

**Aleksandra SIKORA**

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI,  
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

## **Apodyzowane siatki Bragga o stałym okresie jako przetworniki odkształceń impulsowych. Analiza numeryczna**

Dr inż. Aleksandra SIKORA

Ukończyła studia na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej, specjalność: informatyka techniczna, w 2002r. Zatrudniona jako asystent, później adiunkt (2010) w Katedrze Elektrotechniki i Systemów Pomiarowych macierzystej uczelni. Zainteresowania naukowe dotyczą zagadnień miernictwa dynamicznego, a w szczególności obejmują analizę pomiaru wielkości szybkozmiennych światłowodowych siatkami Bragga. Jest autorem lub współautorem kilku artykułów o wymienionej tematyce.

e-mail: a.sikora@tu.kielce.pl



### **Streszczenie**

Artykuł dotyczy analizy wpływu długości apodyzowanych siatek równomiernych na dokładność przetwarzania odkształceń impulsowych o kształcie połowy sinusoidy. Nowością jest wykonanie tej analizy z jednoczesnym porównaniem wpływu wybranych profili apodyzacyjnych siatki równomiernej na dokładność tego przetwarzania. Przedstawiono wyniki obliczeń wybranych miar błędów dynamicznych. Na ich podstawie można stwierdzić, że wpływ profili apodyzacyjnych (w modelowanym zakresie) jest widoczny dla błędów czasu narastania i amplitudy, dla błędu średnio-kwadratowego jest nieznaczny.

**Słowa kluczowe:** światłowodowa siatka Bragga, odkształcenie impulsowe, czujnik.

### **Apodized uniform fibre Bragg gratings as impulsive strain transducers. Numerical analysis**

#### **Abstract**

The fibre Bragg gratings (FBG) are used in measurements as optical transducers which can also be used in high-frequency strain measurements [1, 2]. In such applications the output signal is distorted mainly due to the grating length [3, 4]. In order to select the proper grating length, the rise-time error (RTE, Fig. 2, Eq. 3), the amplitude error of the frequency change (AFCE, Fig. 2, Eq. 4) and the mean square error (MSE, Fig. 3, Eq. 5) were calculated. The calculations were carried out in several steps. In order to model the reflected grating power, the transfer matrix description [5] was used when taking into account the individual changes of parameters of each section of the grating (Eq. 1) [6]. The effective central frequency was assumed to be the grating output signal (Eq. 2)[7]. The dynamic errors were calculated [8] for a half sinusoidal (Eq. 8) impulsive strain waveform, and different apodization functions (raised-cosine profile Eq. 6, sinc Eq. 7) (Fig. 1) [9]. The results can be summarized in a conclusion: the calculated errors allow selecting the proper length of the fibre grating if the errors are established, and the waveform of the pulse is identified. The influence of the apodization function is observable for the RTE and AFCE, while for the MSE it is insignificant.

**Keywords:** fiber Bragg grating, impulsive strain, sensor.

### **1. Wstęp**

Światłowodowe siatki Bragga są stosowane w miernictwie jako tensometry optyczne, które można również stosować w pomiarach szybkozmiennych [1, 2]. W takich zastosowaniach istotny wpływ na dokładność pomiarów ma dobór ich długości [3, 4]. Doboru tego można dokonać, przyjmując jako kryterium wyboru różne miary błędu dynamicznego przetwarzania odkształceń impulsowych. W artykule podano zależności: błędu czasu narastania w funkcji stosunku długości zbocza narastającego odkształceń do długości siatki, błędu amplitudowego zmiany efektywnej częstotliwości centralnej w funkcji stosunku zbocza narastającego odkształceń do długości siatki i błędu średniokwadratowego

w funkcji stosunku długości siatki do długości działającego odkształceń. Zależności te wyznaczono w trzech etapach, którymi były:

- wyznaczenie widma mocy odbitej siatki,
- obliczenie efektywnej częstotliwości centralnej podczas przetwarzania odkształceń impulsowych,
- wyznaczenie błędów dynamicznych.

