

Grzegorz POPEK, Marian KAMPIK, Krzysztof MUSIOŁ

POLITECHNIKA ŚLĄSKA, INSTYTUT METROLOGII ELEKTRONIKI I AUTOMATYKI, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice

Fluktuacje wartości skutecznej sygnału sinusoidalnego generowanego przez źródła wykorzystujące bezpośrednią syntezę częstotliwości (DDS)

Dr inż. Grzegorz POPEK

Ukończył studia na kierunku Elektronika i Telekomunikacja o specjalności Energoelektronika w 2006 roku. W 2010 roku na Politechnice Śląskiej w Gliwicach obronił z wyróżnieniem pracę doktorską uzyskując tytuł doktora nauk technicznych z dyscypliny Elektrotechnika. W latach 2008-2009 przebywał na stażu naukowym w Veeco Instruments w Santa Barbara (USA). Jego zainteresowania naukowe koncentrują się wokół wzorcowych źródeł napięcia stałego i przemiennego oraz cyfrowej syntezy sygnałów.

e-mail: grzegorz.popek@polsl.pl



Dr inż. Krzysztof MUSIOŁ

Studia na kierunku Elektrotechnika, specjalność Automatyka i Metrologia Elektrotechniczna ukończył w roku 2002. Rozpoczął pracę naukową w Instytucie Metrologii, Elektroniki i Automatyki pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Tadeusza Skubisa. W roku 2007 na Politechnice Śląskiej w Gliwicach uzyskał tytuł doktora nauk technicznych z dyscypliny elektrotechnika i został zatrudniony na stanowisku adiunkta w ww. instytucie. Zainteresowania naukowe dotyczą precyzyjnych układów do pomiarów składowych impedancji.

e-mail: krzysztof.musiol@polsl.pl



Dr hab. inż. Marian KAMPIK

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w 1988 roku. Tamże, w 1996 roku z wyróżnieniem obronił pracę doktorską, a w 2010 roku uzyskał stopień doktora habilitowanego. W latach 1993-1995 prowadził badania w Laboratorium Transferów AC-DC PTB w Braunschweigu (Niemcy). Jest autorem lub współautorem około 90 publikacji naukowo-technicznych. Jego zainteresowania naukowe obejmują dokładne pomiary wielkości elektrycznych oraz zagadnienia związane z cyfrową syntezą sygnałów pomiarowych.

e-mail: marian.kampik@gmail.com



Streszczenie

W pracy dokonano analizy zjawiska fluktuacji wartości skutecznej sygnału cyfrowego, generowanego przez cyfrowe źródła wzorcowego napięcia przemiennego, wykorzystujące metodę bezpośredniej cyfrowej syntezy sygnału (DDS). Podano wzory umożliwiające wyznaczenie najbardziej i najmniej korzystnych, z punktu widzenia fluktuacji wartości skutecznej, nastaw inkrementu fazy układu DDS. Wzory te umożliwiają zdeterminowanie zakresu przestrajania układu DDS, dla którego wartość międzyszczytowa fluktuacji wartości skutecznej jest mniejsza od założonej wartości.

Słowa kluczowe: wartość skuteczna, cyfrowa bezpośrednia synteza sygnału, źródła wzorcowego napięcia przemiennego.

Fluctuations of the effective value of a sinusoidal signal, generated by sources using direct digital synthesis (DDS)

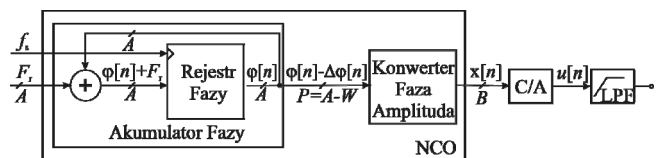
Abstract

The paper analyzes the phenomenon of fluctuations of effective value of the signal generated by the digital source of standard AC voltage. The source is based on the method of direct digital signal synthesis (DDS) with phase accumulation. Almost all of up to now published papers, dealing with properties of the signal generated by DDS sources, concentrate on spectral purity of the signal and methods of reduction of its unwanted spectral components (spurs). This paper focuses on effective value of the signal generated by the direct digital synthesizer. Authors wanted to check whether it was possible to use DDS in an AC standard voltage source generating a sinusoidal signal with very stable and accurate RMS value. Given are equations for easily setting the most and least favorable phase increments of DDS in terms of fluctuations in the effective value. These equations allow determination of the setting range of the phase increment of the DDS, for which the peak-to-peak fluctuations of the effective value are lower than assumed.

