

Józef KUŚMIERZPOLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, KATEDRA ELEKTROTECHNIKI I SYSTEMÓW POMIAROWYCH,
Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce**Elementy analizy przetworników indukcyjnościowych dwucewkowych do bezstykowego pomiaru konduktywności elektrycznej materiałów**

Dr hab. inż. Józef KUŚMIERZ

Ukończył studia ze specjalnością Metrologia Elektryczna w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej w 1972 roku. Stopień doktora uzyskał w 1981 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej. Stopień doktora habilitowanego uzyskał na Wydziale Elektrycznym Politechniki Wrocławskiej w 2008 roku. Autor kilkudziesięciu publikacji z zakresu bezstykowych pomiarów konduktywności elektrycznej materiałów oraz współautor kilku patentów.



e-mail: kusmierz@tu.kielce.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę bezstykowego pomiaru konduktywności elektrycznej materiałów przewodzących z wykorzystaniem przetwornika indukcyjnościowego dwucewkowego. Na podstawie funkcji przetwarzania dokonano obliczeń numerycznych, przedstawiając ich wyniki w postaci charakterystyk w różnych układach współrzędnych. Umożliwiają one ocenę wpływu wszystkich istotnych parametrów przetwornika na tę funkcję. Wykazano, że w oparciu o zaprezentowaną analizę można projektować w sposób optymalny przetworniki tego typu.

Słowa kluczowe: bezstykowe pomiary konduktywności, przetwornik indukcyjnościowy.

Double-coil inductive transducers for contactless measurements of electrical conductivity of materials – some elements of analysis**Abstract**

The paper presents a method for contactless measurement of electrical conductivity of conductive materials using a double-coil inductive transducer. On the basis of the processing function, numerical computations have been performed and their results have been presented in the form of characteristics in different coordinate systems. They allow assessing the influence of all essential parameters of the transducer on this function. It has been shown that on the basis of the presented analysis one can design, in an optimal way, the transducers of such a type. Such a possibility is given by the presented results regarding the sensitivity and uncertainty of the processing. They show that the transducer optimal working point can be obtained by selecting the appropriate transducer geometrical dimensions of the transducer and the frequency of the supply current frequency. If the geometrical dimensions, for various reasons, are already determined, the optimal working point can be obtained only by proper selection of the frequency.

Keywords: contactless measurement of electrical conductivity, inductive transducer.

1. Wstęp

Konduktywność elektryczna jest wielkością fizyczną na podstawie której określa się właściwości elektryczne materiałów. Na podstawie konduktywności można dokonywać oceny wielu właściwości [1] fizycznych i chemicznych [2] badanych materiałów. Do pomiaru konduktywności stosowane są metody stykowe i bezstykowe. W układach pomiarowych wykorzystujących metody stykowe, konduktywność badanej próbki określa się na podstawie pomiaru jej rezystancji, której wartość dla materiałów dobrze przewodzących mieści się zwykle w przedziale od 10^{-5} do $10^{-2} \Omega$.

Niezbędne do wyznaczenia konduktywności badanego materiału wymiary geometryczne próbki są na ogół łatwe do określenia. Natomiast poprawny pomiar rezystancji próbki nie jest łatwym. W przypadku próbek metalowych głównym problemem jest porównywalność rezystancji zestyku próbki i elektrod pomiarowych z rezystancją samej próbki. Z praktyki pomiarowej wynika, że niepewność pomiaru rezystancji może osiągać niekiedy 100% wartości rezystancji badanej próbki. W przypadku pomiaru rezystancji elektrolitu może wystąpić znaczna niepewność pomiaru będąca wynikiem polaryzacji elektrod. Wymienione źródła niepewności pomiarów nie występują w przypadku stosowania przetworników pomiarowych wykorzystujących metody bezstykowe bazujące na oddziaływaniu pola magnetycznego na badaną próbkę. Zjawiskiem, które w niniejszej pracy jest podstawą konstrukcji przetwornika indukcyjnościowego służącego do bezstykowego pomiaru konduktywności przewodzących materiałów jest reakcja prądów wirowych wzbudzonych w badanym ośrodku. Reakcja prądów wirowych objawia się w postaci napięcia na zaciskach cewki pomiarowej przetwornika, który w tym przypadku jest konstrukcją złożoną z dwóch cewek nawiniętych na karkasie izolacyjnym w kształcie walca. W celu uzyskania dużego współczynnika wypełnienia cewki pomiarowej przez badany materiał, jej uzwojenie umieszcza się wewnątrz cewki pierwotnej (wzbudzenia, rys. 1).

