

Halina KUBIAK, Tadeusz CZARNIAWSKI

POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA, WYDZIAŁ BUDOWNICTWA, ul. Akademicka 3, 42-200 Częstochowa

Analiza wrażliwości powłoki walcowej obciążonej dwiema przeciwnie skierowanymi siłami skupionymi

Dr inż. Halina KUBIAK

Adiunkt Katedry Teorii Konstrukcji Wydziału Budownictwa Politechniki Częstochowskiej. Praca doktorska z zakresu teorii powłok w Instytucie Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej. Praca naukowa obejmująca zagadnienia wrażliwości i niezawodności powłok oraz konstrukcji zespolonych typu CFST.



e-mail: hkubiak@bud.pcz.czest.pl

Dr inż. Tadeusz CZARNIAWSKI

Adiunkt Katedry Geometrii Wykreślnej i Grafiki Inżynierskiej Wydziału Budownictwa Politechniki Częstochowskiej. Praca doktorska w Uniwersytecie Brzeskim w Brześciu Białoruskim, z zakresu stochastycznej analizy sejsmicznych reakcji konstrukcji betonowych zagłębionych w grunt. Praca naukowa obejmująca zagadnienia wrażliwości i niezawodności powłok oraz konstrukcji zespolonych typu CFST.



e-mail: tczar@bud.pcz.czest.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę wrażliwości powłoki cylindrycznej obciążonej parą, przeciwnie skierowanych sił skupionych. Przedstawiono obliczenie przemieszczenia powłoki, jej wrażliwość na zmianę promienia krzywizny i grubości powłoki. Wrażliwość została obliczona metodą różniczkowania bezpośredniego. Obliczenia przeprowadzono dla różnych grubości i różnych promieni powłoki. W wyniku przeprowadzonych obliczeń wyciągnięto następujące wnioski: wrażliwość przemieszczenia rośnie wraz ze wzrostem promienia i maleje ze wzrostem grubości.

Słowa kluczowe: wrażliwość, powłoka walcowa, przemieszczenie.

Sensitivity analysis of a cylindrical shell loaded by two concentrated forces directed in opposite ways

Abstract

The article presents the sensitivity analysis of a cylindrical shell loaded by two concentrated forces directed in the opposite ways. The calculations present the shell displacement, its sensitivity to the change of a curvature radius and shell thickness. The sensitivity was estimated by means of a direct differentiation method. The direct differentiation method was conducted on the strength of solution shell by means of double trigonometric series. Authors took the solution of displacement from Łukasiewicz book [4]. In this paper three examples are presented. The calculations were carried out for different thickness and for different radii of the shell. As a result of calculations, the following conclusions were drawn: displacement sensitivity increases with the increasing radius and decreases with the increasing thickness, sensitivity to the change of shell thickness is bigger than sensitivity to the change of a curvature radius. Order of magnitude of sensitivity depends on the proportion shell thickness to curvature radius.

Keywords: sensitivity, cylindrical shell, displacement.

1. Wstęp

Powłoka cylindryczna jest jedną z najczęściej stosowanych powłok zarówno w budownictwie jak i w innych dziedzinach przemysłu. W zależności od przeznaczenia poddawana jest ona różnym rodzajom obciążenia. Poniżej przedstawiono analizę wrażliwości przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki, wywołanych obciążeniem skupionym, ze względu na zmianę grubości oraz promienia krzywizny powłoki.

Zadaniem analizy wrażliwości konstrukcji jest opisanie zależności pomiędzy odpowiedzią determinowaną przez rozwiązanie zagadnienia ekstremów funkcjonalów, a projektowanymi dostępnymi zmiennymi stosowanymi w fazie wejściowej procesu rozwiązania. Jako miernik odpowiedzi konstrukcji możemy traktować przemieszczenia, naprężenia, siły krytyczne lub np. częstość drgań własnych konstrukcji. Jako zmienne projektowe mamy takie parametry jak pole przekroju belek i kratownic, grubość płyt i powłok itp.

