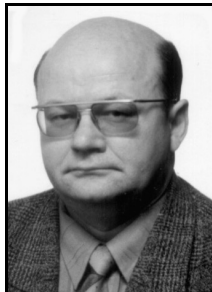


Aleksander JASTRIEBOW, Grzegorz SŁOŃPOLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA,
Al. Tysiąclecia P. P. 7, 25-314 Kielce**Obliczenia ziarniste w modelowaniu nieprecyzyjnych obiektów przy użyciu relacyjnych rozmytych map kognitywnych**

Prof. dr hab. inż. Aleksander JASTRIEBOW

Jest profesorem w Politechnice Świętokrzyskiej w Kielcach. Jest specjalistą w dziedzinie matematyki i informatyki stosowanej. Opublikował ponad 250 prac naukowych z zakresu automatyki, informatyki, diagnostyki oraz sztucznej inteligencji.



e-mail: jastri@tu.kielce.pl

Dr inż. Grzegorz SŁOŃ

Jest adiunktem w Politechnice Świętokrzyskiej w Kielcach. Zajmuje się elektrotechniką teoretyczną, informatyką stosowaną, elektrotechniką i elektroniką pojazdową oraz wykorzystaniem sztucznej inteligencji w diagnostyce i modelowaniu. Jest autorem i współautorem ponad 60 prac naukowych.



e-mail: g.slon@tu.kielce.pl

Streszczenie

Pracę poświęcono analizie parametrów przestrzennej ziarnistości informacji przy modelowaniu systemów z użyciem map kognitywnych. Wprowadzono pojęcie ziarnistości rozmytej dla map kognitywnych oraz przedstawiono wpływ parametrów ziarnistości przestrzennej na precyzyjność modelowania. Z badań symulacyjnych, przeprowadzonych na przykładowej mapie kognitywnej wynika, że wprowadzenie ziarnistości przestrzennej poprawia precyzyjność modelu rozmytego dla zadanej liczby wielkości lingwistycznych.

Słowa kluczowe: relacyjne mapy kognitywne, ziarnistość informacji, algorytmy adaptacji.

Granular calculations in modeling imprecise objects using relational fuzzy cognitive maps**Abstract**

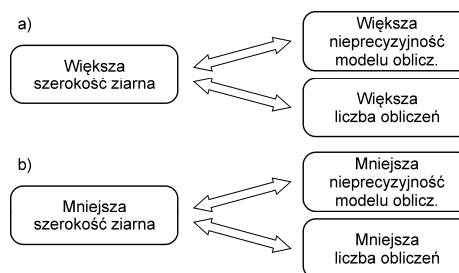
In complex system modeling processes, accessibility of the information on the system structure and characteristic plays a crucial role. At the lack of the complete knowledge in this matter, calculation processes can be supported with different methods. One of them is using information granularity. The work is devoted to the analysis of spatial information granulation parameters in modeling systems with use of cognitive maps. There is introduced an idea of fuzzy granulation for cognitive maps (according to (6) and (7)). There is also presented the influence of spatial granulation parameters on the modeling precision and time of numerical calculations (Figs. 1 and 9). The method for granulation parameter optimisation is described from the modeling precision improvement point of view (1). There is also introduced the encoding and decoding conformity criterion (9). From simulation investigations carried out on the hypothetical cognitive map (Fig. 7, Tabs. 1 and 2, Eqs. (7), (8) and (9)), it follows that introducing spatial granulation on the basis of a suitable closeness criterion (e.g. (11)) improves precision of the fuzzy model for assigned number of the linguistic variables (Fig. 9).

Keywords: relational cognitive maps, information granulation, adaptation algorithms.

1. Wprowadzenie

Przy modelowaniu systemów (technicznych, ekonomicznych, socjologicznych i innych) kluczową rolę odgrywają dostępne informacje o elementach analizowanego obiektu oraz powiązaniach pomiędzy nimi. Poziomą dostępnością informacji koniecznej do modelowania ma znaczący wpływ na stopień trudności obliczeń przy komputerowej implementacji opracowanych modeli. Dla dokładnego opisu i ujednoczenia tych problemów obliczeniowych przy braku pełnej informacji wprowadzono pojęcie ziarnistości informacji [1-3, 9, 12]. Przy tym ziarna (granule) informacji są, w pewnym sensie, jednostkami informacji.