Określenie konduktywności badanego materiału z wykorzystaniem tej metody wymaga zastosowania procedury wzorcowania przeprowadzonej przy użyciu elementów wzorcowych o dokładnie znanej konduktywności (otrzymuje się wówczas krzywą wzorcową) albo znajomości – otrzymanego na drodze analitycznej – modelu matematycznego przetwornika w postaci jego funkcji przetwarzania. Korzystniejszym rozwiązaniem jest znajomość analitycznej funkcji przetwarzania przetwornika. W takim przypadku konstruktor dla założonego zakresu pomiarowego konduktywności ma możliwość optymalizacji konstrukcji przetwornika poprzez dobór jego wymiarów geometrycznych oraz określenie częstotliwości prądu zasilającego cewkę wzbudzenia przetwornika. Wynika stąd, że w tego rodzaju pomiarach istotne znaczenie ma funkcja przetwarzania zastosowanego przetwornika. Wykorzystano tu funkcje przetwarzania wyprowadzoną w pracy [1]. Korzystając z programu Matlab, przeprowadzono rozbudowany eksperyment numeryczny demonstrujący właściwości rozważanego przetwornika wynikające z tej funkcji.

2. Zasada pomiaru

W niniejszej pracy wykorzystano oddziaływanie pola magnetycznego na badany materiał, zrealizowane za pomocą przetwornika indukcyjnościowego dwucewkowego (rys. 1). Pomiar konduktywności realizowany jest w sposób pośredni. Określenie konduktywności badanej próbki z wykorzystaniem tej metody wymaga znajomości, otrzymanego na drodze analitycznej, modelu matematycznego przetwornika w postaci funkcji przetwarzania. Funkcję tą zdefiniowano jako związek między stosunkiem napięć obserwowanych na zaciskach cewki pomiarowej z obecnością próbki i przy jej braku a konduktywnością σ ośrodka (materiału próbki). W związku z tym przyjęto, że mierzonym parametrem jest napięcie na zaciskach cewki pomiarowej, które należy zmierzyć dla każdej próbki dwukrotnie. Wymaganym warunkiem pozwalającym na porównanie wartości stosunku napięć uzyskanych z pomiarów z wartością otrzymaną z modelu jest zachowanie stałości prądu zasilającego cewkę wzbudzenia w obydwóch sytuacjach, ponieważ takie założenie uczyniono przy wyprowadzeniu funkcji przetwarzania, którą przedstawiono w postaci unormowanej. Uzyskano przez to uniwersalność tych funkcji, wyrażającą się

możliwością wykorzystania otrzymanych na ich podstawie wyników analizy numerycznej do interpretacji wyników pomiarów otrzymanych za pomocą przetworników tego rodzaju o dowolnych proporcjach wymiarów geometrycznych i częstotliwości prądu zasilającego cewki wzbudzenia. Analizowaną funkcję przetwarzania wyraża zależność [1]:

$$\Psi = \frac{\underline{U}}{\underline{U}_0} = \frac{\int_0^{\infty} f_1(y) K_1 \left(y \frac{\delta_1}{\alpha_1 \alpha_2} \right) \left[\frac{\sin \frac{\delta_1 \xi}{\alpha_1 \alpha_2} y}{y} \right]^2 dy}{\int_0^{\infty} I_1 \left(y \frac{\delta_1}{\alpha_1} \right) K_1 \left(y \frac{\delta_1}{\alpha_1 \alpha_2} \right) \left[\frac{\sin \frac{\delta_1 \xi}{\alpha_1 \alpha_2} y}{y} \right]^2 dy} \quad (1)$$

w której: \underline{U}_0 , \underline{U} - napięcie na zaciskach cewki pomiarowej przy braku próbki i z próbką, $y = \frac{\lambda}{\sqrt{\omega \mu_0 \sigma}}$ - bezwymiarowa zmienna całkowania, ω - pulsacja prądu zasilania, μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni.