### **2. Metoda**

Widmo mocy odbitej siatki modelowano za pomocą metody macierzy transferowych, wyprowadzonej z teorii modów sprężonych w zastosowaniu do światłowodowych siatek Bragga [5]. Metoda ta aproksymuje właściwości siatek nierównomiernych przez podzielenie jej na równomierne sekcje. Widmo mocy odbitej uzyskuje się na podstawie iloczynu macierzy opisujących poszczególne sekcje siatki i warunków brzegowych. W analizowanej w artykule propagacji odkształceń impulsowych, kolejne sekcje siatki poddawane są odkształceniom o różnej wartości, co powoduje, że każda część siatki ma inną częstotliwość rezonansową. Aby to zamodelować, trzeba uwzględnić lokalne zmiany parametrów każdej części siatki: okresu siatki  $\Lambda$  i współczynnika załamania  $n_{eff}$ . Wówczas odbite długości fal z różnych miejsc siatki równomiernej dane są zależnością [6]:

$$\lambda(z) = 2n_{eff} \Lambda [1 + (1 - p_e) \varepsilon(z)], \quad (1)$$

gdzie:  $z$  - odległość wzdłuż osi podłużnej siatki,  $\lambda(z)$  - długość fali odbitej z określonego położenia wzdłuż długości siatki,  $n_{eff}$  - efektywny współczynnik załamania rdzenia światłowodu w siatce,  $\Lambda$  - okres siatki,  $p_e$  - współczynnik elastoptyczny,  $\varepsilon(z)$  - kształt działającego odkształcenia impulsowego.

Podczas propagacji odkształceń impulsowych nie jest możliwe wyznaczenie jednej częstotliwości fali Bragga [3, 4]. Wobec czego zdefiniowano efektywną częstotliwość centralną jako odciętą średnią ciężkości widma mocy odbitej siatki wyrażoną wzorem [7]:

$$f_{eff} = \frac{\int_0^\infty f R(f) df}{\int_0^\infty R(f) df}, \quad (2)$$

gdzie:  $R(f)$  - widmo mocy odbitej siatki w funkcji częstotliwości,  $f$  - częstotliwość. Wielkość ta ma następujące właściwości:

- obliczona dla siatki nieodkształconej odpowiada częstotliwości Bragga siatki,
- przy działaniu odkształceń równomiernych zmiany jej są takie same jak zmiany częstotliwości Bragga.

Miary błędu dynamicznego obliczono, przyjmując jako sygnał wyjściowy siatki jej efektywną częstotliwość centralną. Jako wartość poprawną przyjęto sygnał wyjściowy z siatki nieznieszktałcającej. Siatka ta ma taką właściwość, że pod wpływem propagowanego impulsu odkształcenia widmo jej zostaje tylko przesunięte. Wartość tego przesunięcia wyliczono na podstawie chwilowej wartości odkształcenia  $\varepsilon(z)$  działającego na jej początek.

Jako miary błędu dynamicznego obliczono: błąd czasu narastania, błąd amplitudowy, błąd średniokwadratowy [8].

Błąd czasu narastania, w funkcji stosunku długości zbocza narastającego odkształcenia do długości siatki, obliczono według zależności:

$$\delta_{rt} \left( \frac{b}{L} \right) = \frac{t_{ro} - t_{ri}}{t_{ri}} 100\%, \quad (3)$$

gdzie:  $t_{ro}$  - czas narastania sygnału wyjściowego siatki rzeczywistej,  $t_{ri}$  - czas narastania sygnału wyjściowego siatki nieznieształcającej,  $b$  - długość przedniego zbocza wymuszenia,  $L$  - długość siatki. Obliczono wartości tego błędu dla następujących czasów narastania sygnału:

- (0-100)% swojej wartości maksymalnej,
- (5-95)% swojej wartości maksymalnej,
- (10-90)% swojej wartości maksymalnej.