Trzeba wtedy zauważyć, że ziarnista informacja jest zbiorem ziaren, które są grupowane na podstawie wybranego podobieństwa (np. rozmytości, prawdopodobieństwa, interwału, przekształcenia A/D i in. [2, 9]). Przy tym można powiedzieć, że „szerokość” ziarna informacji ma proste powiązanie z precyzyjnością lub nieprecyzyjnością opisu obiektów oraz liczbą obliczeń przy ich modelowaniu [9]. Zależność ta została schematycznie przedstawiona na rys. 1.



Rys. 1. Powiązanie między szerokością ziarna, nieprecyzyjnością i liczbą obliczeń przy stałej liczbie zmiennych lingwistycznych (komponent ziarnistości)

Fig. 1. Connection between the granule width, imprecision and number of calculations for constant number of linguistic variables (granularity component)

Oporając się na powiązaniach przedstawionych na rys. 1 można zapisać następujące ogólne zadanie optymalizacji wyboru parametrów szerokości ziarna informacji w zależności od wektora parametrów ziarnistości przestrzennej [9]:

$$\min_{\substack{K_{\min} \leq K \leq K_{\max} \\ N=C}} J(Q), \quad (1)$$

gdzie: J – kryterium optymalizacji; Q – wektor parametrów ziarnistości przestrzennej; K – liczba ziaren; N – uogólniony parametr nieprecyzyjności obiektu; C – stała.

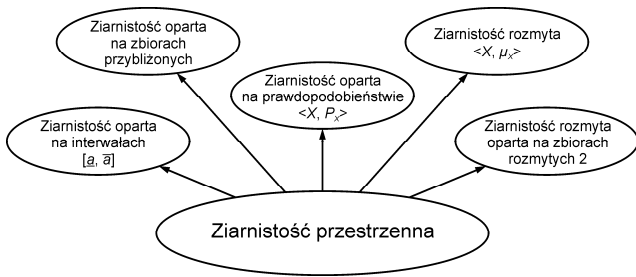
W artykule zostanie pokazana realizacja procedury rozmywania (wprowadzenie ziarnistości opartej na rozmywaniu) relacyjnych map kognitywnych oraz będą przedstawione pewne wyniki symulacyjne rozwiązywania zadania typu (1).

2. Typy ziarnistości informacji

Obecnie rozróżnia się ziarnistość dwóch typów [1-3, 9, 12]. Są to:

- ziarnistość przestrzenną (*spatial granulation*),
- ziarnistość czasową (*temporal granulation*).

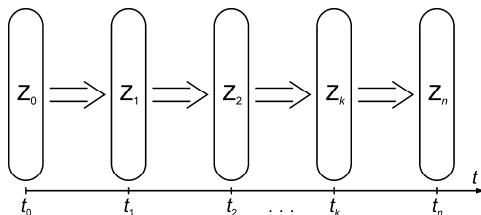
Istnieją różne modele ziarnistości przestrzennej, których główne rodzaje przedstawia rys. 2 [1-3, 12].



Rys. 2. Klasyfikacja modeli ziarnistości przestrzennej. X – nośnik informacji; P_X – prawdopodobieństwo; μ_X – funkcja przynależności; \underline{a}, \bar{a} – lewa i prawa granica interwału

Fig. 2. Classification of spatial granulation models. X – information universum; P_X – probability; μ_X – member function; \underline{a}, \bar{a} – left and right limit of the interval

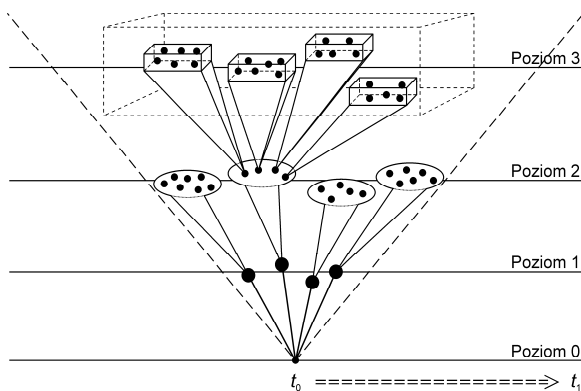
Ziarnistość czasowa uwzględnia podział informacji w czasie. Głównym jej zagadnieniem jest określenie kroku dyskretyzacji, który pozwoli na wystarczająco dokładne przekształcenie A/D i D/A (rys. 3).