Zaznaczyć należy, że nawet w przypadku układów liniowo sprężystych, układ równań może być opisany nieliniowymi funkcjami zależnymi od stałych i zmiennych projektowych. Gradient funkcjonału odpowiedzi konstrukcji z uwzględnieniem charakterystyki zmiennych projektowych opisuje odchylenie zmian projektowych. Istnieją dwie metody pozwalające na obliczenie wrażliwości miernika odpowiedzi na zmienne projektowe konstrukcji [1-3]. Są nimi metoda różniczkowania bezpośredniego oraz metoda zmiennej sprzężonej.

2. Metoda różniczkowania bezpośredniego

Jeśli rozpatrywać będziemy układ statyczny liniowo sprężysty konstrukcji o N stopniach swobody, zdefiniowany przez funkcjonał [1]:

$$\bar{G}(h^d) = G[(q_\alpha(h^d), h^d)] \quad \alpha = 1, 2, \dots, N \quad d = 1, 2, \dots, D \quad (1)$$

gdzie G jest daną funkcją od powyższych argumentów, h^d jest D -wymiarowym wektorem zmiennych projektowych i q_α jest wektorem przemieszczeń węzłowych.

Wektor przemieszczenia spełnia równanie równowagi:

$$K_{\alpha\beta}(h^d) q_\alpha(h^d) = Q_\alpha(h^d) \quad (2)$$

gdzie macierz sztywności $K_{\alpha\beta}$ i wektor obciążeń Q_α są funkcjami zmiennych projektowych, a wektor q_α - jest funkcją uwikłaną tych zmiennych. Zadaniem SDS (Structural Design Sensitivity) jest określenie zmian w odpowiedzi konstrukcji na zmianę parametrów projektowych, innymi słowy szukamy gradientu wrażliwości $\partial G / \partial h^d$.

Używając zapisu liniowego

$$\bar{G}^d = G^d + G_{,\alpha} \cdot \frac{dq_\alpha}{dh^d} \quad (3)$$

gdzie $(\cdot)^d$ i $(\cdot)_{,\alpha}$ oznacza pierwszą pochodną cząstkową po d -tej zmiennej projektowej i odpowiednio α po przemieszczeniu.

Zakładając, że $K_{\alpha\beta}(h^d)$ i $Q_\alpha(h^d)$ są gładko różniczkowalne po zmiennych projektowych h^d , zgodnie z teorią funkcji uwikłanej, wektor $q_\alpha(h^d)$ jest również gładko różniczkowalny. Różniczkowanie równania (2) po h^d prowadzi do

$$K_{\alpha\beta} \cdot q_\alpha^d = Q_\alpha^d - K_{\alpha\beta}^d q_\alpha \quad (4)$$

Macierz sztywności $K_{\alpha\beta}$ założono jako nieosobliwą. Równanie (4) może być rozwiązane dla q_{α}^d , co po podstawieniu do równania (3) da nam zależność:

$$\bar{G}^d = G^d + G_{\alpha} \cdot K_{\alpha\beta}^{-1} (Q_{\alpha}^d - K_{\alpha\beta}^d \cdot q_{\beta}) \quad (5)$$

Powyższą metodę nazywa się metodą bezpośredniego różniczkowania. Metoda ta jest często stosowana w optymalizacji konstrukcji. W poniższych przykładach wielkość

$$\bar{G}(h^d) = G[(q_{\alpha}(h^d), h^d)] \quad (6)$$

zależna jest w sposób bezpośredni od zmiennej projektowej. Tym samym

$$\bar{G}(h^d) = G(h^d) \quad (7)$$

Więc:

$$\bar{G}^d = G^d \quad (8)$$

Ponieważ analizowaną wielkością jest przemieszczenie $w(h^d)$ powierzchni środkowej powłoki to

$$\bar{G}(h^d) = w(h^d) \quad (9)$$

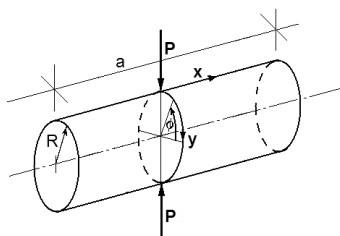
a

$$\bar{G}^d = w^d \quad (10)$$

3. Przykład 1

Celem przykładu jest zbadanie wrażliwości przemieszczenia ze względu na grubość powłoki. Analizowano powłokę walcową, obciążoną parą przeciwnie skierowanych sił skupionych (rys. 1). Rozwiązanie przeprowadzono metodą różniczkowania bezpośredniego. Obciążenie skupione powoduje przede wszystkim odkształcenia zgięciowe.