Błąd amplitudowy zmiany efektywnej częstotliwości centralnej, w funkcji stosunku zbocza narastającego odkształcenia do długości siatki, określono jako:

$$\delta_{AAf} \left( \frac{b}{L} \right) = \frac{\Delta f_{ceff} - \Delta f_{ceff}^*}{\Delta f_{ceff}^*}, \quad (4)$$

gdzie:  $\Delta f_{ceff}$  - maksymalna zmiana (od częstotliwości Bragga siatki) efektywnej częstotliwości centralnej siatki rzeczywistej,  $\Delta f_{ceff}^*$  - maksymalna zmiana (od częstotliwości Bragga siatki) efektywnej częstotliwości centralnej siatki nieznieształcającej.

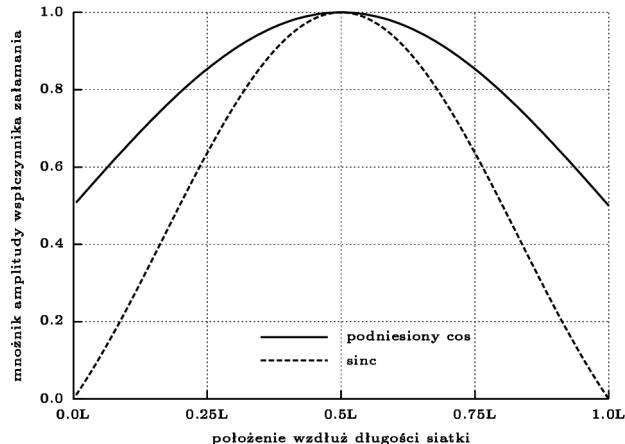
Błąd średniokwadratowy, w funkcji stosunku długości siatki do długości działającego odkształcenia, obliczono według zależności:

$$\delta \left( \frac{L}{\Lambda} \right) = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} [\Delta f_{ceff}(t) - \Delta f_i(t)]^2 dt}{\int_0^{\infty} \Delta f_i^2(t) dt}}, \quad (5)$$

gdzie:  $\Lambda$  - długość działającego odkształcenia,  $\Delta f_{ceff}(t)$  - zmiana (od częstotliwości Bragga siatki) efektywnej częstotliwości centralnej siatki rzeczywistej,  $\Delta f_i(t)$  - zmiana (od częstotliwości Bragga siatki) efektywnej częstotliwości centralnej siatki nieznieształcającej.

### 3. Wyniki

Modelowane siatki miały parametry:  $L = 10$  mm,  $n_{eff} = 1,46$ ,  $\lambda_d = 1535$  nm - długość fali Bragga,  $\delta n_{eff} = 3,1 \cdot 10^{-4}$  - amplituda modulacji współczynnika załamania (składowa zmienna AC).



Rys. 1. Zastosowane profile apodyzacyjne do siatki  
Fig. 1. Apodization profiles used for grating.  
Solid line - raised-cosine profile, dashed line - sinc

Wybrano następujące profile apodyzacyjne [9] stosowane do funkcji modulacji współczynnika załamania  $\delta n_{eff}(z)$  (składowa zmienna AC) (rys. 1):

- podniesiony cosinus:

$$\delta n_{eff}(z) = \delta n_{eff} 0,5 \left( 1 + \cos \frac{\pi(z - 0,5L)}{L} \right), \quad (6)$$