Keywords: effective value, direct digital synthesis, direct digital synthesizer, sources of standard AC voltage.

1. Wstęp

W ostatnich latach obserwowany jest wzrost zainteresowania cyfrowymi źródłami wzorcowego napięcia sinusoidalnego [1, 2, 3]. W niektórych rozwiązaniach, jak na przykład w źródle opisanym w [4], do wytwarzania cyfrowych próbek sinusoidy wykorzystuje się metodę bezpośredniej cyfrowej syntezy sygnału z akumulacją fazy (ang. *Direct Digital Synthesizer*, DDS). Zaletą źródeł z syntezą DDS jest duża rozdzielczość nastawy częstotliwości wytwarzanego sygnału, łatwość synchronizacji źródeł wielofazowych, duża rozdzielczość nastawy przesunięcia fazowego między sygnałami wytwarzanymi przez źródła wielofazowe oraz relatywnie prosta konstrukcja. Na rysunku 1 przedstawiono schemat blokowy źródła sygnału sinusoidalnego, wykorzystującego metodę DDS.



Rys. 1. Schemat blokowy bezpośredniego cyfrowego syntezera
Fig. 1. Block diagram of the direct digital Synthesizer

Układ przedstawiony na rysunku 1 składa się z akumulatora fazy, przetwornika faza - amplituda, przetwornika cyfrowo-analogowego (C/A) oraz opcjonalnego filtra dolnoprzepustowego (L/PF). Akumulator fazy, wraz z przetwornikiem faza - amplituda, wytwarza cyfrowe próbki sinusoidy i z tego powodu jest nazywany cyfrowym oscylatorem harmonicznym (ang. *Numerically Controlled Oscillator*, NCO) [5][6]. Akumulator fazy zbudowany jest z sumatora binarnego oraz rejestru fazy. Aktualna wartość słowa cyfrowego $\phi[n]$ na wyjściu akumulatora fazy jest sumą wartości F_r słowa przechowywanego w rejestrze inkrementu fazy i poprzedniej wartości $\phi[n-1]$, przechowanej w rejestrze fazy. Akumulator posiada ograniczoną pojemność i przepelnia się, gdy wartość na jego wyjściu jest większa od 2^A-1 , gdzie A jest liczbą bitów akumulatora. Częstotliwość, z jaką przepelnia się akumulator fazy, determinuje częstotliwość wyjściową f_0 układu DDS [7, 8]:

$$f_0 = \frac{F_r}{2^A} f_s, \quad (1)$$

gdzie f_s jest częstotliwością zegara taktującego układ DDS.

Rolę przetwornika faza – amplituda pełni zazwyczaj pamięć stała (ROM), która przechowuje odpowiednio przeskalowane i zakodowane cyfrowe wartości chwilowe funkcji sinusoidalnej (próbki). Pamięć ta jest adresowana wartością słowa przechowywanego w akumulatorze fazy. Typowe wartości pojemności akumulatorów fazy, wyrażone liczbą bitów A , to 24, 32, 48. Cyfrowa wartość chwilowa przebiegu sinusoidalnego na wyjściu przetwornika faza-amplituda jest podawana na wejście przetwornika cyfrowo-analogowego, który przetwarza ją na napięcie. Sygnał z wyjścia przetwornika cyfrowo-analogowego jest opcjonalnie filtrowany za pomocą analogowego filtra dolno-przepustowego. Jeśli słowo wyjściowe akumulatora fazy adresuje całą przestrzeń pamięci stałej, to wymagane jest zastosowanie pamięci o bardzo dużej pojemności. Aby tego uniknąć, do adresowania pamięci wykorzystywanych jest tylko P najstarszych bitów akumulatora fazy. Związane z tym obcięcie słowa $\varphi[n]$ powoduje powstanie niepożądanych składowych harmonicznych w widmie sygnału wytwarzanego przez źródło [7, 9]. Niekiedy w celu zmniejszenia pojemności pamięci, przechowywany w niej przebieg jest poddany odpowiedniej kompresji. Powoduje to dalsze pogorszenie czystości widmowej generowanego sygnału sinusoidalnego [10].

