

Roman A. TABISZ

POLITECHNIKA RZESZOWSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I INFORMATYKI, KATEDRA METROLOGII I SYSTEMÓW DIAGNOSTYCZNYCH,
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

Wpływ błędów i niepewności wyników pomiarów na ocenę poziomu jakości procesów wytwarzania

Dr inż. Roman Aleksander TABISZ

W latach 1975-1990 pracownik Zakładów Przemysłu Elektronicznego „Kazel” w Koszalinie. Od 1990 roku adiunkt w Katedrze Metrologii i Systemów Diagnostycznych Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. W działalności naukowej i dydaktycznej zajmuje się dziedziną przemysłowych systemów pomiarowo diagnostycznych, w szczególności, diagnostyką metod, systemów i procesów pomiarowych. W latach 1994-2009 członek Komisji Problemovej Polskiego Komitetu Normalizacji.



e-mail: rtabisz@prz.rzeszow.pl

Streszczenie

Przedstawiono przykładową analizę wpływu błędów i niepewności wyników pomiarów, na ocenę jakości procesów wytwarzania. Uzasadniono konieczność uwzględniania w tego rodzaju analizie, wpływów oddziaływań systematycznych i losowych. Obydwa rodzaje oddziaływań decydują o wartościach liczbowych wyników pomiarów. W konsekwencji decydują o wartościach wskaźników zdolności procesów wytwarzania (C_p), stanowiących liczbowe miary ich jakości. Zaproponowano kryterium kwalifikacji procesu pomiarowego, którego zamierzonym zastosowaniem jest wyznaczanie wartości wskaźnika zdolności procesów wytwarzania (C_p). Kryterium to umożliwia stosowanie tego samego procesu pomiarowego w pełnym cyklu doskonalenia procesu wytwarzania. Od najniższego poziomu jego jakości ($C_p = 1$), do najwyższego poziomu jakości „6Sigma” ($C_p = 2$).

Słowa kluczowe: procesy pomiarowe, błędy i niepewności, procesy wytwarzania, ocena jakości, wskaźniki zdolności procesów pomiarowych, wskaźniki zdolności procesów wytwarzania.

The influence of measurement errors and uncertainties on the evaluation of the quality level of production processes

Abstract

An analytical example of the influence of measurement errors and uncertainties on the evaluation of the quality level of production processes, is presented. This influence was analyzed using the existing dependence on the manufacturing process the capability index (C_p) and measurement process capability indices (C_{p1} , C_{p2}) [13], and also, the dependence on the latter indices [13]. Attention was paid to the existing variety in the understanding and defining of such notions as: the measurement, the measurement error, and the uncertainty of measurement results. This variety, can in some situations, make for errors and ambiguities [10]. The model of the industrial measurement process, taking into account systematic and random influences on the final result of measurement, is described. Introduced was the notions: “interval of the natural process variability,” and “coverage interval”. The method of appointing the length of this “coverage interval”, is explained. This interval is a sum of the left-side extended uncertainty (U) and the right-side extended uncertainty (U^*). The length of this interval can be used as the numerical measure of the measurement process variability (MPV), and also for the creation of the final result of measurements [12]. The qualification criterion of the measurement process, which intended use is the appointing of the value of the manufacturing process capability index (C_p), is proposed. This index defines the capability of the production process for the manufacturing of products conforming with their design specification [4]. The use of this criterion in industry, makes it possible to use the same measurement process in the full cycle improvement of the production process, from the lowest quality level ($C_p = 1$), to the highest quality level „6Sigma” ($C_p = 2$) [12].

Keywords: measurement processes, errors and uncertainties, manufacturing processes, quality evaluation, measurement processes capability indices, manufacturing processes capability indices.

1. Ocena jakości procesów wytwarzania

Jakość procesów wytwarzania, rozumiana jest jako stopień ich zdolności do wytwarzania wyrobów zgodnych ze specyfikacją techniczną, tj. inaczej mówiąc, wyrobów spełniających wyspecyfikowane wymagania uzgodnione z odbiorcą i zapewniające jego satysfakcję. Korzystając z tej uznanej powszechnie definicji jakości [1], można mówić o poziomach jakości procesów wytwarzania. Procesem wytwarzania o doskonałym poziomie jakości, będzie każdy proces w którym, wszystkie wytworzone wyroby będą zgodne ze specyfikacją.

Producenci doskonalący procesy wytwarzania, osiągają kolejne poziomy ich jakości, metodą z poziomu na poziom. Osiągnięcie kolejnego, wyższego poziomu, wymaga dodatkowych nakładów finansowych, oraz wysiłku innowacyjnego i czasu. Przejście z niższego na wyższy poziom jakości zapewnia jednak, nie tylko satysfakcję odbiorców wyrobów, ale przynosi także zwiększenie dochodów i poprawę pozycji rynkowej firmy [2].

Niezwykle ważnym czynnikiem decydującym o sukcesie każdej strategii mającej na celu osiągnięcie kolejnego, lepszego poziomu jakości, jest zastosowanie właściwej liczbowej miary jakości procesu wytwarzania. Najlepszym wskaźnikiem poziomu jakości procesu wytwarzania jest jego wadliwość (W) [3]. Wskaźnik ten obliczany jest jako frakcja wyrobów niezgodnych, występująca w całej populacji wyrobów wytworzonych.

$$W = \frac{N_{nz}}{N_w} \quad (1)$$

gdzie: N_{nz} - liczba wyrobów niezgodnych w populacji wszystkich wytworzonych, N_w - liczba wszystkich wyrobów wytworzonych.

Okazało się, że wadliwość obliczana za pomocą wyrażenia (1) jest najbardziej uniwersalną miarą poziomu jakości procesu wytwarzania. Może być bowiem stosowana w sytuacji, gdy zgodność wyrobu ze specyfikacją oceniana jest na podstawie wyników pomiarów. Można ją zastosować także, gdy ocena zgodności wyrobu wykonywana jest metodą alternatywną, w której, zamiast przyrządu pomiarowego wykorzystywany jest sprawdzian typu (zgodny/niezgodny). Może być również stosowana wówczas, gdy podstawą oceny zgodności są subiektywne oceny obserwatora który, do oceny zgodności wyrobu wykorzystuje tylko własne zmysły, i nie używa żadnego wyposażenia pomiarowego, ani żadnych materialnych sprawdzianów.

