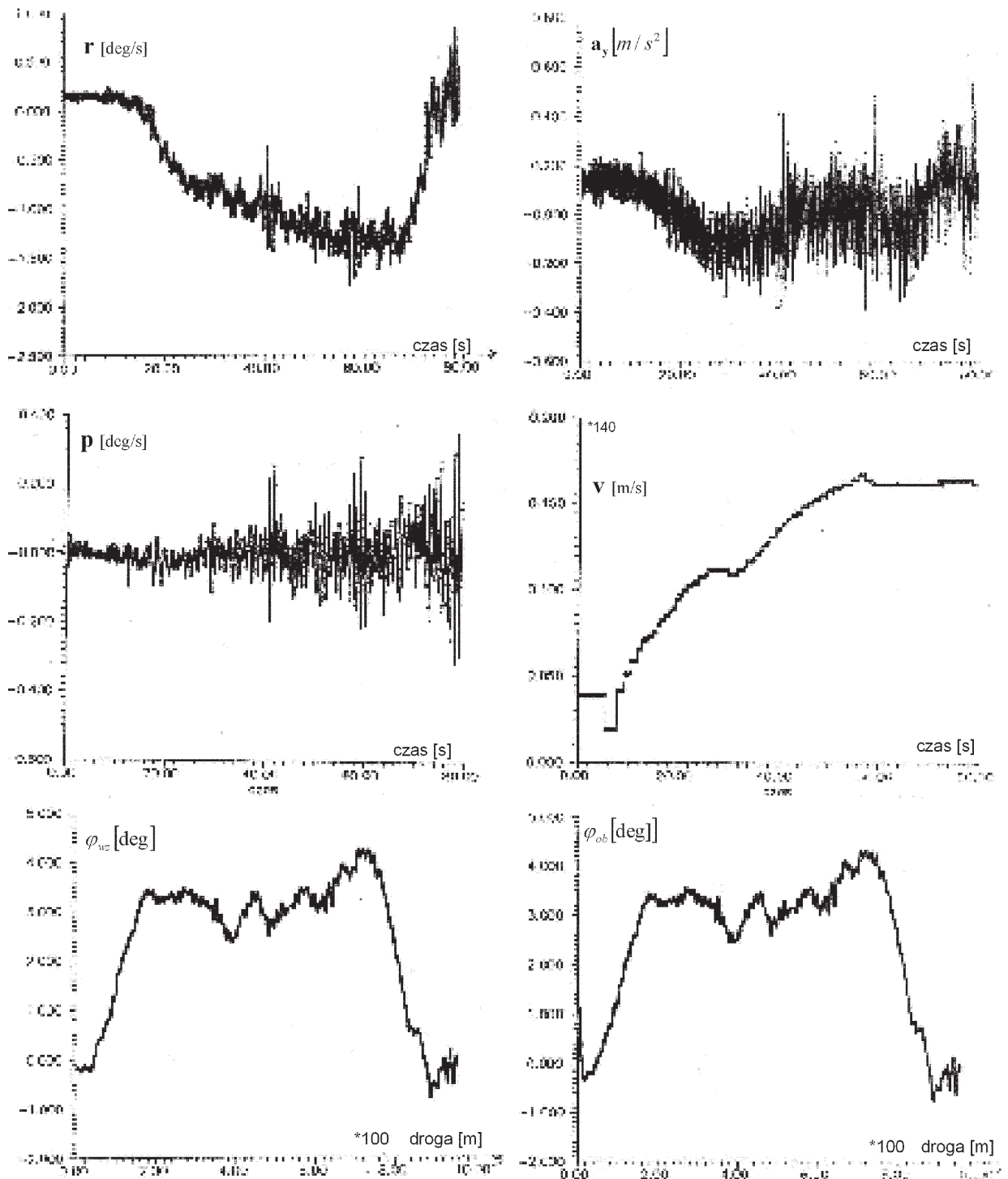


Rys. 23. Schemat blokowy układu pomiarowego przechyłki w warunkach działania przyspieszeń bocznych

Zgodnie z zależnością (30), na podstawie pomiaru pośredniego przyspieszenia a_d , jest wprowadzana kompensacja przyspieszenia dośrodkowego. Prędkość kątową odchylenia r mierzy giroskop prędkościowy o osi pomiarowej skierowanej wzdłuż osi z (rys. 22). Sygnał prędkości liniowej wagonu v otrzymywany jest z oddzielnego systemu pomiarowego powiązanego z licznikiem drogi. Sygnał ten jest otrzymywany z pomiarów prędkości kątowej kół jezdnych. Oba te sygnały są mnożone, a następnie wynik tego mnożenia jest odejmowany od sygnału wyjściowego przyspieszeniometera a_y (rys. 23).

Eliminacji wpływu przyspieszenia a_n na pomiar kąta przechylenia φ dokonano korzystając z faktu, że przyspieszenie to jest szumem o częstotliwości leżącym z reguły, powyżej 2 Hz, który daje się odfiltrować za pomocą filtra dolnoprzepustowego. W tym celu sumę algebraiczną

x, a środkowy prawy, sygnał prędkości liniowej. W wyniku przeprowadzonych obliczeń zgodnych ze schematem 23 otrzymano kąt przechylenia pokazany na wykresie dolnym prawym. W trakcie pokonywania łuku prędkość pojazdu zwiększała się od 5 km/h do wartości 80 km/h. Jak widać po przebiegu przyspieszenia a_y i prędkości kątowej p , wraz ze wzrostem prędkości wzrastał poziom zakłóceń. Mimo to końcowy wynik (wykres dolny prawy) nie odbiega w znaczący sposób od wzorcowego przebiegu (dolny lewy), który został wyznaczony ręcznym toromierzem.



