

## Cezary SIWOŃ

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA W KIELCACH,  
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

# Wyznaczanie okresu sygnałów dyskretnych na podstawie wartości średniej

Dr inż. Cezary SIWOŃ

Ukończył studia na wydziale Elektrotechniki, automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej w 1992 r. Stopień doktora na tym samym wydziale uzyskał w 2004 r. Pracuje jako adiunkt w Katedrze Elektrotechniki i Systemów Pomiarowych PŚK w Kielcach. Główne zainteresowania zawodowe dotyczą tworzenia oprogramowania dla systemów pomiarowych. Zajmuje się także zagadnieniami miernictwa dynamicznego.



e-mail: csiwon@tu.kielce.pl

### Streszczenie

Wyznaczanie okresu sygnału dyskretnego jest stosowane w wielu dziedzinach takich jak wibroakustyka, akustyka czy analiza mowy. Stosunkowo rzadko spotyka się zastosowanie tych metod w technice pomiarowej czy elektrotechnice, zapewne ze względu na istniejące i w pełni sprawdzone metody. W artykule przedstawiono propozycję nowej metody bazującej na wartości średniej sygnału okresowego. Zamieszczono również przykładowe wykorzystanie metody do pomiaru prędkości obrotowej silnika na podstawie przebiegu napięcia zasilającego.

**Słowa kluczowe:** wyznaczanie okresu, wartość średnia, wariancja, prędkość obrotowa.

## Pitch detection of discrete signals based on the mean value

### Abstract

Pitch detection is widely used in many domains such as vibroacoustic, speech analysis [1, 3, 4, 5]. This paper describes a new method for pitch detection based on the period mean value. The presented algorithm uses a given number of integrators (Fig. 1) integrating a shifted signal. The output values of the integrators are proportional to the signal mean value if these values are equal to each other. In this case the period is equal to the integration window size. The variance was used in order to detect "equality" of the output values of the integrators. The variance waveform is presented in logarithmic scale to enlarge the range of low values. The first derivative of the logarithmic variance signal was determined. The zero-crossing points (Fig. 3), in which the derivate crosses the x-axis going from negative to positive, correspond to the minima of the variance signal. The location of the first zero-crossing point, which satisfies the conditions presented in Section 5, determines estimation of the period and pitch. An example of application (measurement for rotation speed) of the proposed method to measurements of rotation speed is given.

**Keywords:** pitch detection, period measurement, mean value, variance.

## 1. Wstęp

Powszechnie stosowaną metodą wyznaczania okresu jest zliczanie przejść sygnału przez wartość zero. Jest to metoda bazująca na wiedzy a priori o funkcji opisującej sygnał okresowy. Popularność tej metody wynika z faktu, iż najczęściej występujące sygnały mają dwa przejścia przez wartość zero i dla tego typu sygnałów budowane są przyrządy pomiarowe.

Trudności pojawiają się w sytuacji, gdy w sygnale mierzonym zawarte są znaczące wyższe harmoniczne lub gdy sygnał ma charakter okresowy, ale o nieznanym przebiegu.

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania okresu dla dowolnych sygnałów okresowych, niezależną od liczby przejść przez zero (lub wartość średnią) tego sygnału w okresie, podobnie jak metody autokorelacji czy funkcja różnicowa AMDF [1, 3, 4, 5].

## 2. Idea metody

Proponowana metoda pomiaru okresu bazuje na wartości średniej sygnału w okresie:

$$X_m = \frac{1}{T} \int_{t_p}^{t_p+T} x(t) dt \quad (1)$$

Z właściwości sygnału okresowego  $x(t)$  wynika, że wartość  $X_m$  nie zależy od czasu  $t_p$ :  
dla  $t_p=0$

$$X_m = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2)$$

dla  $t_p=\tau$

$$X_m = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{T+\tau} x(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t+\tau) dt \quad (3)$$

Porównując obie strony równania otrzymamy:

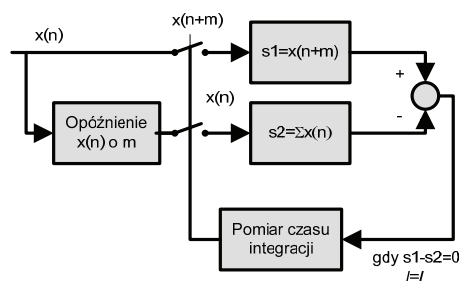
$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t+\tau) dt \quad (4)$$

Dla sygnałów dyskretnych otrzymamy równość:

$$\sum_{n=0}^{L-1} x(n) = \sum_{n=0}^{L-1} x(n+m) \quad (5)$$

gdzie:  $L$  – okres dyskretny,  $m$  – opóźnienie,  $n$  – numer próbki.

