

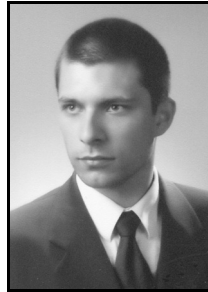
Mateusz NOWIK

AKADEMIA GÓRNICZO HUTNICZA, KATEDRA METROLOGII
Al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Symulacja układu dynamicznego z wykorzystaniem procesora ARM

Mgr inż. Mateusz NOWIK

Absolwent Wydziału Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Elektroniki. W 2008 ukończył kierunek Elektrotechnika, specjalność Automatyka i Metrologia. Obecnie student drugiego roku studiów doktorskich w dyscyplinie Elektrotechnika. Zainteresowania naukowe związane głównie z pomiarami wykorzystującymi czujniki inercyjne.



e-mail: nowik@agh.edu.pl

Streszczenie

W artykule opisano etapy wykonania interaktywnej symulacji zachowania mechanicznego obiektu dynamicznego na przenośnej platformie z procesorem ARM. Zamierzeniem autora było praktyczne zbadanie przydatności mikrokontrolera do tego typu zastosowań. W przyszłości podobna platforma ma zostać użyta w przenośnym urządzeniu pomiarowym. Pewien etap algorytmu realizowanego przez nie, będzie stanowiło rozwiązanie odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła.

Słowa kluczowe: symulacje układów dynamicznych, procesor ARM, symulacje w czasie rzeczywistym.

Simulation of a dynamic system implemented on ARM processor

Abstract

The paper describes all stages of interactive simulation imitating behaviour of a mechanical dynamic system. The aim is to prove that such computations can be run on a low cost ARM processor. At first the dynamic system is described with differential equations (Section 2). The simulations were performed using Matlab (Section 3). All parameters of the simulated system were selected. The solution was found using different solvers (ode45, RK2, RK4, Euler) and the most suitable one was chosen for the following stages. The code was rewritten in C language and compiled to ARM machine code. In order to let the user affect the simulations, the platform peripherals were enriched by adding an accelerometer. In the paper one can find all necessary equations, the system trajectories obtained when using different solvers and photos of the working platform. As mentioned before, the simulations include a practical test of the CortexM3 processor that was chosen to build the advanced measurement equipment. In future the machine should be able to solve the inverted heat transfer problem.

Keywords: dynamic system simulations, ARM processors, real time simulations.

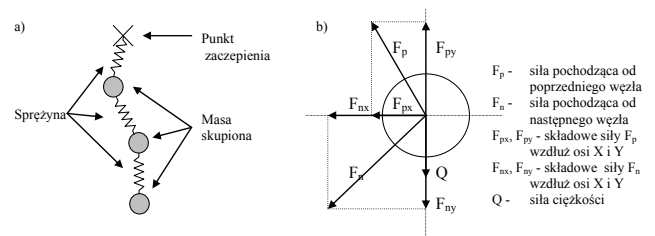
1. Wstęp

W artykule przedstawiono interaktywną symulację układu dynamicznego zaimplementowaną na przenośnej platformie z procesorem ARM (STM32 CortexM3). System odtwarza zachowanie zbioru punktów o masach skupionych, między którymi oddziałują siły sprężyste. W pierwszej kolejności zostały wyprowadzone równania różniczkowe opisujące zachowanie każdego węzła. Następnie w środowisku Matlab wykonano symulację z wykorzystaniem bibliotecznych solverów (m.in. ode45). Kolejnym krokiem była implementacja solvera stałokrokowego opartego na metodzie Eulera oraz Runge-Kutta drugiego rzędu (RK2). Ostatecznie kody zostały przystosowane do współpracy z procesorem ARM znajdującym się na płycie ewaluacyjnej zawierającej wyświetlacz graficzny i akcelerometr.

Zamierzeniem autora było wykonanie praktycznego testu potwierdzającego, że platforma jest w stanie przetwarzać sygnały oraz obliczać odpowiedź układu dynamicznego w czasie rzeczywistym.

2. Opis dynamiki układu

Symulowanym układem jest zbiór 3 ciał o masach skupionych, połączonych między sobą nieważkimi sprężynami o charakterystyce liniowej (rys. 1a). W układzie nie występują więzy i nie ma ograniczeń co do wzajemnego położenia ciał [1]. Poniżej przedstawiono rozkład sił działających na pojedyncze ciało (rys. 1b).