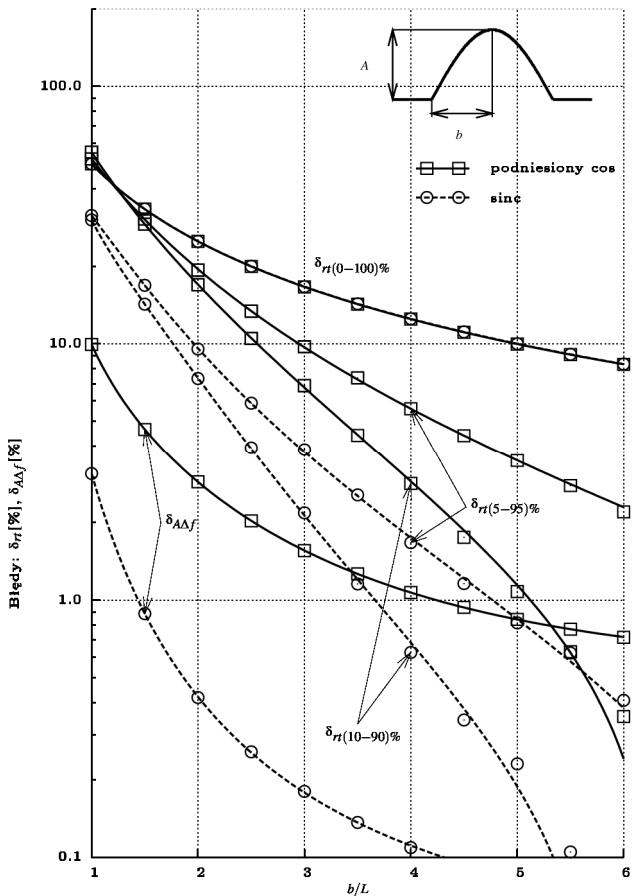
- sinc (funkcja znormalizowana):

$$\delta n_{eff}(z) = \delta n_{eff} \sin c \left( \frac{z - 0,5L}{0,5L} \right), \quad (7)$$

Propagowany impuls odkształcenia opisany jest wzorem:

$$\varepsilon(z) = A \sin \left( \frac{\pi z}{2b} \right), \quad (8)$$

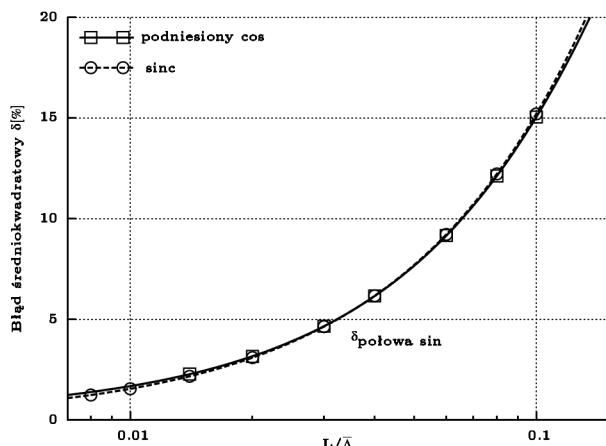
gdzie:  $\varepsilon(z)$  - funkcja propagowanego odkształcenia impulsowego,  $A$  - amplituda działającego odkształcenia impulsowego. Do symulacji przyjęto  $A = 1000 \mu\epsilon$ , odkształcenie działa rozciągającą na siatkę.



Rys. 2. Błędy: czasu narastania  $\delta_{rt}$  i amplitudowej zmiany efektywnej częstotliwości centralnej  $\delta_{AAf}$ , w funkcji stosunku długości zbocza narastającego odkształcenia  $b$  i długości siatki  $L$ , przetwarzania siatkami równomiernymi odkształceń w kształcie połowy sinusoidy

Fig. 2. The rise-time error of the apodized gratings as a function of the ratio of the leading edge length of the strain pulse  $b$  to the grating length  $L$ , for the sinusoidal waveform of the strain pulse. Solid line and squares - raised-cosine profile, dashed line and circles - sinc

Rysunek 2 przedstawia wyniki obliczeń błędu czasu narastania (wzór 3) i błędu amplitudowego zmiany efektywnej częstotliwości centralnej (wzór 4). Rysunek 3 przedstawia błąd średniokwadratowy obliczony według wzoru 5.



Rys. 3. Błąd średniookwadratowy, w funkcji stosunku długości siatki  $L$  i długości impulsu, przetwarzania siatkami równomiernymi z różnymi profilami apodyzacyjnymi, odkształceń impulsowych w kształcie polowy sinusoidy

Fig. 3. The mean-square error as a function of the ratio of the grating length  $L$  to the strain pulse length  $\bar{\lambda}$ , for the sinusoidal waveform of the strain pulses