Należy zauważyć, że w każdej z wymienionych sytuacji, wartości liczbowe, tej najbardziej uniwersalnej miary jakości procesów wytwarzania, należą do przedziału $[0, 1]$. Przedział ten po rozcięciu na dwa podprzedziały $[0, w_d]$ oraz $(w_d, 1]$, może być wykorzystywany jako podstawa formułowania jednoznacznego kryterium oceny jakości procesu wytwarzania. Punktem rozcięcia jest wartość liczbową wadliwości dopuszczalnej (w_d).

Wartości liczbowe wadliwości dopuszczalnej (w_d), dla poszczególnych procesów wytwarzania ustalane są w przemyśle, odrębnie dla każdego procesu wytwarzającego dany rodzaj wyrobów. Prowadzi się w tym celu analizy techniczno ekonomiczne i określa na ich podstawie opłacalność produkcji danego typu wyrobów.

Tak więc, korzystając z ustalonego przedziału $[0, w_d]$, pożądanych wartości wadliwości procesu wytwarzania można określać poziomy jakości tego procesu. Jeżeli rzeczywista liczbową wartość (w), wadliwości (W), danego procesu wytwarzania, będzie nieco mniejsza, lub równa wartości liczbowej wadliwości dopuszczalnej (w_d), to możemy powiedzieć że, dany proces posiada dostateczny, możliwy do przyjęcia poziom jakości. Jeżeli rzeczywista wartość liczbową wadliwości procesu wytwarzania będzie

dużo mniejsza od wartości wadliwości dopuszczalnej (w_d), lub będzie znikoma, to proces wytwarzania będzie posiadał poziom jakości dobry, bardzo dobry lub doskonały.

W celu określenia poziomów jakości procesu wytwarzania, można ustalić przedział pożądanych wartości wadliwości $[0, w_d]$, podzielić na kilka podprzedziałów reprezentujących kolejne poziomy jakości.

Współczesne branże przemysłowe, takie jak przemysł samochodowy, lotniczy, teleinformatyczny, lub im podobne, wytwarzają wyroby końcowe składające się z kilku lub kilkuset tysięcy podzespołów. Oczekują więc od swoich dostawców, aby utrzymywali procesy wytwarzania dostarczanych podzespołów, na bardzo wysokim poziomie jakości. Dla takiego wysokiego poziomu jakości, wartość liczbową wadliwości dopuszczalnej (w_d) wynosi kilka, kilkanaście, lub co najwyżej, kilkaset wadliwych podzespołów na milion podzespołów wytworzonych.

Przyjęto w związku z tym zwyczaj, operowania odmianą miary wadliwości, oznaczaną skrótem *DPMO*. Skróć ten pochodzi od pierwszych liter angielskiej nazwy „*Defects Per Milion Opportunities*”, co w języku polskim oznacza: „*liczba defektów na milion możliwości*”. Jeżeli możliwością będzie wytworzenie jednego podzespołu, to wartość liczbową dopuszczalnej wadliwości wyrażonej jako ($DPMO_d$) będzie oznaczać dopuszczalną liczbę niezgodnych podzespołów, które mogą pojawić się w strumieniu miliona podzespołów wytworzonych.

Dla przykładu, od producentów podzespołów elektronicznych wymaga się często, aby dopuszczalna wartość ($DPMO_d$) wynosiła 250. Korzystając z wyrażenia (1) będącego definicją uniwersalnej miary jakości procesu wytwarzania, można tą samą wadliwość dopuszczalną wyrazić jako: $w_d = 250/1000000$ lub $w_d = 0,00025$.

Operowanie takimi ułamekami lub ich postaciami dziesiętnymi nie jest wygodne w praktyce przemysłowej. Dodatkowo doskonalenie procesów wytwarzania prowadzi do coraz mniejszych wartości wadliwości dopuszczalnej reprezentowanej przez niewygodną w użyciu liczbę ułamkową.

Prawdopodobnie, w celu usunięcia tych niedogodności, wprowadzono zamiast wadliwości (W) inny wskaźnik zdolności procesów wytwarzania do produkcji wyrobów zgodnych ze specyfikacją. Wskaźnik ten oznaczany jest jako (C_p) i obliczany na podstawie zależności (2)

$$C_p = \frac{GGS - DGS}{2.3\sigma_p} = \frac{T}{2 \cdot 3\sigma_p} \quad (2)$$

gdzie: *GGS* - Górna Granica Specyfikacji (projektowej), *DGS* - Dolna Granica Specyfikacji (projektowej), σ_p - rzeczywiste odchylenie standardowe procesu wytwarzania.

Występująca w liczniku wyrażenia (2) różnica nazywana jest w dziedzinie sterowania jakością produkcji, „*przedziałem tolerancji projektowej*”. Długość tego przedziału oznaczana jest literą *T* ($T = GGS - DGS$). Przedział [*DGS*, *GGS*] określa zbiór liczbowych wartości dopuszczalnych, które zdaniem projektantów, może przyjmować dana właściwość jakościowa wyrobu. Natomiast występujący w mianowniku iloczyn jest „*przedziałem pokrycia*”, obejmującym odpowiednią, prawie całą, *długość przedziału naturalnej zmienności procesu wytwarzania*”. Przedział ten określony w wyrażeniu (2) jako ($2 \cdot 3\sigma_p$), jest przedziałem, który pokrywa 99,73 % wartości liczbowych wynikających z rozkładu normalnego $N[\mu_p, \sigma_p]$. Taki właśnie model rozkładu normalnego, przyjęto definiując wskaźnik C_p , do opisu zmienności procesu wytwarzania, ze względu na daną właściwość jakościową wyrobu. Rozkład ten położony jest symetrycznie względem granic tolerancji projektowej. To znaczy że jego parametr będący miarą położenia (μ_p) równy jest

$$\mu_p = (DGS + T/2) = (GGS - T/2) \quad (3)$$

Natomiast drugi parametr σ_p jest rzeczywistym odchyleniem standardowym danej właściwości jakościowej, będącym liczbową miarą zmienności całej populacji wytworzonych wyrobów.