Rys. 1. Symulowany układ dynamiczny (a) oraz rozkład sił działających na pojedynczą masę skupioną (b)

Fig. 1. Simulated dynamic system (a) and vectors of forces affecting a single node (b)

Układ równań opisujący ruch pojedynczego węzła ma postać:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + F_{px} + F_{nx} + \delta\dot{x} + kx = 0 \\ m\ddot{y} + F_{py} + F_{ny} + \delta\dot{y} + ky + mG = 0 \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

m – masa,
 δ – współczynnik tłumienia,
 k – twardość sprężyny,
 G – przyspieszenie ziemskie.

W symulacji przyjęto, że sprężyny mają określoną długość L w stanie spoczynku. Jeżeli odległość między ciałami jest mniejsza od L to następuje ich odpychanie. W przypadku odległości większej niż L ciała przyciągają się. Składowe siły wzdłuż osi X i Y pochodzące od poprzedniego jak i kolejnego węzła zostały wyliczone na podstawie wzorów:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad F = k(L - l) \quad (2)$$

$$F_x = F \frac{(x_2 - x_1)}{l} \quad F_y = F \frac{(y_2 - y_1)}{l}$$

Ostatecznie otrzymano układ $n=4*N$ (gdzie N jest ilością węzłów w układzie) równań różniczkowych rzędu pierwszego [2]. Dla pojedynczego węzła o numerze i równania mają postać:

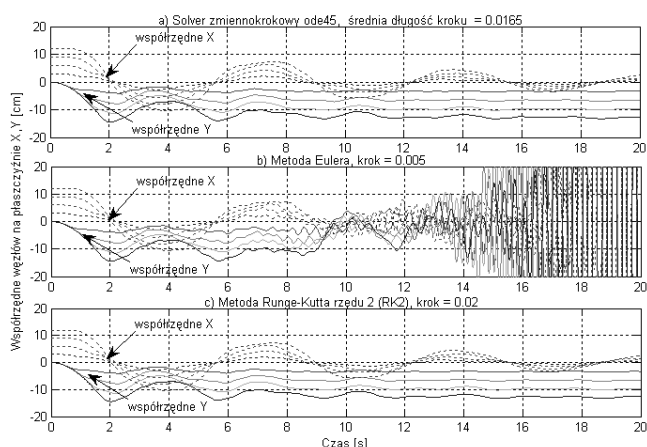
$$\begin{cases} \dots \\ \dot{x}_i = v_{ix} \\ \dot{v}_{ix} = \frac{-F_{ipx} - F_{inx} - \delta\dot{x}_i - kx_i}{m_i} \\ \dot{y}_i = v_{iy} \\ \dot{v}_{iy} = \frac{-F_{ipy} - F_{iny} - \delta\dot{y}_i - ky_i - m_i G}{m_i} \\ \dots \end{cases} \quad (3)$$

Zmienne x_i, v_{ix}, y_i, v_{iy} opisują jednoznacznie stan pojedynczego węzła.

3. Symulacje w środowisku Matlab

3.1. Wykorzystanie standardowego solvera

Korzystając ze środowiska MATLAB zasymulowano zachowanie układu. Do znalezienia trajektorii użyty został solver ode45 (solver Runge-Kutta rzędu 4). Rozwiązanie dla warunków początkowych $v_{ix} = 0, v_{iy} = 0, x_i = L \cdot i, y_i = 0$, gdzie $i = 1..N$ oraz wartości współczynników $N = 4, L = 3, m = 5, \delta = 1, k = 500$, przedstawia rys. 2a).



Rys. 2. Trajektorie obliczone różnymi metodami
Fig. 2. Trajectories computed with different methods

Ograniczone możliwości obliczeniowe platformy docelowej oraz reżim czasu rzeczywistego narzuciły kryterium wyboru solvera wykonującego możliwie najmniejszą ilość operacji arytmetycznych potrzebnych do znalezienia kolejnego punktu trajektorii układu. Solver RK(4,5) potrzebuje aż 5-krotnego obliczenia wartości pochodnych zmiennych stanu dla każdego kroku. W celu znalezienia możliwie najmniej wymagającego obliczeniowo algorytmu, dającego zadowalające efekty (zachowującego stabilność układu oraz dającego wrażenie naturalnie wyglądającego ruchu) przeprowadzono symulacje z wykorzystaniem różnych solverów.