2. Cel pracy

Celem niniejszej pracy jest zbadanie zjawiska fluktuacji wartości skutecznej cyfrowego sygnału generowanego przez układ NCO. Założono, że nie występuje obcięcie słowa akumulatora fazy, oraz że nie wykorzystano żadnej z metod kompresji próbek, czy optymalizacji pamięci ROM. Rozważania dotyczą tylko części cyfrowej układu DDS.

3. Model matematyczny układu DDS

Funkcjonowanie akumulatora fazy można opisać zależnością:

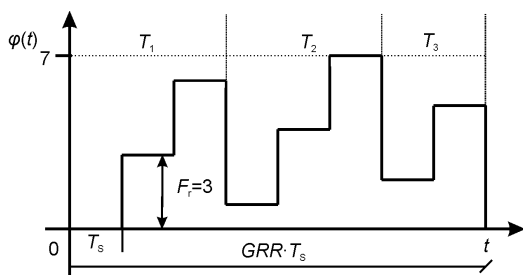
$$\varphi[n] = \langle nF_r \rangle_{2^A}, \quad (2)$$

gdzie $\langle x \rangle_y$ oznacza funkcję x modulo y – resztę z dzielenia x przez y , natomiast n jest indeksem aktualnie generowanej próbki sinusoidalnej, przy czym $n = 0 \dots 2^A - 1$.

Wartość chwilowa n -tej cyfrowej próbki na wyjściu przetwornika faza – amplituda jest równa:

$$x[n] = \sin\left(2\pi \frac{\varphi[n]}{2^A}\right). \quad (3)$$

Na rysunku 2 przedstawiono przebieg czasowy $\varphi(t)$ sygnału na wyjściu 3-bitowego akumulatora fazy dla $F_r = 3$ i okresu taktowania $T_s = 1/f_s$.



Rys. 2. Przebieg sygnału $\varphi(t)$ na wyjściu akumulatora fazy
Fig. 2. Signal $\varphi(t)$ at the output of the phase accumulator

W celu uproszczenia analizy dokonano unormowania tego czasu, tak, iż w dalszej części pracy $T_s = 1$. Kolejne próbki przedstawione na rysunku 2 są liczbami naturalnymi, których wartości determinuje zależność (2). Na rysunku 2 akumulator fazy przepelnia się trzykrotnie, przy czym:

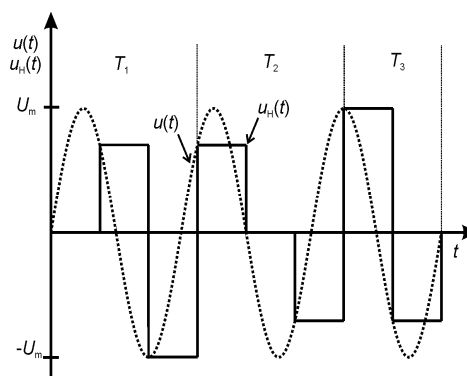
- 1) w okresie T_1 sygnał jest syntetyzowany z próbek o indeksach $n = 0, 3, 6$;
- 2) po przepelnieniu akumulatora, w okresie T_2 , sygnał jest syntetyzowany z próbek o indeksach $n = 1, 4, 7$;
- 3) w okresie T_3 sygnał jest syntetyzowany z próbek o indeksach $n = 2$ i 5 .

Okresy czasu T_1, T_2, T_3 powtarzają się cyklicznie. Liczba próbek, po której sekwencja próbek na wyjściu akumulatora fazy powtarza się, nazywana jest okresem numerycznym (ang. *Grand Repetition Rate, GRR*). Okres ten można obliczyć ze wzoru [1]:

$$GRR = \frac{2^A}{\text{GCD}(F_r, 2^A)}, \quad (4)$$

gdzie $\text{GCD}(x, y)$ oznacza największy wspólny dzielnik liczb x i y .

Ponieważ poszczególne indeksy próbek odpowiadają adresom pamięci ROM, dlatego sekwencja próbek na wyjściu przetwornika faza – amplituda także powtarza się po GRR próbkach. Na rysunku 3 przedstawiono przebieg schodkowy $u_H(t)$, który modeluje sygnał na wyjściu przetwornika faza – amplituda. Sygnał $u(t)$ jest sygnałem sinusoidalnym o częstotliwości danej wzorem (1). W danym przypadku $f_o = f_s \cdot 3/8$. Można przyjąć, że sygnał schodkowy $u_H(t)$ jest aproksymacją sinusoidalnego sygnału $u(t)$ o częstotliwości f_o i amplitudzie U_m .