Należy w tym miejscu zauważyć, że wskaźnik zdolności procesu wytwarzania (C_p), jest zmienną, która w dziedzinie oceny jakości procesów wytwarzania ma ograniczony zakres zastosowań. Wskaźnik ten może być wykorzystywany tylko w takich sytuacjach, gdy oceniana właściwość jakościowa wyrobu, jest właściwością mierzalną. Drugim ograniczeniem zastosowań tego wskaźnika jest to, że może być on wykorzystywany tylko w takich przypadkach, gdy zmienność wartości liczbowych właściwości jakościowej wyrobu, można opisywać modelem rozkładu normalnego $N[\mu_p, \sigma_p]$. Na dodatek takiego, który położony jest symetrycznie wewnątrz i względem granic przedziału tolerancji projektowej [*DGS*, *GGS*].

Opracowano i stosuje się kilka innych wskaźników, podobnych do wskaźnika C_p . Wskaźniki te uwzględniają brak symetrii względem granic tolerancji projektowej, oraz niemożliwość zastosowania do opisu zmienności procesu wytwarzania modelu rozkładu normalnego. Korzystanie w praktyce z tych wskaźników wymaga jednak dobrego przygotowania teoretycznego z dziedziny statystyki matematycznej, oraz rachunku prawdopodobieństwa. Wymaga także, odpowiedniego doświadczenia w dziedzinie przemysłowych zastosowań statystycznych metod sterowania jakością [4].

W celu zachowania przejrzystości dalszych rozważań, uwaga skupiona będzie na podstawowym wskaźniku C_p , mimo wskazanych jego ograniczeń. W pierwszej kolejności należy zauważyć, że wskaźnik C_p , może w praktyce, przyjmować wartości liczbowe należące do przedziału [1, 2]. Przedział ten można podzielić na kilka podprzedziałów odpowiadających kolejnym poziomom jakości procesu wytwarzania. W tabeli 1 przedstawiono podział przyjęty w dziedzinie statystycznego sterowania jakością [5], jako podstawowy pozwalający na prowadzenie rozważań o poziomach jakości procesów wytwarzania.

Tab. 1. Wartości *DPMO* odpowiadające poszczególnym poziomom jakości procesów wytwarzania, wyznaczone dla modelu zmienności procesu wytwarzania, którym jest rozkład normalny $N[\mu, \sigma]$. Rozkład ten jest symetrycznie położony względem granic przedziału tolerancji projektowej [5]

Tab. 1. Values of the *DPMO* for quality levels of manufacturing process. These values was calculated for normal distribution model $N[\mu, \sigma]$ of manufacturing process variability. The normal distribution model is symmetrically situated in relation to limits of project tolerance interval [5]

Poziom jakości procesu wytwarzania	Wskaźnik C_p	$T/2 =$	<i>DPMO</i>
dostateczny	1	3σ	2700
dobry	1,33	4σ	63
bardzo dobry	1,67	5σ	0,57
doskonały	2	6σ	0,002

Wartości *DPMO* przedstawione w Tabeli 1 wyliczone zostały dla modelu, który opisuje zmienność wartości właściwości jakościowej, za pomocą rozkładu normalnego $N[\mu_p, \sigma_p]$, symetrycznie położonego względem granic tolerancji projektowej. Odpowiada to bardzo wyidealizowanej sytuacji, która może rzadko występować w warunkach przemysłowych. Z tego powodu w przemyśle wytwarzającym podzespoły stosowany jest „*model Motoroli*”, zwany także „*modelem 6Sigma*” [5]. Wartości *DPMO* odpowiadające odpowiednim poziomom jakości dla „*modelu Motoroli*” przedstawiono w Tabeli 2. Model ten skonstruowany jest w następujący sposób. Taki sam rozkład normalny, którego właściwości zostały wykorzystane do obliczenia wartości *DPMO* przedstawionych w Tabeli 1 nie jest w tym przypadku rozkładem stacjonarym. Model ten uwzględnia możliwe w praktyce przemysłowej fluktuacje. W modelu tym, dopuszcza się fluktuacje procesu wytwarzania polegające na przesuwaniu się wartości oczekiwanej (μ_p). Przesunięcia te ograniczone są do przedziału wartości

$[(\mu_p - 1,5\sigma_p), (\mu_p + 1,5\sigma_p)]$. Natomiast rzeczywista wartość odchylenia standardowego σ_p nie może ulegać zmianom.

Tab. 2. Wartości *DPMO* odpowiadające poszczególnym poziomom jakości procesów wytwarzania, dla „modelu Motoroli” (6Sigma) [5]

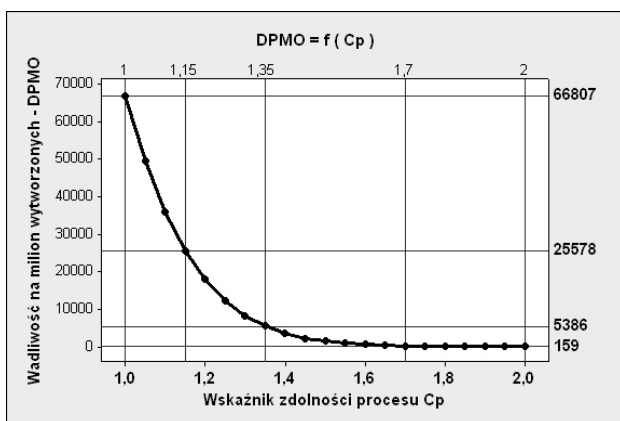
Tab. 2. Values of the *DPMO* for quality levels of manufacturing process, for “Motorola model” (6Sigma) of manufacturing process variability [5]

Poziom jakości procesu wytwarzania	$T/2 =$	Wskaźnik C_p	<i>DPMO</i>
dostateczny	3σ	1	66810
dobry	4σ	1,33	6210
bardzo dobry	5σ	1,67	233
doskonały	6σ	2	3,4

Strategia doskonalenia „6Sigma” jest stosowana z powodzeniem w wielu koncernach od 1993 roku. Opracowana i zastosowana po raz pierwszy w koncernie Motorola, przyniosła bardzo pozytywne skutki. Spowodowało to jej rozpowszechnienie, i zastosowanie w innych koncernach. Po kilkunastu latach doświadczeń sformułowano ogólną ocenę skuteczności stosowania strategii „6Sigma”. Ocenia się że, przejście z niższego na wyższy poziom jakości procesu wytwarzania, na przykład z poziomu „ 4σ ” na poziom „ 5σ ”, skutkuje oszczędnością około 10% kosztów jakości, które powstawałyby, gdyby proces pozostawiono na poprzednim poziomie jakości („ 4σ ”) [2].