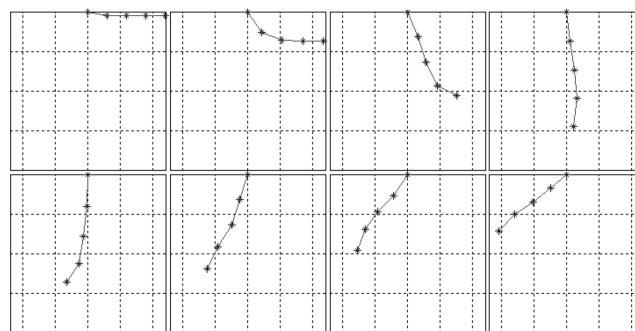
3.2. Metoda Eulera

Najprostszą metodą znajdowania przybliżonego rozwiązania równania różniczkowego jest opierająca się na interpretacji geometrycznej metoda Eulera [3]. Pozwala ona na znajdowanie rozwiązania zagadnienia początkowego postaci: $\dot{y} = f(y, x)$ z warunkami początkowymi $y(x_0) = y_0$. Znana jest zatem pochodna funkcji w punkcie x_0 i wynosi ona: $\dot{y}(x_0) = f(y(x_0), x_0)$. Znalezienie wartości funkcji w kolejnym punkcie (oddalonym od x_0 o krok h) jest możliwe dzięki spostrzeżeniu, że jej pochodna w punkcie x_0 informuje o kierunku zmian wartości w pewnym małym otoczeniu. Konstruowana jest prosta a przechodząca przez x_0 o współczynniku kierunkowym równym pochodnej w tym punkcie. Punkt x_1, y_1 jest ustalany na prostej a , po przesunięciu się o krok h od x_0 . Wartość funkcji y_1 jest różna od wartości rozwiązania dokładnego y_1 . Różnica ta nazywa się błędem metody i maleje wraz ze zmniejszaniem wartości kroku h .

Metoda Eulera wymaga niewielu obliczeń w celu otrzymania kolejnego punktu trajektorii. Niestety prostota ta jest opłaconą zwiększoną wrażliwością na wielkość kroku czasowego powodującego utratę stabilności obliczeń (rys. 2b). Dowolne zmniejszenie kroku nie jest możliwe, z powodu ograniczonej wydajności obliczeniowej platformy docelowej i błędów zaokrągleń.

3.3. Metoda Runge-Kutty

Kolejną metodą wykorzystaną w symulacjach była Metoda Runge-Kutty (RK2). W punkcie y_1 (znalezionym w sposób opisany wcześniej) następuje ponowna analiza pochodnej oraz korekta położenia poszukiwanego punktu trajektorii. Zatem w każdym kroku pochodna liczona jest dwa razy. Zabieg ten pozwala na uzyskanie trajektorii o dobrej stabilności oraz zbliżonych do trajektorii referencyjnych uzyskanych przy pomocy solvera ode45. Zostały one przedstawione na rys. 2c) dla warunków początkowych takich jak we wcześniejszych przykładach. Symulacja została przeprowadzona z krokiem czasowym równym 0.02s. Rys. 3 ukazuje położenie węzłów w czasie pierwszych sekund ruchu od momentu rozpoczęcia symulacji. Z powodu niskich wymagań obliczeniowych oraz zadowalających wyników działania, algorytm RK2 został wybrany jako najbardziej odpowiadający przyjętym założeniom projektowym.

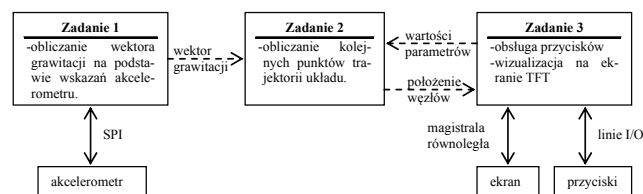


Rys. 3. Obrazy przedstawiające symulowany układ, zarejestrowane w odstępie 0.5s (solver RK2)

Fig. 3. Frames showing the movement of simulated system, taken with 0.5s step (solver RK2)

4. Implementacja na procesorze ARM

Platformą docelową jest zestaw ewaluacyjny SMT3210E-EVAL/A zawierający procesor SM32F103Z z rdzeniem Cortex M3. Płyta została wyposażona w wyświetlacz TFT umożliwiający wizualizację symulowanego układu dynamicznego. Aby pozwolić użytkownikowi na ingerencję w symulację zaimplementowano obsługę akcelerometru, który dostarcza informacji o usytuowaniu płyty w przestrzeni.