Rys. 3. Przebieg sygnału $u_H(t)$, na wyjściu przetwornika faza - amplituda
Fig. 3. Signal $u_H(t)$, at the output of the phase to amplitude converter

Okres sygnału $u(t)$ jest równy:

$$T_U = \frac{2^A}{F_r}, \quad (5)$$

Natomiast dla sygnału $u_H(t)$ okres T_{GRR} jest równy $8T_s$.

4. Obliczenie wartości skutecznej sygnałów

Wartości skuteczne sygnałów: sinusoidalnego $u(t)$ i sinusoidalnego schodkowego wygenerowanego przez układ z bezpośrednią syntezą częstotliwości wykorzystujący metodę akumulacji fazy $u_H(t)$ są odpowiednio równe:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T_U} \int_0^{T_U} u^2(t) dt}, \quad (6)$$

oraz

$$U_H = \sqrt{\frac{1}{T_{GRR}} \int_0^{T_{GRR}} u_H^2(t) dt}. \quad (7)$$

Przy założeniu, że sygnał $u_H(t)$ aproksymuje sygnał $u(t)$, wartość skuteczną U_{AH} sygnału $u_H(t)$ za okres T_U obliczyć można z zależności:

$$U_{AH}(t_1) = \sqrt{\frac{1}{T_U} \int_{t_1}^{t_1+T_U} u_H^2(t) dt}, \quad (8)$$

gdzie

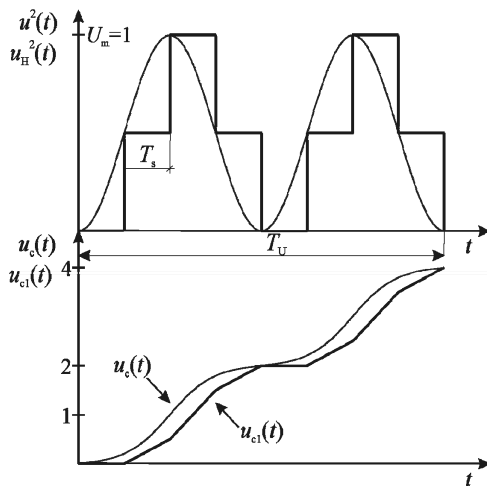
$$t_1 \in \langle 0; GRR \cdot T_s \rangle. \quad (9)$$

Funkcja $U_{AH}(t_1)$ reprezentuje wartość skuteczną sygnału $u_H(t)$ obliczoną za okres T_U , przy czym T_U jest okresem sinusoidy $u(t)$, aproksymowanej sygnałem $u_H(t)$. W celu wyznaczenia $U_{AH}(t_1)$ z zależności (8), przyjęto, iż funkcja $u_H(t)$ jest dana wzorem:

$$u_H(t) \hat{=} u_{HI}(t) = \sin\left(2\pi \frac{F_r}{2^A} \lfloor t \rfloor\right), \quad (10)$$

gdzie $\lfloor x \rfloor$ oznacza zaokrąglenie liczby x do najbliższej liczby naturalnej mniejszej od x .

Funkcja $u_{HI}(t)$ przyjmuje te same wartości, co funkcja dana wzorem (3). Różnica między tymi funkcjami polega na tym, iż argumentem funkcji $u_{HI}(t)$ jest czas t . Dzięki temu funkcja $u_{HI}(t)$ może być poddana operacji całkowania po czasie. Na rysunku 4 przedstawiono przebieg funkcji sinusoidalnej podniesionej do kwadratu $u^2(t)$ oraz przebieg funkcji sinusoidalnej aproksymowanej przebiegiem schodkowym $u_H^2(t)$ podniesionej do kwadratu. Poniżej przedstawiono przebiegi czasowe funkcji $u^2(t)$ oraz $u_H^2(t)$ po przejściu przez idealny układ całkujący.