Z tego powodu, wyznaczanie liczbowych wartości wskaźnika zdolności procesów wytwarzania (C_p), powinno być wykonywane na podstawie bardzo dokładnych wartości odchylenia standardowego procesu wytwarzania (σ_p). Na wartość liczbową tej miary zmienności, mogą wpływać różne czynniki. W tym rodzaj funkcji gęstości prawdopodobieństwa, którym można opisać zmienność badanej właściwości jakościowej wyrobu.

Zależność pomiędzy wadliwością mierzoną w *DPMO*, a wskaźnikiem zdolności (C_p), jest nieliniowa. Wykres tej nieliniowej zależności przedstawiony jest na rys. 1.



Rys. 1. Wykres zależności $DPMO = f(C_p)$ wynikającej z modelu Motoroli „6Sigma”

Fig. 1. The graph of dependence $DPMO = f(C_p)$ resulting from the “6Sigma” Motorola model

Widać wyraźnie że, przechodzenie z niższego na wyższy poziom jakości procesu wytwarzania, skutkuje kilkukrotnie mniejszą liczbą wadliwych wyrobów na milion wytworzonych. Nieliniowa zależność powoduje to, że niewielka zmiana wartości wskaźnika C_p powoduje istotną zmianę wadliwości procesu, wyrażonej w *DPMO*. Jeżeli założymy że można przyjąć rozkład normalny jako model zmienności, to największy wpływ na wartość estymatora odchylenia standardowego (σ_p), a w konsekwencji na obliczoną wartość wskaźnika zdolności procesu (C_p) będą miały dwa czynniki. Pierwszy to, szacowanie na podstawie wyników pomiarów losowo wybieranej, w odpowiednich odstępach czasu, próbki wyrobów. Drugi to niedoskonałość procesu pomiarowego, którego

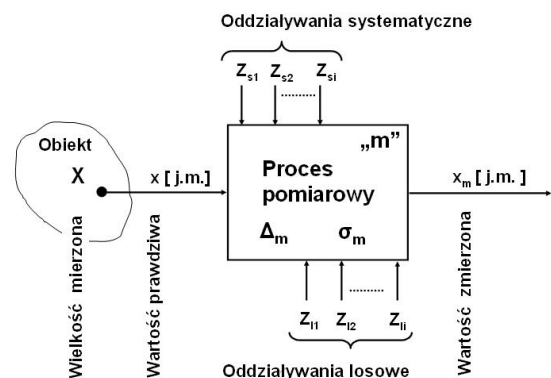
wyniki charakteryzują się błędami systematycznymi, oraz rozrzutem wywołanym oddziaływaniami losowymi. Miarami tego rozrzutu może być niepewność standardowa (u_s), lub jej wielokrotność, niepewność rozszerzona (U), lub „przedział pokrycia” będący sumą przedziałów stanowiących niepewność rozszerzoną lewostronną i prawostronną.

Dla uproszczenia rozważań przyjmijmy, że istnieje możliwość prowadzenia badań wyczerpujących, to znaczy że, możliwe jest mierzenie właściwości jakościowej każdego wytworzonego wyrobu. Takie założenie umożliwi wzięcie pod uwagę tylko jednego czynnika jakim jest niedoskonałość procesu pomiarowego. Niedoskonałość ta daje się określić za pomocą dwóch właściwości metrologicznych procesu pomiarowego [6] Jedną to odchylenie procesu pomiarowego (*OPP*). Liczbową miarą tej właściwości jest wartość błędu systematycznego (Δ_m). Druga to zmienność procesu pomiarowego (*ZPP*). Liczbową miarą tej drugiej właściwości może być wielokrotność niepewności standardowej (u_s) wyników pomiarów, zwana niepewnością rozszerzoną (U), lub „przedział rozszerzenia” [10]. Jeżeli „przedział rozszerzenia” jest symetrycznie położony względem wartości oczekiwanej (μ_m), to jest on równy podwójnej wartości niepewności rozszerzonej ($ZPP = 2U$). Analizę wpływu tych dwóch właściwości metrologicznych procesu pomiarowego, na wartości liczbowe wskaźnika zdolności procesów wytwarzania (C_{pm}), obliczanego na podstawie wyników pomiarów, należy poprzedzić ustaleniem definicji oraz sposobów wyznaczania błędów systematycznych oraz niepewności.

2. Błędy i niepewności wyników pomiarów

Dyskusje na temat definiowania błędów i niepewności wyników pomiarów trwają, mimo wydania nowelizacji międzynarodowego słownika podstawowych pojęć metrologicznych [7]. Problem ten nie został jeszcze zadowalająco rozwiązany. Ma on jednak, bardzo istotne znaczenie w metrologii przemysłowej.

Pomijając, nurt tej niezwykle ważnej i interesującej dyskusji [8, 9, 10], spróbujmy spojrzeć na proces pomiarowy jako na eksperyment pozyskiwania informacji o liczbowych wartościach, wybranej właściwości jakościowej wytworzonego wyrobu. Niech właściwość ta będzie wielkością mierzalną (X), której wartości liczbowe można wyznaczać za pomocą bezpośredniej metody pomiarowej, realizowanej za pomocą odpowiedniego wyposażenia pomiarowego. Ogólny model takiego eksperymentalnego działania pokazany jest na rys. 2. Celem przemysłowego procesu pomiarowego jest wyznaczenie prawdziwej wartości liczbowej (x) mierzonoj właściwości (X) wytworzonego wyrobu. W wyniku oddziaływań systematycznych i losowych pojedyncza liczbową wartość zmierzona (x_{mi}), wynik pojedynczego pomiaru, będzie różnił się od wartości prawdziwej (x) o wartość błędu (Δ), stanowiącego różnicę pomiędzy tymi wartościami ($\Delta = x_{mi} - x$).