Rys. 25. Wykresy mierzonych parametrów i obliczonego kąta przechylenia

W przedstawionym powyżej opisie pomiaru przechyłki nie poruszono zagadnienia uwzględnienia kątów przechylenia pudła drezyny względem układu jezdni. Istnieją rozwiązania, które zakładają umieszczenie czujników wprost na osi kół podwozia [12]. Najczęściej jednak zestawy czujników pomiarowych montuje się w części amortyzowanej, a ruchy pudła drezyny względem podwozia mierzy się dodatkowym układem pomiarowym.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Zmierzone wartości kąta przechylenia na obiektach ruchomych mają istotny wpływ na bezpieczeństwo. Dlatego wymagane jest aby pomiar ten był wykonany w sposób dokładny i niezawodny. Szczególnie ważne jest to w przypadku obiektów o dużej dynamice ruchu, gdzie występują duże wartości przyspieszeń. W tej sytuacji tradycyjne pomiary przechylenia poprzez określenie kierunku działania przyspieszenia grawitacyjnego wprowadzają duży błąd. Z kolei pozostałe metody zastosowane pojedynczo również wykazują istotne ograniczenia. Na przykład całkowanie prędkości kątowej powoduje narastanie błędu całkowania w funkcji czasu, pseudoorientacja wymaga widzialności satelitów, a metoda z czujnikami na podczerwień może zawieść w przypadku pomiarów na styku ląd-woda.

Jedynym rozwiązaniem może być komplementarna integracja sygnałów pomiarowych o uzupełniających się widmowych charakterystykach błędów. Dokładność pomiaru rośnie z liczbą komplementarnych torów pomiarowych. Przedstawiono przykład takiej obróbki sygnału podczas integracji pomiaru z giroskopu i przyspieszoniomierza. Decyzja o zastosowaniu metody pomiarowej powinna wynikać z przewidywanego konkretnego zastosowania. Na przykład w przypadku pojazdu lądowego, który może pokonywać łuki z dużymi kątami przechylenia (np. samochody na torze wyścigowym czy wyprofilowane torowisko pociągów dużej prędkości) bardzo użyteczny może być sterowane wahadło giroskopowe. A w przypadku wysokomanewrowego samolotu bezpilotowego operującego w strefie chmur może być optymalny układ wykorzystujący całkowanie prędkości kątowych uzupełniony pseudoorientacją, natomiast w przypadku samolotu stratosferycznego, patrolowego, układ z analizą obrazu i czujnikami na podczerwień.

LITERATURA

- [1] **Bałuch H.:** *Diagnostyka nawierzchni kolejowej*. WKiŁ 1978.
- [2] **Grewal M. S., Andrews A. P.:** *Kalman Filtering*. Prentice-Hall, Inc. 1993.
- [3] **Gałach A., Dąbrowski W.:** *Problemy pomiaru kąta przechylenia na obiektach ruchomych*. Pomiary Automatyka Robotyka nr 2/2010.
- [4] **Hajduk J., Popowski S.:** *Doświadczalne porównanie różnych metod wyznaczania orientacji przestrzennej małych bezzałogowych obiektów latających*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej zeszyt 7.
- [5] **Kornfeld Richard P., Hansman R. John, Deyst John J.:** *The impact of GPS velocity based flight control on flight instrumentation architecture*. Massachusetts Institute of Technology, June 1999.
- [6] **Merhav S.:** *Aerospace Sensor Systems and Applications*. Springer-Verlag 1996.
- [7] **Pawlikowski J.:** *Lotnicze przyrządy pokładowe*. Wydawnictwo BPT ITL, Warszawa 1936.
- [8] Polska Norma PN-83/L-01010.01 *Mechanika lotu samolotów i szybowców, Terminologia, Układy współrzędnych i kąty*.
- [9] **Popowski S.:** *Wyznaczenie kąta pochylenia i przechylenia w tanich systemach nawigacji lądowej*. Journal of Aeronautics Integra 1/2008 (3).

- [10] **Popowski S., Dąbrowski W.:** *Problemy estymacji kąta przechylenia na bezzałogowych aparatach latających.* Konferencja NABAL Suchedniów, maj 2010.
- [11] **Popowski S., Dąbrowski W.:** *Estymacja przechyłki torów kolejowych podczas ruchu z dużą prędkością.* Automation 2009.
- [12] **Rechel M., Gupalov V. I., Loukianov D. P., Mochałov A. V.:** *Construction Principles and Operation Experience of the Track Surveying System on Laser Gyros.* Stuttgart 1996.
- [13] *TANS VECTOR, GPS Attitude Determination System.* Specification and User's Manual, Part Number 20997-10, April 1996.
- [14] www.electro-optical.com/bb_rad/atmo_abs.htm

S. Popowski, W. Dąbrowski

ROLL ANGLE ESTIMATION IN MOVING OBJECTS

Abstract

This paper presents methods of roll angle measurement and estimation that can be used on several types of moving objects. Several methods are presented in details, e.g. methods based on measurement of acceleration of gravity with gyroscopic pendulum, methods supported by pattern analysis of the view obtained in visible and infra - red radiation, methods estimated by integration of signals produced by angular rate gyroscopes, by multi - antenna GPS receiver and single - antenna GPS receiver (pseudo - attitude). Descriptions of selected measuring methods are illustrated by the experimental results obtained in laboratory tests and on example objects.