Otrzymana równość jest dość trywialna, ale może prowadzić do następującej koncepcji, że okresem sygnału jest taki czas całkowania dwóch różnych fragmentów badanego sygnału, dla którego obie całki są równe. Ideę takiego pomiaru sygnałów dyskretnych ilustruje rysunek 1.



Rys. 1. Schemat blokowy działania metody  
Fig. 1. Block diagram of the presented method

Pomiar rozpoczyna się w chwili pojawienia się pierwszej próbki  $n > m$  (czas potrzebny na pojawienie się sygnału na wyjściu bloku opóźniającego), w której do obu integratorów doprowadzone są sygnały  $x(n)$  i  $x(n+m)$ . Jednocześnie w tej samej chwili rozpoczyna się odmierzanie czasu integracji  $t_I = lT_S$  (gdzie  $l$  jest liczbą sumowanych próbek,  $T_S$  – okres próbkowania). W chwili, gdy na wyjściu obu integratorów pojawią się jednakowe wartości ich różnica wyniesie 0. Ta wartość różnicy jest sygnałem do zatrzymania integracji. Zgodnie z równaniem (5) zmierzony czas całkowania jest szukanym okresem  $t_I = lT_S$ .

Przedstawiona idea jest naiwna, gdyż można wykazać, że dla wielu sygnałów okresowych zachodzi ta równość dla czasu mniejszego od okresu. Przykładem jest funkcja  $\sin(x)$ , dla której tylko opóźnienie  $m=L/2$  zapewnia uzyskanie prawidłowej wartości okresu. Dla opóźnień w zakresie od 1 do  $L/2$  prezentowana metoda daje wartości okresu w zakresie od 1 do  $L/2$ .

### 3. Modyfikacja metody

W celu wykrywania okresu dowolnego dyskretnego sygnału okresowego przedstawioną metodę należy zmodyfikować poprzez zwiększenie liczby opóźnień i związanych z nimi integratorów.

Wyjście każdego z integratorów opisuje funkcja:

$$f_i(n) = \sum_{k=0}^n x(k+m_i), n=0..N-1-\max|m_i|, i=1..M-1 \quad (6)$$

gdzie:  $i$  – numer linii opóźniającej  $i$ -tego integratora,  $m_i$  – wartość opóźnienia  $i$ -tej linii opóźniającej,  $M$  – liczba linii opóźniających,  $n$  – numer próbki sygnału,  $N$  – długość sygnału  $x(n)$ ,  $\max|m_i|$  – wartość największego opóźnienia; przy czym:  $m_1=0$  – największe opóźnienie,  $m_M=\max|m_i|$  – opóźnienie zerowe,  $m_m+1$  – numer próbki po zarejestrowaniu której rozpoczynamy pomiar.

Przy obliczaniu wartości sum  $f_i$  można skorzystać z zależności rekurencyjnej:

$$f_i(n+1) = f_i(n) + x(n+1+m_i) \quad (7)$$

gdzie:  $n=0,1..N-1-\max|m_i|$ .

Warunkiem zakończenia pomiaru jest równość wszystkich sum  $f_i$ , wtedy wartość  $n$  jest szukanym okresem  $L$ . Problemem jest wykrywanie „równości” wszystkim sum w sytuacji analizowania rzeczywistych sygnałów dyskretnych, które zawierają zakłócenia, jak również gdy okres sygnału ciągłego nie jest całkowitą wielokrotnością okresu próbkowania.