Rys. 2. Model przemysłowego procesu pomiarowego uwzględniający wpływ oddziaływań systematycznych i losowych

Fig. 2. Model of industrial measurement process taking into consideration systematic and random influences

Jeżeli te sam pomiar zrealizowany zostanie wielokrotnie w tych samych warunkach to jego pojedyncze wyniki, wartości zmierzono-
ne (x_{mi}), będą różnić się nie tylko od wartości prawdziwej (x), ale także między sobą. Utworzą więc przedział, który można nazwać przedziałem naturalnej zmienności procesu pomiarowego. Właściwie wykreowany końcowy wynik pomiaru, powinien więc być przedziałem pokrywającym prawie cały „przedział naturalnej zmienności procesu pomiarowego”, oraz powinien posiadać wydzielone składowe, jednoznacznie reprezentujące skutki oddziaływań systematycznych i losowych. Konieczne jest więc określenie położenia tego przedziału, oraz jego długości. Wynik pojedynczego pomiaru (X_{mi}) jest zmienną losową, której zmienność można opisać odpowiednim rodzajem funkcji gęstości prawdopodobieństwa (*pdf* – *probability density function*).

Położenie przedziału [a_m, b_m] pokrywającego prawie w całości, przedział naturalnej zmienności pojedynczych wyników pomiaru, ustala na osi liczb rzeczywistych, wartość oczekiwana z pojedynczych wartości zmierzonych (X_{mi}).

$$\mu_m = E[X_{mi}] \quad (4)$$

gdzie: $i = n \rightarrow \infty$ liczba powtórzonych pomiarów.

Miarą odchylenia wartości oczekiwanej od prawdziwej wartości mierzonej (x) będzie błąd systematyczny pojedynczych wyników pomiarów (x_{mi}), którego wartość równa jest:

$$\Delta_m = E[X_{mi}] - x \quad (5)$$

Miarą rozrzutu pojedynczych wyników pomiarów może być ich odchylenie standardowe (σ_m), którego wartość, niezależnie od rodzaju funkcji gęstości prawdopodobieństwa, będzie równa pierwiastkowi z wariancji tych wyników.

$$\sigma_m = \sqrt{V[X_{mi}]} \quad (6)$$

Wartość odchylenia standardowego (σ_m) w metrologii została nazwana niepewnością standardową (u_s). Wartość tej niepewności, używana jest najczęściej do konstruowania, tak zwanego „przedziału rozszerzenia” [11], „Przedział rozszerzenia”, nie jest najlepszą nazwą [10], ponieważ w rzeczywistości jest to przedział obejmujący prawie w całości (95% lub 99%), przedział naturalnej zmienności procesu pomiarowego. Przedział ten powinien być raczej nazywany „przedziałem objęcia” lub „przedziałem pokrycia”.

Niezależnie od rodzaju funkcji (*pdf*), która najlepiej opisuje rzeczywistą zmienność uzyskiwanych wyników pomiarów, „przedział pokrycia” [a_m, b_m], będzie rozpięty pomiędzy dwoma krańcami. Krańce te stanowią kwantyle odpowiedniego rzędu wyznaczone dla możliwych wartości wyników pomiarów wynikających z naturalnej zmienności procesu pomiarowego. Rzędy ($\alpha, \alpha+p$) tych kwantyli [11], będą zależne od tego, jaka część przedziału naturalnej zmienności pojedynczych wyników pomiarów, ma być objęta „przedziałem pokrycia”. Jeżeli zostanie przyjęte że przedział ten ma pokrywać 95%, przedziału naturalnej zmienności procesu pomiarowego [11], to odpowiednimi krańcami „przedziału pokrycia”, będą kwantyle: rzędu ($\alpha=0,025$) oraz ($\alpha+p=0,975$) [11]. W ogólnym przypadku „przedział pokrycia” może składać się z dwóch niesymetrycznych przedziałów, których krańcami są: wartość oczekiwana oraz dolny i górny kwantyl. Lewostronny przedział [$x_{m(\alpha)}, \mu_m$], można nazywać niepewnością rozszerzoną lewostronną (U^-). Natomiast prawostronny ($\mu_m, x_{m(p+\alpha)}$), niepewnością rozszerzoną prawostronną (U^+). W przypadku gdy przedział, lewostronny i prawostronny są sobie równe ($U^- = U^+ = U$), „przedział pokrycia” równy jest [a_m, b_m] = $2U$. Korzystnie jest jednak najpierw formułować przedziały lewostronny i prawostronny, jako przedziały, których długości nie są sobie równe. Następnie można sumować ich długości.

$$U^- = \mu_m - x_{m(\alpha)} \quad (7)$$

$$U^+ = x_{m(\alpha+p)} - \mu_m \quad (8)$$

„Przedział pokrycia” [$x_{m(\alpha)}, x_{m(\alpha+p)}$] o długości ($U^- + U^+$), wyznaczony w taki sposób, jak to zostało wyżej opisane, jest przedziałem, który z dużym, bliskim jedności prawdopodobieństwem, pokrywa, prawie cały przedział naturalnej zmienności procesu pomiarowego. **Nie oznacza to jednak, że przedział ten będzie pokrywał prawdziwą wartość (x) wielkości mierzonej (X), której wyznaczenie jest głównym celem pomiarów.**

Jeżeli ten główny cel pomiarów ma być osiągnięty, to końcowy wynik pomiarów, powinien być wykreowany w taki sposób, aby „przedział pokrycia” [a_m, b_m] był przesunięty o wartość błędu systematycznego (Δ_m). Krańce tego nowego, przesuniętego przedziału [a, b], powinny być wyznaczone w następujący sposób:

$$a = (\mu_m - \Delta_m) - U^- \quad (9)$$

$$b = (\mu_m - \Delta_m) + U^+ \quad (10)$$

Wprowadzając pojęcie poprawki (P), której wartość liczbową będzie równa, wartości liczbowej błędu systematycznego, ale ze znakiem przeciwnym [$P = (-\Delta_m)$], krańce „przedziału pokrycia” stanowiącego końcowy wynik pomiarów, można obliczać korzystając z następujących wyrażań:

$$a = \mu_m + P - U^- \quad (11)$$

$$b = \mu_m + P + U^+ \quad (12)$$

Tak więc, końcowy wynik pomiarów prawdziwej wartości (x) wielkości mierzonej (X), można przedstawić jako

$$X_m = [a, b]_p \quad (13)$$

Wynik ten można interpretować, jako przedział [a, b], który z prawdopodobieństwem ($p = 1 - 2\alpha$), bardzo bliskim 1, pokrywa prawdziwą wartość mierzoną (x), wielkości mierzonej (X). Tak będzie oczywiście tylko wówczas, gdy ustalona i skorygowana za pomocą poprawki (P) wartość błędu systematycznego (Δ_m), będzie dokładnie znana, lub znany będzie charakter jej zmian.