#### 4. Wnioski

Praktycznym ograniczeniem stosowania siatek Bragga w pomiarach szybkozmiennych wielkości mechanicznych jest ich długość. Zbyt duża długość siatki może być przyczyną znaczących błędów przetwarzania. Przeprowadzona analiza numeryczna pozwoliła ustalić wpływ długości siatki i zastosowanego profilu apodyzacji na dokładność przetwarzania przebiegów odkształceń impulsowych o kształcie polowy sinusoidy. Przedstawione wyniki wskazują, że przez dobór profilu apodyzacji można zmniejszyć błędy czasu narastania dla czasów narastania w zakresach:

(5-95)% i (10-90)% wartości maksymalnej oraz błąd amplitudowy efektywnej częstotliwości centralnej. Przyjmując za kryterium doboru siatki przebiegi błędu średniokwadratowego, wpływ zmian profilu apodyzacji w modelowanym zakresie jest nieznaczny.

#### 5. Literatura

- [1] Kaczmarek Z.: Światłowodowy czujnik ciśnień impulsowych z siatką Bragga, Pomiary Automatyka Kontrola. Nr 4/2006, s. 24-28.
- [2] Kaczmarek Z.: Fiber Bragg grating impulsive pressure sensor. Proc. SPIE, Vol. 5952, 595215-1 (2005), doi: 10.1117/12.622460.
- [3] Sikora A., Kaczmarek Z.: Analiza pracy światłowodowej siatki Bragga o stałym okresie przy odkształceniach impulsowych. Pomiary Automatyka Kontrola, (53), nr 9bis/2007, s.309-312, 2007.
- [4] Kaczmarek Z., Sikora A.: Influence of the length of a uniform fiber Bragg grating on the accuracy of measuring an impulsive strain. Optica Applicata, Vol. XXXVIII, No. 2, 2008.
- [5] Othonos A., Kyriacos K.: Fiber Bragg Gratings. Fundamentals and Applications in Telecommunications and Sensing. Artech House, Boston, London. 1999.
- [6] Huang S., Ohn M. M., LeBlanc M., Measures R. M.: Continuous arbitrary strain profile measurements with fiber Bragg gratings, Smart Materials and Structures (7), 1998.
- [7] Bracewell R.: Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania. Warszawa, WNT, 1968.
- [8] Kaczmarek Z.: Pomiary i odtwarzanie przebiegów sił i ciśnień impulsowych. Monografia. Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 2001.
- [9] Erdogan T.: Fiber Grating Spectra, Journal of Lightwave Technology, vol. 15, no. 8, 1997.

otrzymano / received: 18.09.2010  
przyjęto do druku / accepted: 01.11.2010

artykuł recenzowany

#### INFORMACJE

#### Nowa inicjatywa PAK

Na stronie internetowej Wydawnictwa PAK został utworzony dział: **Niepewność wyników pomiarów** w którym są zamieszczane aktualne informacje dotyczące problemów teoretycznych i praktycznych związanych z szacowaniem niepewności wyników pomiarów. W dziale znajdują się:

- aktualne informacje o publikacjach dotyczących niepewności wyników,
- informacje o przedsięwzięciach naukowo–technicznych i edukacyjnych, o tematyce związanej z niepewnością,
- dokumenty dotyczące niepewności,
- pytania do ekspertów (FAQs).

Zapraszamy:

- autorów opublikowanych prac dotyczących niepewności o nadsyłanie tekstów do zamieszczenia w tym dziale,
- organizatorów przedsięwzięć naukowo – technicznych lub edukacyjnych do nadsyłania informacji o imprezach planowanych lub odbytych,
- zainteresowanych zagadnieniami szczegółowymi do nadsyłania pytań do ekspertów.

Materiały mogą mieć formę plików lub linków do źródeł. Warunkiem zamieszczenia w tym dziale strony internetowej PAK materiałów lub linków jest przesyłanie do redakcji PAK pocztą zwykłą zgody właściciela praw autorskich na takie rozpowszechnienie. Zamieszczanie i pobieranie materiałów i informacji w tym dziale strony internetowej jest bezpłatne. Redakcja PAK będzie nadzorować zawartość działu, ale za szczegółowe treści merytoryczne odpowiadają autorzy nadsyłanych materiałów.