Wartości  $f_i(n)/n$  są estymatami wartości średniej sygnału w okresie  $n$ . Zbiór wartości  $f_i(n)/n$  możemy potraktować jako wyniki serii pomiarów tej samej wielkości  $X_m$ . W celu oceny, czy  $n$  jest szukanym okresem  $L$ , co implikuje, że wszystkie  $f_i(n)/n$  są estymatami tej samej wartości  $X_m$ , można obliczyć wariancję jako miarę rozrzutu.

Estymata średniej  $X_m$  dana jest wzorem:

$$\bar{X}_m = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{f_i(n)}{n} \quad (8)$$

gdzie:  $M$  – liczba linii opóźniających i integratorów,  $n$  – długość sygnałów.

Korzystając z estymatora nieobciążonego wariancji otrzymujemy funkcję opisującą zmiany wariancji w funkcji długości sygnału [2]:

$$S_{X_m}^2(n) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M \left( \frac{f_i(n)}{n} - \bar{X}_m \right)^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M \left( \frac{f_i(n)}{n} - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{f_i(n)}{n} \right)^2 = \frac{1}{M-1} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^M \left( f_i(n) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_i(n) \right)^2 \quad (9)$$

co prowadzi do zależności:

$$S_{X_m}^2(n) = \frac{1}{n^2} S_f^2(n) \quad (10)$$

gdzie:

$$S_f^2(n) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M \left( f_i(n) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_i(n) \right)^2 \quad (11)$$

Otrzymujemy zatem dwa wskaźniki rozrzutu, przy czym wariancja wartości średnich  $S_{X_m}^2(n)$  będzie tłumiona w funkcji długości  $n$  badanego sygnału, wariancja sum  $f_i(n)$  nie ma tej własności. Do oceny rozrzutu, i tym samym wyznaczenia okresu  $L$ , wybrano wariancję  $S_f^2(n)$  ze względu na brak tłumienia.

### 4. Dobór opóźnień

Dobór liczby integratorów, a tym samym i liczby opóźnień  $M$ , oraz wartości opóźnień  $m_i$  dla integratorów, są uzależnione od kształtu, okresu  $L$  i długości sygnału mierzonego  $N$ .

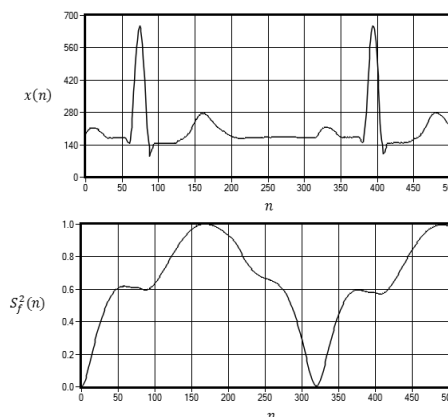
Dla sygnału mierzonego, którego okres mieści się w przedziale od 2 do  $K$ , konieczne jest zarejestrowanie sygnału dyskretnego o długości  $N \geq 2K$ . Przy braku wiedzy o kształcie sygnału mierzonego za liczbę integratorów należy przyjąć  $M=K$  a wartości opóźnień winny być kolejnymi liczbami w zakresie od 0 do  $K-1$ . W takiej sytuacji liczba opóźnień jest tego samego rzędu co w metodzie autokorelacji i AMDF [1, 3, 4, 5].

Dla sygnałów o znanym przebiegu możliwe jest dobranie mniejszej liczby integratorów, co znacznie zmniejsza złożoność obliczeniową metody. Przykładem może być sygnał sinusoidalny, dla którego teoretycznie wystarczające jest użycie  $M=4$  integratorów, przy czym dla trzech należy dobrać różne, niezerowe opóźnienia.

### 5. Przebieg wariancji

Aby przeanalizować przebieg wariancji wykorzystany został sygnały EKG o długości  $N=1000$  próbek. Wyznaczono wariancję sum  $f_i$  uzyskanych dla  $K=N/2$  linii opóźniających, o opóźnieniach  $m_i=i-1, i=1, 2 \dots K$ .

Na rysunku 2 zamieszczono przebieg EKG i znormalizowany do zakresu (0,1) przebiegi wariancji dla tego sygnału.