Zaprezentowany ogólny model przemysłowego procesu pomiarowego, oraz przedstawiony sposób kreowania końcowego wyniku pomiarów, okazał się bardzo przydatny. Umożliwił opracowanie spójnej metodologii walidacji przemysłowych procesów pomiarowych [12]. Walidacja taka, jest niezbędnym działaniem prowadzonym w przemyśle, w celu zbadania tego, czy dany proces pomiarowy spełnia wymagania metrologiczne jego zamierzonego zastosowania.

3. Wpływ niepewności wyników pomiarów na wartość wskaźnika C_p

Przedstawiony w rozdziale 2. model procesu pomiarowego oraz definicje błędu systematycznego i niepewności wyników pomiarów mają ścisłą teoretyczną postać. W praktyce przemysłowej można operować jedynie oszacowaniem lub przybliżeniem wartości liczbowych będących miarami podstawowych właściwości metrologicznych procesu pomiarowego, jakimi są, odchylenie (*OPP*) oraz zmienność (*ZPP*) [12].

Założmy na potrzeby prowadzonej analizy że, wartości błędu systematycznego (Δ_m), oraz niepewności standardowej ($u_s = \sigma_m$) można wyznaczyć dokładnie. Zastosujmy to założenie do wyznaczenia wskaźnika zdolności procesu wytwarzania, za pomocą wyrażenia (2). Utrzymajmy także poprzednie założenie, w którym ustalono że, możliwe są badania wyczerpujące i mierzona jest właściwość jakościowa każdego wytworzonego wyrobu. Mimo tak wyidealizowanej sytuacji, obliczona, na podstawie wyników

pomiarów, uzyskanych w procesie pomiarowym o dokładnie znanych wartościach (Δ_m , σ_m), wartość wskaźnika (C_p^m), nie będzie równa prawdziwej wartości (C_p). Niedoskonałość procesu pomiarowego spowoduje, że w mianowniku wyrażenia (2) będzie wstawiana wartość zaobserwowanej zmienności procesu wytwarzania (σ_{pm}).

Obliczona na podstawie wyników pomiarów, wartość wskaźnika zdolności procesu wytwarzania (C_{pm}), będzie równa

$$C_{pm} = \frac{T}{2 \cdot 3 \sigma_{pm}} \quad (12)$$

gdzie: T - długość przedziału tolerancji projektowej, σ_{pm} - zaobserwowane odchylenie standardowe procesu wytwarzania.

Zaobserwowane odchylenie standardowe procesu wytwarzania (σ_{pm}), jest rezultatem splotu dwóch zmiennych losowych: mierzonej właściwości (X_p) badanego wyrobu, oraz wyniku pomiarów tej właściwości (X_m). Korzystając z prawa sumowania wariancji tych zmiennych losowych można napisać:

$$\sigma_{pm}^2 = \sigma_p^2 + \sigma_m^2 \quad (13)$$

Ponieważ obliczona, na podstawie wyników pomiarów, wartość liczbowa odchylenia standardowego (σ_{pm}) nie jest równa prawdziwej wartości (σ_p), wartość obliczona wskaźnika zdolności procesu (C_{pm}) nie będzie równa wartości prawdziwej (C_p). W celu umożliwienia oceny przydatności przemysłowych procesów pomiarowych do ich zamierzonych zastosowań, wprowadzono dwa wskaźniki zdolności pomiarowej (C_{g1}) i (C_{g2}) [13].

$$C_{g1} = \frac{\sigma_{R\&R}}{\sigma_{pm}} \quad (14)$$

gdzie: $\sigma_{R\&R}$ - jest odchyleniem standardowym (niepewnością standardową) wyników pomiarów wykonywanych w warunkach odtwarzalności, uwzględniających wpływ operatora wykonującego pomiar.

$$C_{g2} = \frac{2 \cdot k_{(p)} \sigma_{R\&R}}{T} \quad (15)$$

gdzie: $k_{(p)}$ - jest współczynnikiem rozszerzenia umożliwiającym tworzenie przedziału pokrycia (przedziału rozszerzenia) obejmującego wartości uzyskiwanych wyników pomiarów z prawdopodobieństwem równym przyjętemu poziomowi ufności (p).

Tradycyjnie przyjmuje się, że procesy pomiarowe są przydatne do zastosowań przemysłowych jeżeli wartości obydwu wskaźników ich zdolności pomiarowej są mniejsze od 20%.

Wykorzystując istniejące zależności [13], pomiędzy obydwoma wskaźnikami zdolności pomiarowej (C_{g1}), (C_{g2}), oraz pomiędzy każdym z nich, a wskaźnikami zdolności procesu wytwarzania, prawdziwym (C_p) i obliczanym (C_{pm}), można wykazać [12], że istnieje kryterium kwalifikacji procesu pomiarowego do wyznaczenia wartości wskaźnika (C_p), które po zastosowaniu, umożliwi wykorzystywanie tego samego procesu pomiarowego w całym cyklu doskonalenia procesu wytwarzania.

W Tabeli 3 przedstawiono istniejące liczbowe zależności istniejące pomiędzy wskaźnikami zdolności pomiarowej i zdolności procesu wytwarzania. Zależności te wyznaczono przy założeniu, że wskaźnik (C_{g2}), będzie zawsze utrzymywany na jednym poziomie ($C_{g2} = 0,1$).