Różniczkowanie bezpośrednie przeprowadzono w oparciu o rozwiązanie powłoki za pomocą podwójnych szeregów trygonometrycznych. Rozwiązanie na przemieszczenie zaczerpnięto z pracy [4].



Rys. 1. Powłoka cylindryczna obciążona parą przeciwnie skierowanych sił skupionych

Fig. 1. Cylindrical shell loaded with two concentrated forces directed in the opposite ways

Zgodnie z [4] przemieszczenie powłoki opisują zależności:

$$w = \frac{1}{D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{mn}}{D(m,n)} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (11)$$

gdzie:

$$D(m,n) = \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 - \frac{1}{R^2} \right]^2 \cdot \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] + 4\kappa^4 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \quad (12)$$

$$q_{mn} = \frac{4P}{ab} \sin\left(\frac{m\pi x_0}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_0}{b}\right) \quad (13)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (14)$$

$$4\kappa^4 = \frac{EH}{DR^2} \quad (15)$$

Oznaczenia: a , b - odpowiednio długość powłoki i długość łuku powłoki, P - wartość siły skupionej obciążającej powłokę, działającej w punkcie x_0 , y_0 , $q_{m,n}$ - współczynniki szeregu Fouriera opisującego obciążenie.

Do obliczeń przyjęto następujące dane: $E=206 \cdot 10^9$ Pa, $\nu=0,3$, $P=10$ kN, $a=10$ m, $b=2\pi R$, $y=R\varphi$, gdzie: ν - współczynnik Poissona, E - moduł sprężystości podłużnej (moduł Younga), h - grubość powłoki, P - obciążenie skupione, a - długość powłoki, R - promień cylindra, b - długość łuku powłoki.

Przemieszczenie

Przemieszczenie obliczono dla wymiarów: $h=0,01$ m, $h=0,02$ m, $h=0,03$ m, $h=0,04$ m, $h=0,05$ m, $R=1,0$ m, oraz $h=0,01$ m, $h=0,02$ m, $h=0,03$ m, $h=0,04$ m, $h=0,05$ m, $R=2,5$ m.

Wyniki obliczeń przedstawiono w tabelach 1a, 1b.

Tab. 1. Zestawienie wartości maksymalnego przemieszczenia w_{\max} dla powłoki o zmiennej grubości h i stałym promieniu a) $R=1,0$ m, b) $R=2,5$ m

Tab. 1. Displacement maximum value w_{\max} for variable thickness h and constant radius a) $R=1,0$ m, b) and $R=2,5$ m

a)

R , m	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
h , m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
w_{\max} , m	$1,804 \cdot 10^{-3}$	$3,336 \cdot 10^{-4}$	$1,311 \cdot 10^{-4}$	$7,025 \cdot 10^{-5}$	$4,445 \cdot 10^{-4}$

b)

R , m	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
h , m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
w_{\max} , m	$3,567 \cdot 10^{-3}$	$7,479 \cdot 10^{-4}$	$3,090 \cdot 10^{-4}$	$1,671 \cdot 10^{-4}$	$1,034 \cdot 10^{-4}$

Wrażliwość przemieszczenia ze względu na grubość powłoki

Następnie opisano wrażliwość przemieszczenia ze względu na grubość powłoki. Wrażliwość ta ma postać:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial h} = & \frac{3h^2}{D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{mn}}{D(m,n)} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + \\ & + \frac{1}{D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \\ & \cdot \left[-D(m,n) \right]^{-2} \frac{\partial D(m,n)}{\partial R} \end{aligned} \quad (16)$$

Wykorzystując rozwiązanie analityczne (11) przeprowadzono obliczenia wrażliwości, metodą bezpośredniego różniczkowania, w pakiecie MathCAD [7]. Przy sumowaniu uwzględniono po 100 pierwszych wyrazów szeregu.