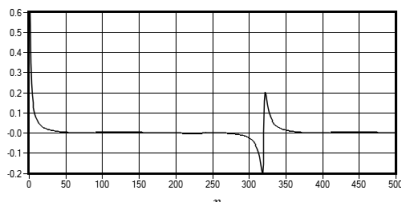
Rys. 2. Przebieg sygnału EKG o okresie 320 próbek i wariancji średnich tego sygnału  
Fig. 2. EKG signal and variance of its means

Kolejne punkty minimów przebiegu wariancji wyznaczają okresy. Aby ułatwić wyznaczanie tych punktów można uwypuklić małe wartości wariancji poprzez zlogarytmowanie.

Krzywa wokół punktów będącymi kolejnymi estymatami okresu sygnału tworzy wąskie, opadające szpilki, a w samych punktach następuje gwałtowna zmiana znaku pochodnej (punkty nieciągłości krzywej). Zróżniczkowanie zlogarytmowanej krzywej wariancji pozwoli na znormalizowanie krzywej w taki sposób, że punkty wyznaczające okres będą charakterystycznymi punktami przejścia tej krzywej przez zero, co przedstawiono na rysunku 3.

Za kryterium zakwalifikowania punktu przejścia zróżniczkowanej krzywej wariancji przez zero jako okresu można przyjąć dwa parametry:

- wartość współczynnika kierunkowego prostej przechodzącej przez ekstrema otaczające ten punkt. Jeśli wartość tego współczynnika jest większa od przyjętej wartości granicznej  $a_g$  to punkt jest uznawany za estymatę okresu.
- różnica między ekstremami otaczającymi punkt przejścia przez zero ma wartość większą od  $b_g$



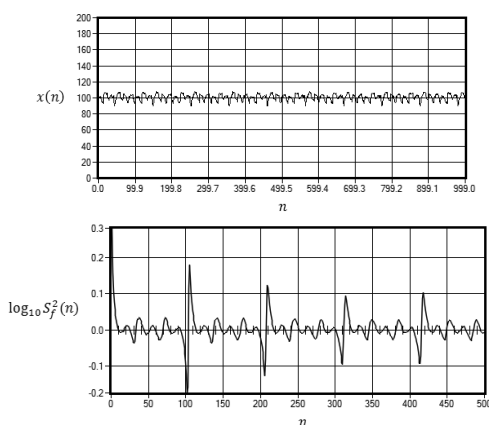
Rys. 3. Krzywa wariancji średnich sygnału EKG po zlogarytmowaniu i zróżniczkowaniu  
Fig. 3. Logarithmic variance of EKG signal means

W dalszej części pracy przyjęto wyznaczone doświadczalnie wartości obu parametrów:  $a_g=0,05$ ;  $b_g=0,4$ .

Parametry te wyznaczone na podstawie pomiarów wykonanych na symulowanych przebiegach harmonicznym o okresie  $T_0$ , próbkowanych niekoherentnie z okresem  $T_s$ . Dobór takich parametrów pozwalał na wykrywanie prezentowaną metodą całkowitych estymat okresu sygnału ciągłego  $L$  (gdzie  $L$  jest całkowitym zaokrągleniem stosunku  $T_0/T_s$ ), a nie tylko okresu sygnału dyskretnego  $L_d=RT_0/T_s$ , gdzie  $R$  jest najmniejszą wielokrotnością dla której  $L_d/T_s$  jest całkowite.

## 6. Pomiar prędkości obrotowej

Przykładem wykorzystania prezentowanej metody może być pomiar prędkości obrotowej. Tradycyjne metody wymagają sprzęgnięcia czujnika prędkości obrotowej z obracającym się elementem np. wałem silnika.



Rys. 4. Przebiegi napięcia zasilającego silnik komutatorowy małej mocy i zróżniczkowanej wariancji średnich tego napięcia

Fig. 4. Voltage signal supplying a brushed DC motor and variance of means of this signal

W sytuacji, gdy nie ma możliwości zainstalowania takiego czujnika lub nie ma dostępu do obracających się elementów, jedynym wyjściem jest wykorzystanie naturalnych sygnałów wytwarzanych przez ruch obrotowy jak np. dźwięk, ciśnienie, napięcie lub prąd zasilania itp.