Na podstawie obliczonych wartości wskaźników (C_p , C_{g1} , C_{g2}) przedstawionych w Tabeli 3. można wnioskować, że należy tak projektować proces pomiarowy, którego zamierzonym zastosowaniem jest wyznaczanie wskaźnika (C_p) zdolności procesu wytwarzania, aby jego wskaźnik zdolności pomiarowej spełniał kryterium $C_{g2} \leq 0,1$. Wartości tego wskaźnika nie są zależne od zmien-

ności procesu wytwarzania, która zmniejsza się w miarę doskonalenia tego procesu.

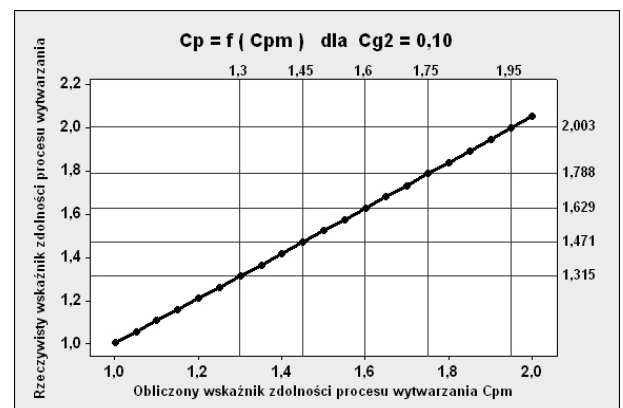
Tab. 3. Wartości wskaźników zdolności procesu wytwarzania (C_p), oraz wskaźników zdolności pomiarowej (C_{g1} , C_{g2}), obliczone dla pełnego cyklu doskonalenia jakości procesu wytwarzania, oraz dla ustalonej wartości wskaźnika $C_{g2} = 0,1$

Tab. 3. Values of the process manufacturing capability index (C_p) and measurement process capability indices (C_{g1} , C_{g2}), calculated for full cycle of process manufacturing improvement, and for established value of index $C_{g2} = 0.1$

Poziom jakości procesu wytwarzania	$T/2$	C_p	C_{g1}	C_{g2}
dostateczny	3σ	1	0,1	0,1
dobry	4σ	1,33	0,13	0,1
bardzo dobry	5σ	1,67	0,16	0,1
doskonały	6σ	2	0,20	0,1

Z tabeli 3 wynika również, że wartość drugiego wskaźnika zdolności pomiarowej (C_{g1}), nie będzie mniejsza od 0,2 w całym cyklu doskonalenia procesu wytwarzania, od poziomu jakości dostatecznej ($C_p=1$), do poziomu jakości doskonałej „6Sigma” ($C_p=2$). Oznacza to że na najwyższym poziomie jakości procesu wytwarzania możliwy będzie jeszcze podział wytwarzanych wyrobów na 5 klas, mimo bardzo małej naturalnej zmienności procesu wytwarzania.

Przyjęcie wyżej przedstawionego kryterium kwalifikacji procesu pomiarowego, umożliwi sterowanie jakością procesów wytwarzania, na podstawie obliczanych wartości wskaźnika (C_{pm}), które niewiele będą różnić się od rzeczywistych wartości tego wskaźnika (C_p), która jest inherentną własnością procesu wytwarzania. Na rysunku 3 przedstawiona jest zależność pomiędzy rzeczywistą a obliczoną wartością wskaźnika zdolności procesu wytwarzania [$C_p = f(C_{pm})$]. Obliczenia te wykonano przy ustalonej wartości drugiego wskaźnika zdolności pomiarowej ($C_{g2} = 0,1$). Ustalanie wartości wskaźnika (C_{g2}) w pierwszej kolejności jest podstawą zaproponowanego kryterium kwalifikacji przemysłowych procesów pomiarowych.



Rys. 3. Wykres zależności $C_p = f(C_{pm})$, obliczonej dla ustalonej wartości wskaźnika zdolności pomiarowej $C_{g2} = 0,1$

Fig. 3. The graph of dependence $C_p = f(C_{pm})$ calculated for the established value of the measurement capability index $C_{g2} = 0.1$

Przedstawiony na rysunku 3 wykres zależności pomiędzy rzeczywistą (C_p) i obliczoną (C_{pm}) wartością wskaźnika zdolności procesu wytwarzania, sporządzony dla ustalonej wartości wskaźnika zdolności pomiarowej ($C_{g2} = 0,1$) przekonuje jednoznacznie o tym że, zaproponowane kryterium jest kryterium dobrym. Można bowiem przy jego zachowaniu, sterować doskonaleniem jakości procesu wytwarzania posługując się obliczoną na podstawie wyników pomiarów wartością wskaźnika (C_{pm}). Obliczona wartość będzie dobrym przybliżeniem rzeczywistej wartości (C_p). Na

przykład dla obliczonej na podstawie wyników pomiarów wartości $C_{pm} = 1,6$ rzeczywista wartość wskaźnika $C_p = 1,629$.

Osoby nadzorujące doskonalenie procesu wytwarzania będą więc w sytuacji, w której ustalona na podstawie obliczonego wskaźnika (C_{pm}) jakość procesu wytwarzania będzie nieco gorsza od rzeczywistej jakości tego procesu. Jest to sytuacja korzystna ponieważ, prowadzony w takich warunkach proces wytwarzania nie wygeneruje większej niż założona, liczby wyrobów wadliwych. Ponadto rozbieżność pomiędzy poziomem jakości reprezentowanym przez obliczoną wartość wskaźnika C_{pm} , a rzeczywistym poziomem jakości jest nieznaczna. Nie wystąpią więc sytuacje, w których, podejmowane byłyby niepotrzebne działania doskonalące, w sytuacji gdy jakość procesu wytwarzania byłaby w rzeczywistości zgodna z oczekiwaniami.

4. Wpływ błędu systematycznego na wartości wskaźników zdolności pomiarowej

Błąd systematyczny (Δ_m) nie był brany pod uwagę w rozważaniach przeprowadzonych w poprzednim rozdziale ponieważ jego wartość nie miała wpływu na wartości wskaźnika obliczonego (C_{pm}) oraz rzeczywistego (C_p) (patrz na wyrażenia (2) i (12)).