Rys. 4. Przebiegi czasowe funkcji sinusoidalnej podniesionej do kwadratu $u^2(t)$, funkcji sinusoidalnej schodkowej podniesionej do kwadratu $u_H^2(t)$ oraz przebiegi czasowe całek tych funkcji

Fig. 4. Squared sine function $u^2(t)$, squared stair-shape sine function $u_H^2(t)$ and their indefinite integrals $u_c(t)$ and $u_{ci}(t)$

Przebieg $u_{CI}(t)$ będący przebiegiem całki nieoznaczonej z kwadratu funkcji (10) można opisać zależnością:

$$\int u_{HI}^2(t) dt = u_{CI}(t) = (t - \lfloor t \rfloor) \cdot \sin^2 \frac{2\pi F_r \lfloor t \rfloor}{2^A} + \sum_{n=0}^{\lfloor t \rfloor} H(n-1) \cdot \sin^2 \frac{2\pi F_r (n-1)}{2^A}, \quad (11)$$

gdzie $H(x)$ jest funkcją skoku jednostkowego. Zależność (11) nie została wyznaczona analitycznie, jest ona opisem przebiegu funkcji $u_{CI}(t)$.

Po przyjęciu powyższych założeń wartość skuteczną $U_{AH}(t_1)$, zdefiniowaną wzorem (8), można obliczyć ze wzoru:

$$U_{AH}(t_1) = \sqrt{\frac{u_{CI}(t_1 + T_U) - u_{CI}(t_1)}{T_U}}, \quad (12)$$

gdzie t_1 jest dowolną chwilą czasu z przedziału danego wzorem (9) czyli dowolną chwilą czasu w okresie numerycznym T_{GRR} .

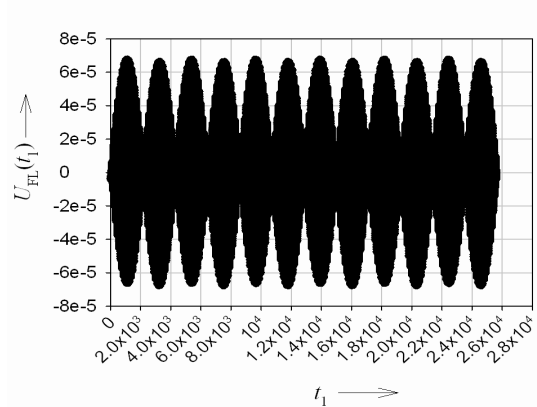
5. Fluktuacje wartości skutecznej

Fluktuacje wartości skutecznej $U_{AH}(t_1)$ opisać można funkcją $U_{FL}(t_1)$, zdefiniowaną następująco:

$$U_{FL}(t_1) = U_{AH}(t_1) - U, \quad (13)$$

gdzie U reprezentuje wartość skuteczną sygnału sinusoidalnego $u(t)$, który przedstawiono na rysunku 3.

Na rysunku 5 przedstawiono przebieg funkcji $U_{FL}(t_1)$ dla ośmiobitowego akumulatora fazy ($A=8$) i inkrementu fazy $F_r=3$.

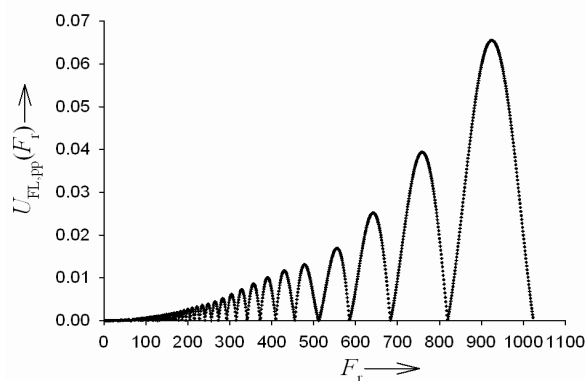


Rys. 5. Fluktuacje wartości skutecznej dla $A=8$ i $F_r=3$
Fig. 5. RMS fluctuation for $A=8$ and $F_r=3$

Fluktuacje wartości skutecznej, przedstawione na rysunku 5, mogą być opisane przez ich wartość międzyszczytową jako:

$$U_{FL,pp} = \text{Max}(U_{FL}(t_1)) - \text{Min}(U_{FL}(t_1)). \quad (14)$$

Na rysunku 6 przedstawiono zależność $U_{FL,pp}$ od inkrementu fazy F_r zawierającego się w przedziale od 1 do $2^{A/4}$. Obliczenia wykonano w programie Mathematica dla układu DDS z dwunastobitowym akumulatorem fazy.