Rys. 3. Graficzne przedstawienie ziarnistości czasowej, gdzie: Z_i – ziarna informacji w chwili t_i ; t_i – dyskretny czas ($i = 1, \dots, N$)

Fig. 3. Graphical presentation of temporal granulation, where: Z_i – information granules in t_i instant; t_i – discrete time ($i = 1, \dots, N$)

Przy wprowadzeniu ziarnistości informacja może układać się w pewnej hierarchii poziomej, której przykładowa schematyczna postać została pokazana na rys. 4 [2-3, 12].



Rys. 4. Przykład hierarchii ziarnistości, gdzie: t_0, t_1, \dots – chwile czasowe ziarnistości

Fig. 4. Example of granularity hierarchy, where: t_0, t_1, \dots – time instants

W literaturze istnieją formalne definicje ziarnistości informacji, jak np. następująca [2-3, 12]:

$$G = \langle W, \mathcal{G}, A, C \rangle, \tag{2}$$

gdzie: $A = \{A_1, \dots, A_k\}$ – komponenty (words) ziarnistości; \mathcal{G} – opis ziarnistej informacji typu:

$$A_i : W \rightarrow \mathcal{G}(W) \quad (i = 1, \dots, k), \tag{3}$$

C – rodzina ograniczeń na procedury komunikacji ziaren; W – nośnik informacji.

Przykładami $\mathcal{G}(W)$ mogą być znane funkcje opisujące ziarnistość, np. [2-3, 12]:

- $\mu(W)$ – funkcja przynależności zbiorów rozmytych,
- $R(W)$ – funkcja przynależności zbiorów przybliżonych,
- $S(W)$ – funkcja przynależności zbiorów zaciemionych (shadow sets),
- $P(W)$ – prawdopodobieństwo.

Ważnymi elementami rodziny ograniczeń C są np. procedury kodowania (encoding) i dekodowania (decoding). Przy tym pomiędzy operatorami kodowania i dekodowania istnieją różne typy powiązań, np. [2-3, 12]:

$$\text{Dec}(\text{Euc}(x)) = x \tag{4}$$

lub

$$\|\text{Dec}(\text{Euc}(x)) - x\| \Rightarrow \min. \tag{5}$$

Podsumowując powyższe można stwierdzić, że stosowanie ziarnistości, zwłaszcza przestrzennej, jest istotnym elementem modelowania układów (w szczególności nieprecyzyjnych), pozwalającym zmniejszać nieokreśloność lub nieprecyzyjność, co może ułatwić analizę obliczeniową pewnej kategorii zjawisk. Na przykład ziarnistość typu „rozmytość” pozwala na numeryczne rozwiązywanie zadań monitorowania systemów z niepełną informacją o strukturze bądź wewnętrznych powiązaniach.

3. Ziarnistość przestrzenna w modelowaniu relacyjnych map kognitywnych

Mapami kognitywnymi (MK) będą nazywane pewne modele matematyczno – informatyczne, przeznaczone do formalizacji badanego problemu złożonego systemu, w postaci zbioru czynników odwzorowujących zmienne (cechy) systemowe oraz relacje przyczynowo – skutkowe między nimi z uwzględnieniem oddziaływań wzajemnych oraz zmian charakteru relacji. Zgodnie z powyższą definicją, relacyjne mapy kognitywne można przedstawić w postaci [4-8,10, 11, 14]:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{r} \rangle \tag{6}$$

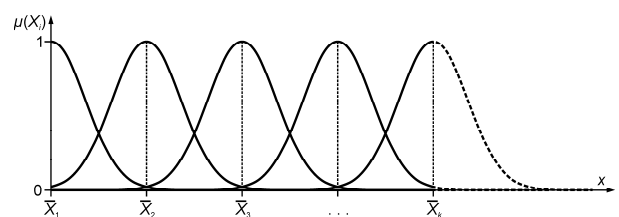
gdzie: $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_k]^T$ – wartości czynników; $\mathbf{r} = \{r_{ij}\}$ – macierz relacji pomiędzy czynnikami; $i, j = 1, \dots, k$; k – liczba czynników.