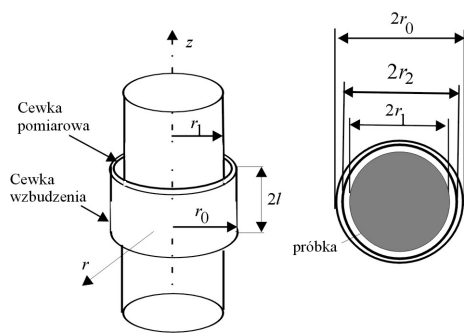
Pozostałe znormalizowane parametry wchodzące do równania (1) opisują wyrażenia:

$$\delta_1 = r_1 \sqrt{\omega \mu_0 \sigma}, \alpha_1 = \frac{r_1}{r_2}, \alpha_2 = \frac{r_2}{r_0}, \xi = \frac{l}{r_0} \quad (2)$$

$$f_1(y) = I_1 \left(y \frac{\delta_1}{\alpha_1} \right) + C(y) K_1 \left(y \frac{\delta_1}{\alpha_1} \right),$$

$$C(y) = \frac{y I_0(y \delta_1) I_1 \left(\delta_1 \sqrt{y^2 + j} \right) - \sqrt{y^2 + j} I_1(y \delta_1) I_0 \left(\delta_1 \sqrt{y^2 + j} \right)}{y K_0(y \delta_1) I_1 \left(\delta_1 \sqrt{y^2 + j} \right) + \sqrt{y^2 + j} K_1(y \delta_1) I_0 \left(\delta_1 \sqrt{y^2 + j} \right)},$$

gdzie: I_0, I_1, K_0, K_1 - zmodyfikowane funkcje Bessela pierwszej i drugiego rodzaju, zerowego i pierwszego rzędu.



Rys. 1. Struktura geometryczna przetwornika dwucewkowego
Fig. 1. Geometrical structure of the double-coil transducer

3. Analiza numeryczna

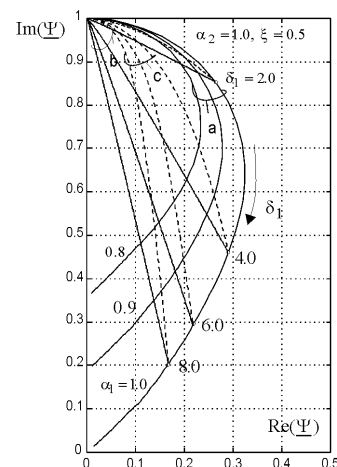
W celu "ujawnienia" właściwości metrologicznych przetwornika indukcyjnościowego, wynikających z opisującej go funkcji przetwarzania (1), zależność tę poddano analizie numerycznej z wykorzystaniem programów przygotowanych w środowisku Matlab. Wyniki eksperymentów numerycznych przedstawiono w formie wykresów prezentujących funkcję przetwarzania na płaszczyźnie zespolonej oraz wykresów otrzymanych na podstawie zależności zdefiniowanych na bazie funkcji przetwarzania

określonych jako czułość i niepewność w funkcji znormalizowanych parametrów przetwornika. Wykresy te umożliwiają efektywne określanie optymalnych wartości rozważanych parametrów przetwornika, w tym m. in. stwierdzenie czy przy założonych wymiarach przetwornika i założonej częstotliwości prądu zasilającego jego cewkę wzbudzenia możliwa jest realizacja przyjętych założeń pomiarowych. Wartości pewnych parametrów niezbędnych w projektowaniu przetwornika można odczytać bezpośrednio z uzyskanych wykresów. Wartości wszystkich pozostałych parametrów mogą być łatwo określone przy pomocy przygotowanych w środowisku Matlab programów komputerowych

Na rysunku 2, na płaszczyźnie zespolonej ($\text{Im}\Psi$, $\text{Re}\Psi$) przedstawiono wyniki eksperymentów numerycznych w postaci trzech rodzin krzywych, oznaczonych symbolami, odpowiednio, "a", "b" i "c" uzyskanych dla różnych zestawów wartości znormalizowanych parametrów (2) przetwornika. Otrzymanie krzywych z rodziny "c" wymaga zastąpienia w zależności (1) parametru δ_1 przez parametr $\delta = r_0 \sqrt{\omega \mu_0 \sigma}$. Parametry δ_1 i δ związane zależnością $\delta_1 = r_1 \sqrt{\omega \mu_0 \sigma}$ powiązane są ze sobą również zależnością: $\delta_1 = \alpha_1 \alpha_2 \delta$.

Zastąpienie w zależności (1) parametru δ_1 przez δ umożliwia – w przypadku rodziny "c" krzywych – wykonanie obliczeń dla zmieniającej się średnicy $2r_1$ badanej próbki oraz stałych pozostałych parametrach przetwornika.