Obliczenia przeprowadzono dla wymiarów: $h=0,01$ m; $h=0,02$ m; $h=0,03$ m; $h=0,04$ m; $h=0,05$ m; $R=1,0$ m; oraz: $h=0,01$ m; $h=0,02$ m; $h=0,03$ m; $h=0,04$ m; $h=0,05$ m; $R=2,5$ m; dla stałej długości $a=10$ m. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabelach 2a i 2b.

Na rysunku 2 i 3 pokazano odpowiednio kształt przemieszczenia i wrażliwości przemieszczenia ze względu na grubość dla powłoki o $h=0,01$ m i $R=2,50$ m.

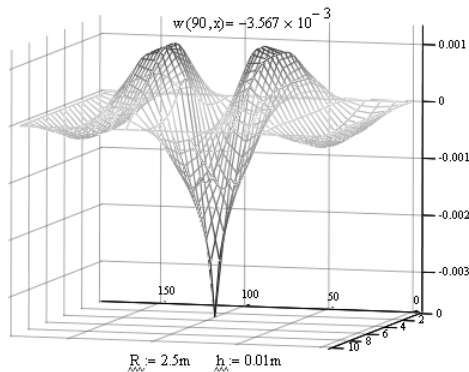
Tab. 2. Zestawienie maksymalnych wartości wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial h$ na zmianę grubości powłoki dla stałego promienia, a) $R=1,0$ m, b) $R=2,5$ m
 Tab. 2. Comparison of the maximum values of displacement sensitivity in relation to the change of shell thickness, for a constant radius, a) $R=1.0$ m, b) $R=2.5$ m

a)

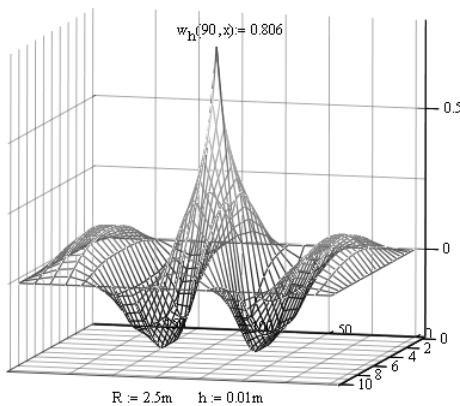
R, m	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
h, m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\partial w/\partial h$	$4,434 \cdot 10^{-1}$	$3,949 \cdot 10^{-2}$	$9,735 \cdot 10^{-3}$	$3,698 \cdot 10^{-3}$	$1,774 \cdot 10^{-3}$

b)

R, m	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
h, m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\partial w/\partial h$	$8,061 \cdot 10^{-1}$	$8,219 \cdot 10^{-2}$	$2,211 \cdot 10^{-2}$	$8,929 \cdot 10^{-3}$	$4,490 \cdot 10^{-3}$



Rys. 2. Wykres przemieszczenia w dla powłoki o promieniu $R=2,5$ m oraz grubości $h=0,01$ m
 Fig. 2. Graph of displacement for the shell of a radius $R=2.5$ m and thickness $h=0.01$ m.



Rys. 3. Wykres wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial h$ dla powłoki o promieniu $R=2,5$ m oraz grubości $h=0,01$ m
 Fig. 3. Graph of displacement sensitivity $\partial w/\partial h$ for the shell of radius $R=2.5$ m and thickness $h=0.01$ m

Bez względu na grubość powłoki największa wrażliwość na przemieszczenie występuje pod siłą skupioną, dla powłoki o promieniu $R=2,5$ m oraz grubości $h=0,01$ m maksymalne przemieszczenie wynosi $3,567 \cdot 10^{-3}$ m, natomiast wrażliwość na grubość powłoki pod obciążeniem skupionym wynosi 0,806. Wrażliwość przemieszczenia ze względu na grubość ma znak przeciwny niż samo przemieszczenie. Wrażliwość jest od jednego do kilku rzędów większa od przemieszczenia (zależnie od grubości powłoki).