Przeprowadzono pomiar prędkości obrotowej na podstawie przebiegów napięcia zasilającego silnik komutatorowy małej mocy. Prędkość tę zmierzono także metodą stroboskopową i wynosiła 5200 obr/min.

Prędkość obrotowa obliczona została na podstawie zależności:

$$f = \frac{60}{T_0} \quad (12)$$

gdzie:  $T_0$  jest okresem sygnału powstałego z ruchu obrotowego.

Okres  $T_0$  wyznaczono z zależności:

$$T_0 = LT_s \quad (13)$$

gdzie:  $L$  jest liczbą próbek będącą estymatą okresu zarejestrowanego sygnału ciągłego,  $T_s$  jest okresem próbkowania.

Na rysunku 4 przedstawiono zarejestrowany przebieg napięcia zasilającego silnik komutatorowy małej mocy i wyznaczony przebieg wariancji średnich. Pomiaru dokonano dla  $N=1000$  i liczby opóźnień  $M=500$ . Wartość  $L$  wyznaczono z zależności:

$$L = \frac{k}{l} \quad (14)$$

gdzie:  $k$  to numer próbki zlogarytmowanego i zróżniczkowanego przebiegu wariancji dla której wystąpiło ostatnie charakterystyczne przejście przez zero,  $l$  jest liczbą charakterystycznych przejść przez zero (co jest równoważne liczbie okresów w badanym sygnale).

Przedstawiony sposób wyznaczania  $T_0$  pozwala zmniejszyć niepewność pomiaru okresów o małych wartościach. Uzyskana w wyniku pomiaru przedstawioną metodą wartość prędkości obrotowej wynosiła 5152,1 obrótów/min, a niepewność pomiaru nie przekroczyła 1%.

## 7. Podsumowanie

Zaprezentowana w pracy metoda wyznaczania okresu charakteryzuje się następującymi cechami:

- wykorzystuje wartość średnią sygnału do wyznaczania okresu na podstawie sygnału bieżącego i jego opóźnionych realizacji,
- okres określony jest jako odległość pomiędzy minimami krzywej wariancji średnich lub między charakterystycznymi punktami przejścia przez zero zlogarytmowanej i zróżniczkowanej wariancji średnich,
- znaczące składowe harmoniczne, które mogą powodować powstawanie błędów oktaowych w metodach autokorelacji i AMDF [1, 3, 4, 5] w prezentowanej metodzie są silnie tłumione i minimalizują przyczyny powstawania tego typu błędów,
- wykorzystanie wartości średniej do wykrywania okresu sygnału powoduje, że metoda w obecnej postaci nie daje zadawalających rezultatów dla sygnałów quasiokresowych.

Warto zaznaczyć, że istnieją przesłanki do tego, aby radykalnie zmniejszyć liczbę opóźnień i tym samym integratorów. Pociągałoby to za sobą zmniejszenie kosztów obliczeniowych co znacznie zwiększyłoby atrakcyjność metody w stosunku autokorelacji, a nawet AMDF, która to metoda ceniona jest ze względu na najmniejszą złożoność obliczeniową [3].

## 8. Literatura

- [1] Hess W.J.: Pitch Determination of Speech Signals, New York: Springer, (1993).
- [2] Klonecki W.: Staytyka dla inżynierów, PWN, Warszawa 1999.
- [3] Ross M. J., Shaffner H. L., Cohen A., Freudberg R., Manley H. J.: Average Magnitude Difference Function Pitch Extractor, IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, 22(1974), n.5, 353-362.
- [4] Rabiner L., Cheng M. J., Rosenberg A. E., McGonegal C. A.: A comparative performance study of several pitch detection algorithms, IEEE Transactions on ASSP, 24 (1976), 399-417.
- [5] Talkin D.: A robust algorithm for pitch tracking (RAPT). Speech Coding and Synthesis, Elsevier Science, Amsterdam, (1995), 495.

otrzymano / received: 22.09.2010

przyjęto do druku / accepted: 01.11.2010

artykuł recenzowany