Poniżej zostaną przedstawione kolejne kroki wprowadzania ziarnistości rozmytej dla map kognitywnych.

Przy rozmywaniu stosowano następującą funkcję przynależności [4, 13]:

$$\mu_{X_i}(x) = e^{-\left(\frac{x - \bar{X}_i}{\sigma_i}\right)^2} \tag{7}$$

gdzie: \bar{X}_i – centrum funkcji przynależności i -tej zmiennej lingwistycznej; $i = 1, \dots, K$; K – liczba zmiennych lingwistycznych (komponent ziarnistości); σ_i – współczynnik rozrzutu i -tej zmiennej lingwistycznej (możliwa jest sytuacja, w której $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_K$ – rys. 5).



Rys. 5. Funkcje przynależności $\mu_{X_i}(x)$ zmiennych lingwistycznych, gdzie: $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_K$ – centra gausoidalnych funkcji przynależności

Fig. 5. Member functions $\mu_{X_i}(x)$ of linguistic variables, where: $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_K$ – centers of Gauss-type member functions

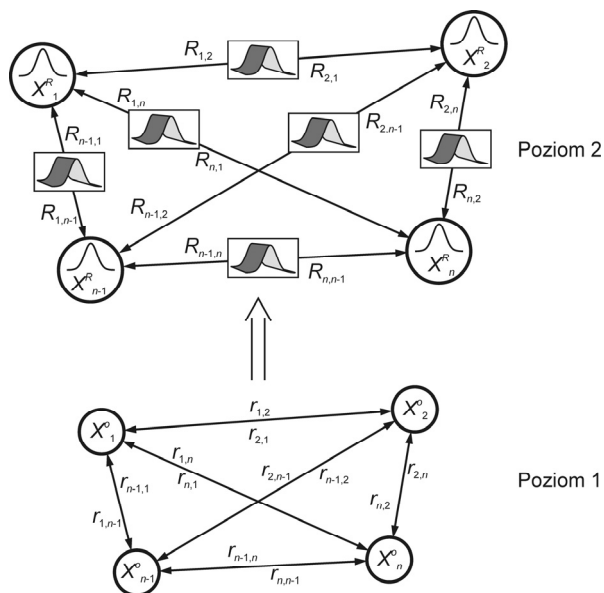
Na rys. 6 przedstawiono graficznie krok wprowadzenia ziarnistości rozmytej dla mapy kognitywnej (6) [9].

Po takim przekształceniu równanie (6) przybiera następującą postać:

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{R} \rangle, \tag{8}$$

gdzie: $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_k]^T$ – wartości rozmyte czynników; $\mathbf{R} = \{R_{ij}\}$ – macierz relacji rozmytych pomiędzy czynnikami; $i, j = 1, \dots, k$; k – liczba czynników.

W efekcie uzyskuje się zbiór ziarnistości typu (2).



Rys. 6. Wizualizacja wprowadzenia ziarnistości rozmytej dla mapy kognitywnej (6), gdzie: X_i^o – wartość ostra i -tego czynnika, X_i^R – wartość rozmyta i -tego czynnika, r_{ij} – ostra relacja pomiędzy czynnikami i -tym i j -tym, R_{ij} – rozmyta relacja pomiędzy czynnikami i -tym i j -tym

Fig. 6. Visualization of introducing the fuzzy granulation into cognitive map (6), where: X_i^o – crisp value of i -th concept, X_i^R – fuzzy value of i -th concept, r_{ij} – crisp relation between i -th and j -th concepts, R_{ij} – fuzzy relation between i -th and j -th concepts

W pracy zastosowano kryterium zgodności kodowania (rozmywania) i dekodowania (wostrzenia) typu (5) w następującej symbolicznej postaci [9]:

$$J(Q) = \|X^w - X^o\|^2 \Rightarrow \min_Q, \tag{9}$$

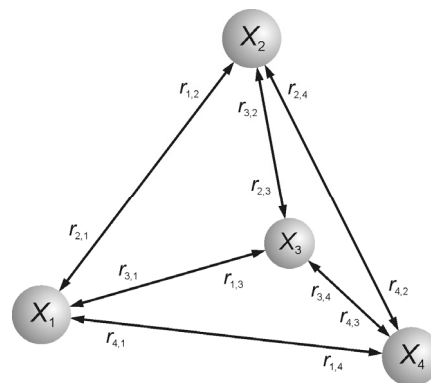
gdzie: X^w – wartość czynnika rozmytego (po wostrzeniu); X^o – wartość czynnika odniesienia (ostrego); $Q = [\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_K, \sigma_1, \dots, \sigma_K, K]^T$ – wektor parametrów ziarnistości przestrzennej; $\| \cdot \|$ – wybrana norma.