4. Przykład 2

Celem przykładu jest zbadanie wrażliwości przemieszczenia powłoki walcowej, ze względu na promień krzywizny powłoki (rys1). Powłoka poddana jest obciążeniu parą sił skupionych podobnie jak w przykładzie 1. Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych: $E=206 \cdot 10^9$ Pa; $h=0,01$ m; $\nu=0,3$; $P=10$ kN; $a=10$ m; $R=2,5$ m; $b=2\pi R$; $y=R\phi$, gdzie: ν - współczynnik Poissona,

E - moduł sprężystości podłużnej (moduł Younga), h - grubość powłoki, P - obciążenie skupione, a - długość powłoki, R - promień cylindra, b - długość łuku powłoki.

W oparciu o [4] obliczono, metodą bezpośredniego różniczkowania, wrażliwość powłoki ze względu na zmianę promienia powłoki R :

$$\frac{\partial w}{\partial R} = \frac{1}{D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \frac{\partial D(m,n)^{-1}}{\partial R} \quad (17)$$

gdzie:

$$\frac{\partial D(m,n)^{-1}}{\partial R} = -[D(m,n)]^{-2} \left\{ -4R^{-3} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 - \frac{1}{R^2} \right] \cdot \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] + 2R^{-3} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \frac{Eh}{D} \right\} \quad (18)$$

Obliczenia przeprowadzono w pakiecie Mathcad dla następujących wymiarów [7]: $R=1,0$ m i $R=2,5$ m i h od 0,01 m co 0,01m do 0,05 m. Sumowano 100 pierwszych wyrazów szeregu czyli dla $m=100$ i $n=100$. Przy mniejszej liczbie wyrazów uzyskuje się mało wiarygodne wyniki. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabelach 3a i 3b.

Tab. 3. Zestawienie maksymalnych wartości wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial R$ dla różnych grubości powłoki i promienia, a) $R=1,0$ m, b) $R=2,5$ m
 Tab. 3. Comparison of the maximum values of displacement sensitivity $\partial w/\partial R$ in relation to the change of the shell thickness for a constant radius a) $R=1.0$ m, b) $R=2.5$ m

a)

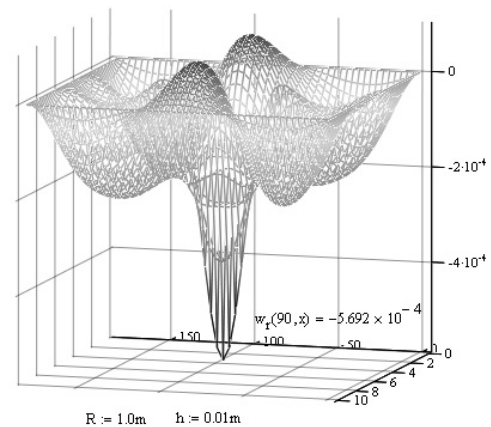
R, m	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
h, m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\partial w/\partial R$	$5,692 \cdot 10^{-4}$	$1,402 \cdot 10^{-4}$	$7,666 \cdot 10^{-5}$	$5,106 \cdot 10^{-5}$	$3,781 \cdot 10^{-5}$

b)

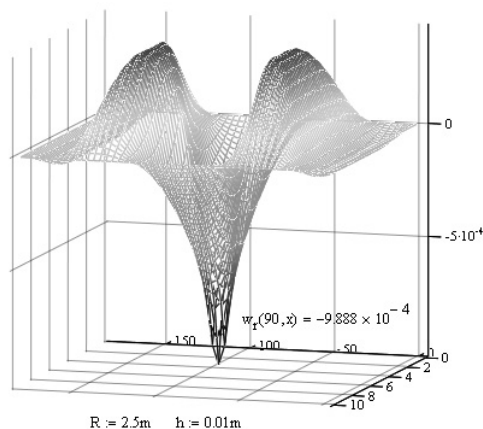
R, m	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
h, m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\partial w/\partial R$	$9,888 \cdot 10^{-4}$	$2,163 \cdot 10^{-4}$	$9,653 \cdot 10^{-4}$	$5,144 \cdot 10^{-5}$	$2,946 \cdot 10^{-5}$