Rodziny "b" oraz "c" krzywych wyznaczone zostały dla zmieniających się wartości parametru α_1 (określanego również mianem współczynnika wypełnienia), przy czym w przypadku rodziny "b" zmiana α_1 następuje w wyniku zmiany zarówno średnicy $2r_2$ cewki pomiarowej jak i średnicy $2r_0$ cewki wzbudzenia, natomiast w przypadku rodziny "c" – w wyniku zmiany średnicy $2r_1$ próbki. Z kolei, rodzina "a" krzywych – wyznaczona dla różnych wartości parametru α_1 – jest miejscem geometrycznym punktów pracy przetwornika przy zmianie konduktywności próbki. Zmiana ta – dla określonej wartości parametru α_1 – powoduje przesuwanie punktu pracy przetwornika wzdłuż krzywej wyznaczonej dla rozważanej wartości α_1 .



Rys. 2. Wykresy funkcji przetwarzania dwucewkowego przetwornika indukcyjnościowego na płaszczyźnie zespolonej dla różnych zestawów znormalizowanych parametrów:

Fig. 2. Plots of the processing function on the complex plane of the double-coil inductive transducer for different sets of normalized parameters (2):
rodzina "a": $\delta_1 \in (0, \infty)$; $\alpha_1 \in (0, 1)$; 0,9; 0,8; $\xi = 0,5$; $\alpha_2 = 1,0$
rodzina "b": $\delta_1 = 2, 4, 6, 8$; $\alpha_1 \in (0, 1)$; $\xi = 0,5$
rodzina "c": $\delta = 2, 4, 6, 8$; $\alpha_1 \in (0, 1)$; $\xi = 0,5$.

Rysunek 2 umożliwia również określenie – dla danego punktu pracy przetwornika – kierunków zmian napięcia na zaciskach jego cewki pomiarowej przy zmianach konduktywności badanej próbki (rodzina "a" krzywych) lub jej średnicy (rodzina "c" krzywych).

Analizując powyższe krzywe łatwo zauważyć, że dla małych wartości parametrów δ_1 i δ (rodzina "a") i (rodzina "c") kierunki te są prawie zgodne, natomiast w miarę wzrostu rozważanych parametrów kąt między nimi rośnie. Właściwość ta może być wykorzystana przy projektowaniu układu pomiarowego pozwalającego na pomiar konduktywności próbki niezależnie od zmian jej średnicy.

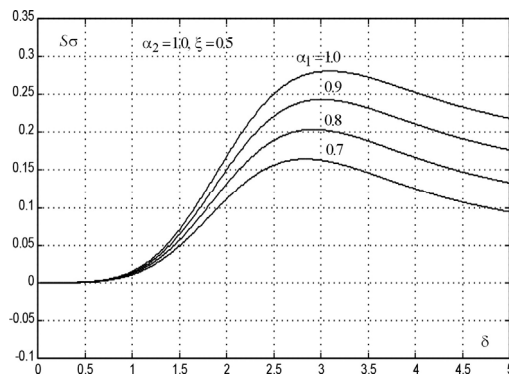
Dalszej istotnej informacji dotyczącej optymalizacji konstrukcji przetwornika tak, aby charakteryzował się on maksymalną czułością na zmiany konduktywności badanego ośrodka dostarcza analiza czułości, która jest przeprowadzona z wykorzystaniem funkcji przetwarzania przetwornika.

Czułość (reprezentacja zespolona) przetwornika $\underline{S} = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}$.

Uwzględniając, że $\delta = r_0 \sqrt{\omega \mu_0 \sigma}$ dla modułu Ψ funkcji przetwarzania Ψ czułość:

$$S = \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} \frac{\delta}{2\sigma} \quad (3)$$

Wyniki obliczeń iloczynu $S \sigma$ w funkcji δ przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Wykresy iloczynu konduktywności i czułości przetwornika w funkcji parametru δ dla modułu Ψ funkcji przetwarzania Ψ przetwornika dwucewkowego

Fig. 3. Product of the conductivity and sensitivity of the transducer as a function of the parameter δ for absolute value Ψ

Funkcja przetwarzania przetwornika umożliwia również oszacowanie niepewności, jaką popelnia się przy określaniu konduktywności tą metodą. Niepewność standardową względną $u_{rel}(\sigma)$ określa się z zależności [4]:

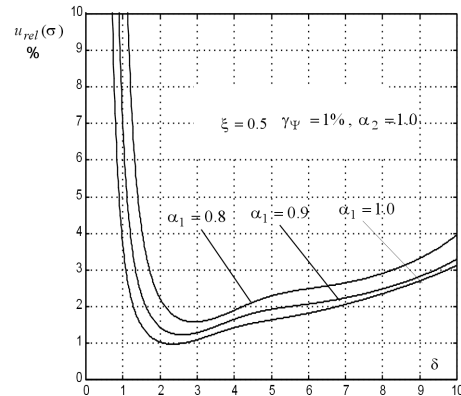
$$u_{rel}(\sigma) = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\Delta_g \delta}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_g \delta}{\sqrt{3} \delta}\right)^4} \quad (4)$$

w której: $\Delta_g \delta$ - błąd graniczny określenia wartości parametru δ przy wykorzystaniu charakterystyki przetwarzania.

Związek między błędem granicznym $\Delta_g \delta$ a granicznym względnym błędem pomiaru γ_Ψ i odpowiednim punktem pracy na charakterystyce przetwarzania określa zależność:

$$\Delta_g \delta = \gamma_\Psi \frac{\Psi}{\frac{\partial(\Psi)}{\partial \delta}}, \quad (5)$$

którą wykorzystuje się najpierw do oszacowania niepewności standardowej parametru δ a następnie niepewności standardowej pomiaru konduktywności σ zgodnie ze wzorem (4). Wyniki obliczeń niepewności standardowej względnej określania konduktywności w funkcji parametru δ dla różnych wartości współczynnika wypełnienia α_1 przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Charakterystyka niepewności określania konduktywności w funkcji parametru δ

Fig. 4. Uncertainty of determining the conductivity as a function of the parameter δ

Z przebiegu wykresów wynika, że funkcja $u_{rel}(\sigma) = f(\delta)$ posiada minimum. W ten sposób ujawnia się zakres wartości parametru δ najbardziej dogodny ze względu na minimalne wartości niepewności popelniane przy określaniu konduktywności badanych próbek.

4. Posumowanie

Przedstawiona analiza przetwornika indukcyjnościowego dwucewkowego stosowanego w pomiarach konduktywności umożliwia racjonalne jego zaprojektowanie. Na podstawie wykresów przedstawionych na rysunkach 3 i 4 można określić zakres zmian wartości charakterystycznego parametru δ , przy których czułość osiąga wartości maksymalne, a niepewność pomiaru konduktywności ma wyraźne minimum. Z przebiegu tych wykresów wynika także, że niespełnienie tego kryterium powoduje znaczny wzrost niepewności, a pomiar przypadkowo zaprojektowanym i wykonanym przetwornikiem może się okazać nie możliwy do zrealizowania. Z analizy wynika również, że korzystne jest zastosowanie maksymalnego wypełnienia cewki przetwornika materiałem próbką, ponieważ zwiększa to czułość pomiaru. Przetworniki indukcyjnościowe do pomiarów konduktywności nie mają wyraźnej lepszej alternatywy, dlatego też pogłębienie wiedzy o ich właściwościach rozszerza możliwości projektantów przetworników, a także jest oczekiwane przez technologów procesów w przemyśle metalurgicznym i chemicznym.

5. Literatura

- [1] Kuśmierz J.: Mathematical model of a double-coil inductive transducer for measuring electrical conductivity. Review of Scientific Instruments, Vol. 78, No.8, 2007, s. 084704 1-7.
- [2] Bakhtiyarov S.I., Overfelt R.A.: Electrical conductivity measurements in liquid metals by rotational technique. Journal of Materials Science, Vol.34, No. 5, 1999 s. 945-949.
- [3] Dodd C.V., Deeds W.E.: Analytical Solutions to Eddy-current Probe-coil Problems. J. Appl. Phys., Vol. 39, No. 6, 1968, s. 2829-2838.
- [4] Kuśmierz J.: Bezstykowe pomiary konduktywności materiałów przewodzących za pomocą przetworników indukcyjnościowych, Monografie, Studia, Rozprawy, nr M2, Wyd. Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2007, PL ISSN 1897-2691.
- [5] Ma X., Peyton A. J., Zhao Y.Y.: Measurement of the electrical conductivity of open-celled aluminium foam using non-contact eddy current techniques. NDT & E International, Vol. 38, Issue: 5, July, 2005, s. 359-364.