4. Wybrane wyniki symulacji

Poniżej zostaną opisane niektóre wyniki symulacji opisanych w rozdziale 3 problemów ziarnistości z wprowadzeniem optymalizacji wg parametrów ziarnistości przestrzennej (Q) dla mapy kognitywnej z rys. 7 [9].

Budowę dynamicznej rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej z rys. 7 rozpoczęto od wprowadzenia tablicy mocy poszczególnych relacji, pokazanej w tab. 1.

W oparciu o wartości z tab. 1 oraz wzorec funkcji przynależności (7) tworzą relacje rozmyte dla różnych wartości współczynnika rozrzutu σ . Podobnie w oparciu o ten sam wzorec funkcji przynależności, dokonywano rozmywania wartości czynników.



Rys. 7. Badana relacyjna mapa kognitywna. X_1, \dots, X_4 – wartości czynników; r_{ij} – relacja pomiędzy czynnikami i -tym i j -tym

Fig. 7. Analyzed relational cognitive map. X_1, \dots, X_4 – values of the concepts; r_{ij} – relation between i -th and j -th concepts

Tab. 1. Tablica mocy relacji rozmytych (macierz relacji ostrych)
Tab. 1. Table of powers of fuzzy relations (crisp relations matrix)

r	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	0	0	0,5	0,4
X_2	0,3	0	0,3	0
X_3	0	0	0	0,4
X_4	0	-0,6	0	0

Na tym etapie badań stosowano ujednoczoną, wspólną wartość współczynnika σ dla wszystkich elementów rozmytej relacyjnej mapy kognitywnej. Działanie modelu polegało na jednorazowym pobudzeniu wybranych czynników sygnałami zewnętrznymi, których wartości przedstawiono w tab. 2, a następnie wykonaniu 30 obiegów sygnałów wewnątrz mapy.

Tab. 2. Wartości zewnętrznych sygnałów pobudzających
Tab. 2. Values of the external initial signals

Czynnik	X_1	X_2	X_3	X_4
Wartość pobudzenia	0,6	0,3	0	0

Do celów analizy posługiwano się wartościami znormalizowanymi z zakresu $[-1, 1]$. Rozmywania zarówno wartości czynników, jak i relacji dokonywano na nośniku o zakresie $[-2, 2]$.

Przyjęto, że rozmyta wartość k -tego czynnika po zakończeniu kolejnego obiegu sygnałów osiągnie poziom wyznaczony równaniem (10) [7]:

$$X_k(t+1) = X_k(t) \oplus \bigoplus_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^4 [X_i(t) \ominus X_i(t-1)] \circ R_{i,k}, \tag{10}$$

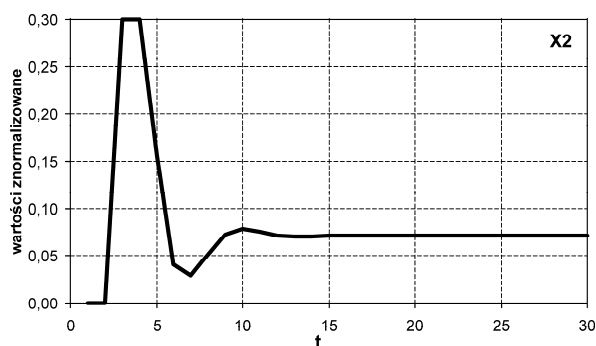
gdzie: k – numer rozpatrywanego czynnika ($k = 1, \dots, 4$); t – czas dyskretny; \oplus – operacja sumowania rozmytego; \ominus – operacja odejmowania rozmytego; $R_{i,k}$ – pojedyncza rozmyta relacja pomiędzy rozmytymi czynnikami o numerach i oraz k ; \circ – operacja maksyminowej kompozycji rozmytej.