Na rys. 4 i 5 przedstawiono odpowiednio wykresy pokazujące wrażliwość przemieszczenia ze względu na zmianę promienia dla $R=1,0$ m przy grubości $h=0,01$ m, oraz dla $R=2,5$ m i grubości $h=0,01$ m.

Bez względu na grubość powłoki największa wrażliwość przemieszczenia na promień krzywizny występuje pod siłą skupioną. W zależności od promienia różnice w wielkościach wrażliwości są większe (większy promień) lub mniejsze (dla mniejszego promienia).



Rys. 4. Wykres wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial R$ dla powłoki o promieniu $R=1,0$ m oraz grubości $h=0,01$ m
 Fig. 4. Graph of displacement sensitivity $\partial w/\partial R$ for the shell of a radius $R=1.0$ m and shell thickness $h=0.01$ m



Rys. 5. Wykres wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial R$ dla powłoki o promieniu $R=2,5$ m oraz grubości $h=0,01$ m

Fig. 5. Graph of displacement sensitivity $\partial w/\partial R$ for the shell of a radius $R=2.5$ m and thickness $h=0.01$ m

5. Przykład 3

Celem przykładu jest zbadanie wrażliwości przemieszczenia powłoki, ze względu na promień krzywizny, oraz ze względu na grubość powłoki. Analizowane cylindry charakteryzują się stałym stosunkiem grubości powłoki do jej promienia.

Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych: $E=206 \cdot 10^9$ Pa; $\nu=0,3$; $P=10$ kN; $a=10$ m; $R/h=50$.

Tab. 4. Zestawienie maksymalnych wartości wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial R$ na zmianę promienia dla stałego ilorazu $R/h=50$

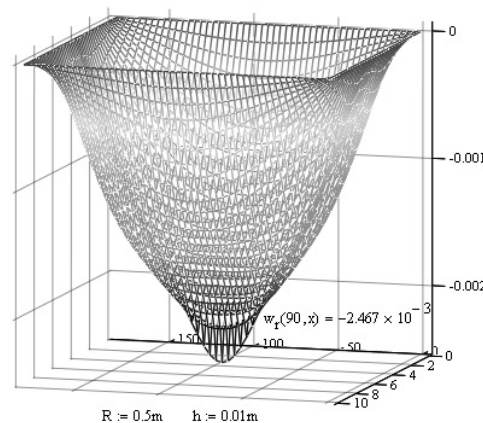
Tab. 4. Comparison of the maximum values of displacement sensitivity $\partial w/\partial R$ in relation to the change of radius, for a constant ratio $R/h=50$

R, m	0,5	1,0	1,5	2,5	2,5
h, m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\partial w/\partial R$	$2,467 \cdot 10^{-3}$	$1,142 \cdot 10^{-4}$	$4,738 \cdot 10^{-5}$	$3,930 \cdot 10^{-5}$	$2,946 \cdot 10^{-5}$

Tab. 5. Zestawienie maksymalnych wartości wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial h$ na zmianę grubości powłoki dla stałego ilorazu $R/h=50$

Tab. 5. Comparison of the maximum values of displacement sensitivity $\partial w/\partial h$ in relation to the change of shell thickness, for a constant ratio $R/h=50$