W przemyśle kwalifikacja procesów pomiarowych wykonywana jest najczęściej na podstawie wskaźników zdolności pomiarowej (C_{g1} , C_{g2}), których wartości wyznaczane są w specjalnie w tym celu prowadzonych eksperymentach, analizy powtarzalności i odtwarzalności [13]. Eksperymenty te nazywane w skrócie „eksperymentami R&R”, pozwalają na wyznaczenie wartości odchylenia standardowego procesu pomiarowego (σ_m) uwzględniającego wpływy operatorów wykonujących pomiary wytwarzanych wyrobów. Bywają takie sytuacje, w których próbki wyrobów wytwarzanych w tym samym procesie, są pobierane i mierzone przez różnych operatorów, pracujących na różnych zmianach produkcyjnych. Sytuacja taka występuje przede wszystkim wówczas, gdy produkcja prowadzona jest w sposób ciągły.

W celu przekonania się o tym jaki może być wpływ błędów systematycznych na wartości wskaźników zdolności pomiarowej (C_{g1} , C_{g2}) wyznaczanych w „eksperymentach R&R”, zaplanowano i wykonano taki eksperyment [14]. Plan tego eksperymentu był następujący: wybrano 5 rezystorów o wartościach dobrze reprezentujących zmienność ich procesu wytwarzania. Wartości rezystancji tych 5 wybranych rezystorów, były mierzone przez 4 operatorów, z których każdy posiadał własny multimetr. Dokładność wszystkich multimetrów była sprawdzona i zgodna z dokładnością deklarowaną przez ich producenta. Korzystając z wyników przeprowadzonego wzorcowania wyznaczono dla każdego multimetru, funkcję korekcyjną, pozwalającą na obliczanie wartości poprawek (P) i korygowanie błędu systematycznego (Δ_m). Każdy z operatorów mierzył każdy z 5 wybranych rezystorów 4 krotnie. Wartości wskaźników (C_{g1} i C_{g2}), obliczone zostały za pomocą specjalistycznego oprogramowania realizującego procedurę szacowania wartości odchylenia standardowego, między innymi, metodą rozstępów. Uzyskane wyniki tych obliczeń przedstawiono w tabeli 4.

Tab. 4. Wartości wskaźników (C_{g1} , C_{g2}) przed i po korekcy błędu systematycznego (Δ_m)

Tab. 4. Values of indices (C_{g1} , C_{g2}) before and after correction of systematic error (Δ_m)

Wskaźnik	Przed korekcją Δ_m	Po korekcy Δ_m
C_{g1}	11,85	2,90
C_{g2}	10,74	2,61

W Tabeli 4 przedstawiono wyniki dla dwóch sytuacji. Dla pierwszej, w której do wyznaczania wskaźników zdolności pomia-

rowej (C_{g1} , C_{g2}) użyto wyników surowych, odczytanych z wyświetlaczy multimetrów. Dla drugiej, w której do tych samych obliczeń użyto wyników poprawionych, po korekcy błędu systematycznego. Zamieszczone w Tabeli 4. wyniki przeprowadzonego eksperymentu R&R pokazują, że błąd systematyczny (Δ_m) wyposażenia pomiarowego ma bardzo duży wpływ na wartości wskaźników zdolności pomiarowej (C_{g1} , C_{g2}). Powinien być wobec tego eliminowany, zanim uzyskane wyniki pomiarów zostaną wykorzystane do obliczania wartości tych wskaźników.

5. Wnioski

Wpływy błędów i niepewności wyników pomiarów, na ocenę jakości procesów wytwarzania mogą być znaczne i mogą prowadzić w przemyśle do podejmowania niesłusznych decyzji. Decyzje takie, mogą mieć poważne negatywne skutki. Konieczne jest więc prowadzenie szczegółowych analiz teoretycznych, oraz weryfikacji ich wyników, za pomocą odpowiednio zaplanowanych eksperymentów. Analizy teoretyczne i badania eksperymentalne, powinny być przeprowadzane, odrębnie dla każdego zamierzonego zastosowania przemysłowych procesów pomiarowych.

Opracowano w ramach indywidualnego stypendium, przyznanego w roku 2010, przez Prorektora d.s. Nauki Politechniki Rzeszowskiej.

6. Literatura

- [1] PN-ISO 9000:2005: Quality Management Systems. Fundamentals and Vocabulary.
- [2] Harry M., Schroeder R.: Six Sigma. Wykorzystanie programu jakości do poprawy wyników finansowych. Oficyna Ekonomiczna. Kraków. 2001.
- [3] Iwasiewicz A.: Statystyczna analiza wydolności procesu. Normalizacja. Nr 5. 2001. ss. 3-11.
- [4] Kotz S., Lovelace C.R.: Process Capability Indices in Theory and Practice. Arnold & Oxford University Press. 1998.
- [5] Montgomery D.C.: Introduction to Statistical Quality Control. 5th Edition. John Wiley & Sons. 2005.
- [6] Tabisz R.A.: Proceedings of the 13 International Metrology Congress. 18-21 June, Lille. France. 2007. In the book: Transverse Disciplines in Metrology. ISTE-Wiley, 2009. pp. 791-801.
- [7] International vocabulary of metrology- Basic and general concept and associated terms (VIM). BIPM. JCGM 200:2008.
- [8] Ehrlich Ch., Dybkaer R., Wöger W.: Evolution of philosophy and description of measurement (preliminary rationale for VIM3). Accred. Qual. Assur. (2007) . 12. pp. 201-218.
- [9] Rabinovich S.G.: Measurement Errors and Uncertainties. Theory and Practice. 3th. Edition. AIP Press. Springer Science and Media, Inc. 2005.
- [10] Willink R.: Coverage intervals and statistical coverage intervals. Metrologia. 41(2004)L5-L6.
- [11] Fotowicz P.: An analytical method for calculating a coverage interval. Metrologia. (43), (2006), pp.42-45.
- [12] Tabisz R.A.: Validacja Przemysłowych Procesów Pomiarowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej. Monografia. 2010 (w druku).
- [13] Barrentine L.B.: Concepts for R&R Studies. Second Edition. ASQ.Press. 2003.
- [14] Tabisz R.A.: Creating accuracy of industrial measurement systems for their intended use. Proceedings of the Join International IMEKO TC1&TC7 Symposium. Ilmenau, Germany. September.2005.