Ziarnistość przestrzenną zastosowano poprzez wprowadzenie dwójakiego rodzaju dyskretyzacji przestrzennej, polegającej na wyróżnieniu, na długości nośnika, pewnej liczby K rozłożonych równomiernie punktów próbkowania (komponent ziarnistości) oraz pewnej liczby współczynników rozrzutu. Optymalizacja parametrów modelu, z punktu widzenia ziarnistości przestrzennej, polegała na znalezieniu takiego punktu dyskretyzacji przestrzennej, dla którego model osiąga akceptowalną wartość współczynnika bliskości (11) przy ograniczonej wartości K (forma kryterium opisano przez (1)):

$$J = \sqrt{\frac{1}{30} \sum_{t=1}^{30} (X_i^w(t) - X_i^o(t))^2} \quad (11)$$

gdzie: $X_i^w(t)$ – wyostrzony przebieg i -tego czynnika mapy kognitywnej (10); $X_i^o(t)$ – ostry przebieg i -tego czynnika mapy kognitywnej (w równaniu (10) operatory rozmyte zastąpiono operatorami arytmetycznymi); t – czas dyskretny; $i = 1, \dots, 4$

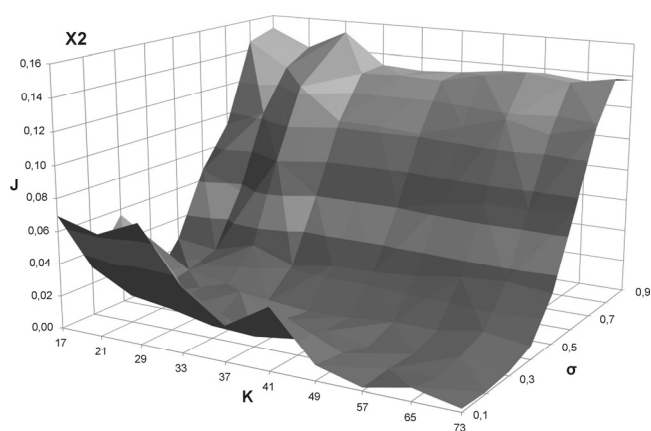
Wyznaczanie wartości współczynnika bliskości J było możliwe dzięki możliwości porównania wyostrzonych przebiegów czynników rozmytych z przebiegiem odniesienia uzyskanym w drodze symulacji modelu ostrego mapy kognitywnej zbudowanej w oparciu o relacje ostre z tab. 1. Wynik działania modelu ostrego dla czynnika nr 2 przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Przebieg czasowy wartości czynnika X_2 w ostrym modelu odniesienia mapy kognitywnej (zbudowanej w oparciu o wsp. relacji z tab. 1) po jednorazowym pobudzeniu sygnałami z tab. 2. t – czas dyskretny

Fig. 8. Waveform of X_2 concept value in crisp in reference model of the cognitive map (built on the basis of relation coefficients from Tab.1) after single excitation with signals from Tab. 2. t – discrete time

Stosując powyższe założenia przeprowadzono szereg symulacji dla różnych kombinacji K oraz σ , wyznaczając dla każdej z nich wartość współczynnika J z (11). Wynik, w odniesieniu do X_2 , przedstawiono graficznie na rys. 9.



Rys. 9. Wartości współczynnika bliskości J dla X_2 (po wyostrzeniu) w zależności od liczby punktów próbkowania nośnika K oraz współczynnika rozrzutu σ

Fig. 9. Values of closeness coefficient J for X_2 (after defuzzification) vs. the number of universum sampling points K and dispersion coefficient σ

Jest oczywiste (i widać to również na rys. 9), że, po przekroczeniu pewnego progu, zwiększanie liczby K ziaren nośnika (co jest tożsame ze zwiększaniem liczby wielkości lingwistycznych) dokładność modelu rozmytego rośnie. Jednakże zwiększanie wartości K powoduje równoczesne znaczne wydłużenie czasu obliczeń (z uwagi na charakter działań arytmetyki rozmytej). Dlatego też celem optymalizacji modelu z punktu widzenia ziarnistości przestrzennej nie jest uzyskanie obiektywnie minimalnej

wartości współczynnika bliskości J , a wyznaczenie takiego zestawienia wartości K oraz σ , przy którym wartość J osiąga poziom akceptowalny (założony wcześniej) przy jednoczesnym spełnieniu warunku ograniczenia wartości K przy zadanej nieprecyzyjności. Jak wynika z rys. 9, w badanym modelu są to następujące wartości: $K = 33$, $\sigma = 0,4$.