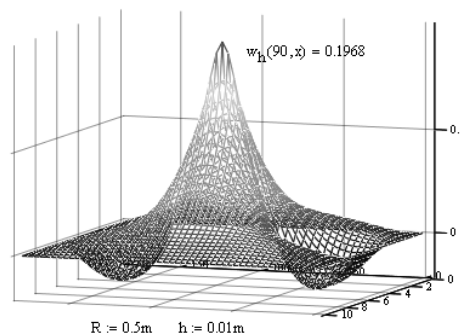
R, m	0,5	1,0	1,5	2,5	2,5
h, m	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\partial w/\partial h$	$1,968 \cdot 10^{-1}$	$3,950 \cdot 10^{-2}$	$1,722 \cdot 10^{-2}$	$8,417 \cdot 10^{-3}$	$4,490 \cdot 10^{-3}$



Rys. 6. Wykres wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial R$ dla powłoki o promieniu $R=0,5$ m oraz grubości $h=0,01$ m

Fig. 6. Graph of displacement sensitivity $\partial w/\partial R$ for the shell of a radius $R=0.5$ m and thickness $h=0.01$ m

Jak widać na rysunku 6, przy małym promieniu walca zanika "pik" pod obciążeniem skupionym występujący na wcześniejszych wykresach wrażliwości przemieszczenia ze względu na promień krzywizny.



Rys. 7. Wykres wrażliwości przemieszczenia $\partial w/\partial h$ dla powłoki o promieniu $R=0,5$ m oraz grubości $h=0,01$ m

Fig. 7. Graph of displacement sensitivity $\partial w/\partial h$ for the shell of a radius $R=0.5$ m and thickness $h=0.01$ m

6. Wnioski

Rzadko w praktyce inżynierskiej możemy znaleźć rozwiązanie dokładne, rozwiązania takie można uzyskać tylko dla szczególnych przypadków (jak w analizowanym). W wyniku przeprowadzonych obliczeń wyciągnąć można następujące wnioski:

1. Wrażliwość przemieszczenia na zmianę grubości powłoki ma znak przeciwny, w stosunku do samego przemieszczenia, co oznacza, że przemieszczenie rośnie gdy grubość maleje.
2. Wrażliwość przemieszczenia na zmianę promienia krzywizny powłoki ma znak dodatni, w stosunku do samego przemieszczenia, co oznacza, że wraz ze wzrostem promienia rośnie przemieszczenie.
3. Wrażliwość na zmianę grubości jest znacznie większa od wrażliwości na zmianę promienia (rys. 6, rys. 7).
4. Wrażliwość przemieszczenia ze względu na promień rozkłada się na powierzchni powłoki zależnie od proporcji grubości do promienia.
5. Rząd wielkości wrażliwości zależy od proporcji grubości do promienia krzywizny walca.

W obecnym zadaniu konieczne okazało się założenie stałej grubości powłoki – ograniczenie metody analitycznej. Na przyszłość można próbować badać jak na przemieszczenie powłoki wpływa losowa grubość poszczególnych elementów powłoki lub jak losowa grubość elementów wpływa na wrażliwość przemieszczenia powłoki.

7. Literatura

- [1] Kleiber M., Hien T.D.: The Stochastic Finite Element Method, Wiley 1.
- [2] Grzywiński M., Hien T.D.: Analiza dynamicznej wrażliwości konstrukcji prętowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, 2008, nr 164, seria Budownictwo 14, 25-29.
- [3] Grzywiński M., Hien T.D.: Analiza statycznej wrażliwości konstrukcji prętowych. Zeszyty Naukowe Pol. Częstochowskiej, 2006, nr 163, seria Budownictwo 13, 19-28.
- [4] Łukasiewicz S.: Obciążenia skupione w płytach, tarczach i powłokach. PWN, Warszawa, 1976.
- [5] Kubiak H., Grzywiński M.: Wrażliwość powłoki cylindrycznej na zmianę grubości. Zeszyty Naukowe Pol. Częstochowskiej, artykuł oddany do druku.
- [6] Kubiak H., Kaproń P.: Analiza wrażliwości powłoki walcowej dla różnych rodzajów obciążenia. Zeszyty Naukowe Pol. Częstochowskiej, 2008, nr 164, seria Budownictwo 14, 57-63.
- [7] Mathcad 14.0 User's Guide. Parametric Technology Corporation 2007.