Rys. 4. Podział na zadania w systemie FreeRTOS
Fig. 4. Tasks grouped in separate FreeRTOS threads

Wszystkie zadania jakie postawiono przed systemem zostały podzielone na 3 grupy i uruchomione jako oddzielne procesy systemu operacyjnego FreeRTOS [4] (rys. 4). Pierwszy z nich jest odpowiedzialny za komunikację z akcelerometrem oraz wyznaczenie kierunku wektora grawitacji. Więcej na temat wyznaczenia położenia w przestrzeni metodami inercyjnymi można znaleźć w [5]. Kolejny wątek jest wykorzystany do obsługi silnika fizycznego pozwalającego na obliczenie położenia wszystkich węzłów układu w bieżącej chwili czasowej. Danymi wejściowymi jest aktualny kierunek wektora grawitacji oraz wartości parametrów (sprężystość k , długość linek L , masa m oraz współczynnik tłumienia δ). Ostatni, trzeci wątek zajmuje się wizualizacją symulo-

wanego obiektu na wyświetlaczu TFT i wprowadzaniem zmian parametrów symulacji w zależności od naciskanych przez użytkownika przycisków.

Całość pomiarów i obliczeń jest wykonywana ok. 50 razy na sekundę, dając w efekcie wrażenie płynnego ruchu. Symulacja do złudzenia przypomina zachowanie rzeczywistego układu, użytkownik ma uczucie, że jest on „zamknięty” wewnątrz wyświetlacza.



Rys. 5. Płyta ewaluacyjna oraz widok ekranu podczas symulacji
Fig. 5. Evaluation board while running the simulation

5. Podsumowanie

Opisana w artykule symulacja miała posłużyć jako praktyczny test możliwości procesora ARM i określić jego przydatność do symulowania układów dynamicznych w czasie rzeczywistym. W przyszłości autor planuje uruchomić na podobnej platformie sprzętowej aplikację pozwalającą na rozwiązywanie zagadnienia

odwrotnego przewodzenia ciepła, tworząc w ten sposób nowoczesne urządzenie pomiarowe dające możliwość badania różnych procesów cieplnych. Jak zaprezentowano w artykule, zasoby oferowane przez dzisiejsze procesory typu Advanced RISC Machines mogą być wystarczające nawet dla tak skomplikowanych zagadnień jak obliczenie odpowiedzi układów dynamicznych w czasie rzeczywistym. Dzięki ich zastosowaniu możliwa jest budowa profesjonalnego sprzętu pomiarowego, przy zachowaniu niskich kosztów produkcji.

6. Literatura

- [1] Banach S.: Mechanika w zakresie szkół akademickich. Warszawa-Lwów-Wilno, 1938.
- [2] Gewert M., Skoczylas Z.: Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania. 1996-2005 Oficyna wydawnicza GiS, ISBN 83-89020-49-1.
- [3] Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.: Metody numeryczne. Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1993.
- [4] FreeRTOS Real Time Kernel, <http://www.freertos.org/>
- [5] Nowik M.: Pomiar wartości kąta przechyłu z wykorzystaniem akcelerometru i żyroskopu. Pomiary Automatyka Robotyka (11/2009).

otrzymano / received: 09.05.2010

przyjęto do druku / accepted: 02.07.2010

artykuł recenzowany

INFORMACJE

Energoelektronika

WORTAL BRANŻOWY

[REKLAMA](#) [MAPA SERWISU](#) [KONTAKT](#)

Kompleksowa oferta sprzedaży części i podzespołów

PARTNERZY >>>

Strona główna
Rejestracja
Artykuły branżowe
Katalog firm
Oferty B2B
FAQ
Kalendarium
Słownik
Forum

Wyszukaj
1USD 3.163 +0.22%
1EUR 3.8285 +0.3%
1GBP 5.6103 +0.69%

WORTAL BRANŻOWY

+ Nowości, Słownik techniczny

+ Porady specjalistów

+ Przegląd prasy

+ Katalog firm i produktów

+ Opis urządzeń i podzespołów

+ Kalendarium ważnych wydarzeń

ZAPRASZAMY: www.energoelektronika.pl

Firmy:
Centrum Dystrybucji Norster [więcej >>>](#)
P.W.STOLARZ-LEMPERT sp.j. [więcej >>>](#)

Produkty:
 Kompaktowa dmuchawa grzewcza dużej wydajności
CR 030 [więcej >>>](#)
Promienniki podczerwieni do maszyn rozdmuchowych PET - IRK13213/98F [więcej >>>](#)

ul. Puławska 34 05-500 Piaseczno k. Warszawy
tel. (+48) 22 70 35 290
fax. (+48) 22 70 35 101