5. Wnioski

Na podstawie analizy literatury przedstawiono definicje klas ziarnistości oraz określono pojęcie ziarnistości przestrzennej. Wprowadzone definicje zrealizowano dla modeli kognitywnych map relacyjnych. Opisano kroki postępowania przy wprowadzaniu ziarnistości przestrzennej typu rozmywania. Wprowadzono problem optymalizacji wyboru parametrów ziarnistości dla konkretnej mapy kognitywnej przy stałej nieprecyzyjności opisu obiektu, wyrażonej w tab. 1 i 2. Przytoczono wyniki badań symulacyjnych służących do wyboru optymalnych parametrów.

6. Literatura

- [1] Apolloni B., Pedrycz W., Bassis S., Malchiodi D. (Eds.): The Puzzle of Granular Computing. Berlin, Springer 2008.
- [2] Bargiela A., Pedrycz W.: Granular Computing. An Introduction. Boston, London, Kluwer Academic Publishers 2002.
- [3] Bargiela A., Pedrycz W. (Eds.): Human-Centric Information Processing Through Granular Modelling, Berlin, Springer 2009.
- [4] Borisow W. W., Krugłow W. W., Fiedułow A. C.: Rozmyte modele i sieci, Moskwa, Wyd. „Telekom” 2004 (w j. rosyjskim).
- [5] Jastriebow A., Słoń G.: Rozmyte mapy kognitywne w relacyjnym modelowaniu słabostrukturalnych systemów. W: Jastriebow A. (red.) Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne w nauce, technice i edukacji. Wyd. Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacyjnej – Państwowego Instytutu Badawczego, Radom 2009, str. 35-38.
- [6] Jastriebow A., Słoń G.: Rozmyte mapy kognitywne w relacyjnym modelowaniu systemów monitorowania. W: Kowalczyk Z. (red.) Systemy wykrywające, analizujące i tolerujące usterki. PWNT, Gdańsk 2009, str. 217-224.
- [7] Jastriebow A., Słoń G.: Synteza i analiza obliczeniowa modeli inteligentnych opartych na mapach kognitywnych – część I. Synteza. W: Jastriebow A. (red.) Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne i ich zastosowania. Wyd. Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacyjnej – Państwowego Instytutu Badawczego, Radom 2010, str. 77-86.
- [8] Jastriebow A., Słoń G.: Synteza i analiza obliczeniowa modeli inteligentnych opartych na mapach kognitywnych – część II. Analiza. W: Jastriebow A. (red.) Informatyka w dobie XXI wieku. Technologie informatyczne i ich zastosowania. Wyd. Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacyjnej – Państwowego Instytutu Badawczego, Radom 2010, str. 77-86.
- [9] Jastriebow A., Słoń G.: Ziarnistość informacji w dynamicznych modelach rozmytych relacyjnych map kognitywnych, Logistyka, 2010 (przyjęto do publikacji).
- [10] Kandasamy W.B.V., Smarandache F.: Fuzzy Cognitive Maps and Neutrosophic Cognitive Maps. Xiquan, Phoenix, AZ, USA 2003.
- [11] Kosko B.: Fuzzy cognitive maps, Int. Journal of Man-Machine Studies, Vol. 24, 1986, pp. 65-75.
- [12] Pedrycz W.: Fuzzy Sets as a User-Centric Processing of Granular Computing. In: Pedrycz W., Skowron A., Kreinovich V. (Eds.): Handbook of Granular Computing, Chichester, England, John Wiley & Son Ltd, Publication Atrium 2008.
- [13] Piegat A.: Fuzzy Modelling and Control, Physica-Verlag, Springer-Verlag Company 2001.
- [14] Stach W., Kurgan L., Pedrycz W., Reformat M.: Genetic Learning of Fuzzy Cognitive Maps, Fuzzy Sets and Systems, 2005, V. 153, pp. 371-401.