Rys. 6. Wartość międzyszczytowa fluktuacji wartości skutecznej w funkcji nastawy inkrementu fazy F_r dla DDS o $A=12$

Fig. 6. Peak to peak value of the RMS fluctuation as the function of phase increment F_r for DDS with $A=12$

Z wykresu przedstawionego rysunku 6 wynika, że wartość międzyszczytowa fluktuacji $U_{FL,pp}$ jest równa zero dla wartości inkrementu fazy F_r , równym potęgom liczby 2, tj. 1024, 512 itd. Na rysunku 6 można zauważyć, że pomiędzy wartościami inkrementu fazy F_r równymi 1024 i 512 wartość międzyszczytowa fluktuacji $U_{FL,pp}$ przyjmuje trzy minima lokalne dla inkrementów akumulatora fazy równego 819, 683 oraz 585. Wartości $U_{FL,pp}$ są najmniejsze lub równe zero dla inkrementów fazy F_r spełniających warunek:

$$F_r = \left[\frac{2^A}{N} + 0,5 \right], \quad (15)$$

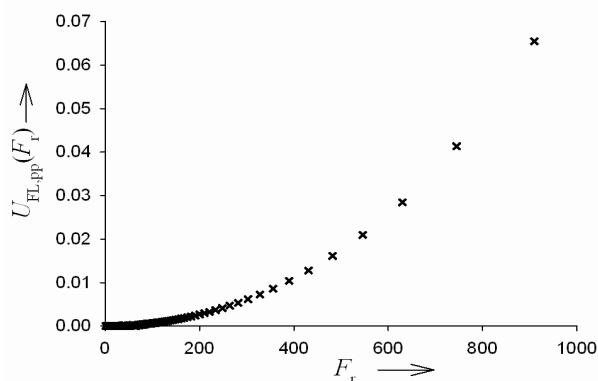
gdzie N jest liczbą naturalną.

Wartości $U_{FL,pp}$ są największe dla inkrementów fazy F_r spełniających warunek:

$$F_r = \left[\frac{2^A}{N + 0,5} + 0,5 \right]. \quad (16)$$

Zależności (15) i (16) umożliwiają łatwe wyznaczenie najbardziej i najmniej korzystnych, z punktu widzenia fluktuacji wartości skutecznej, nastaw F_r . Wyznaczenie tych wartości, na przykład metodą symulacyjną, jest czasochłonne.

Na rysunku 7 przedstawiono zależność wartości międzyszczytowej fluktuacji $U_{FL,pp}$ od wartości inkrementu akumulatora fazy F_r danego wzorem (16) czyli uwzględniając tylko lokalne maksima z rysunku 6.



Rys. 7. Lokalne maksima wartości międzyszczytowej fluktuacji wartości skutecznej w funkcji nastawy inkrementu fazy F_r dla DDS o $A=12$

Fig. 7. Local maximums of peak-to-peak value of the RMS fluctuation as the function of phase increment F_r for DDS with $A=12$

Obliczenia wykonano dla układu DDS z dwunastobitowym akumulatorem fazy. Na podstawie rysunku 7 wyznaczyć można zakres przestrajania układu DDS to znaczy taki przedział wartości inkrementów fazy, w którym wartość międzyszczytowa fluktuacji jest mniejsza od założonej wartości. Przykładowo, jeśli dla DDS z dwunastobitowym akumulatorem fazy wartość fluktuacji ma być mniejsza od 10^{-6} , to inkrement fazy powinien zawierać się w przedziale od 1 do 72. Podobnie dla DDS z szesnastobitowym akumulatorem inkrement fazy powinien zawierać się w przedziale od 1 do 15371.

6. Podsumowanie i kierunki dalszych prac

W pracy podjęto próbę opisu zjawiska fluktuacji wartości skutecznej sygnału cyfrowego, generowanego przez cyfrowe źródła wzorcowego napięcia przemiennego wykorzystujące metodę bezpośredniej cyfrowej syntezy sygnału z akumulacją fazy. Przedstawiono wzory umożliwiające łatwe wyznaczenie najbardziej i najmniej korzystnych, z punktu widzenia fluktuacji wartości skutecznej, nastaw inkrementu fazy układu DDS. Wzory te umożliwiają zdeterminowanie zakresu przestrajania układu DDS, dla którego wartość międzyszczytowa fluktuacji wartości skutecznej jest mniejsza od założonej wartości.

Planowane jest zamodelowanie wpływu zjawiska obciążenia słowa akumulatora fazy oraz zbadanie wpływu rozdzielczości przetwornika C/A na wartość skuteczną sygnału wytwarzanego przez źródło z układem DDS.

7. Literatura

- [1] Ihlenfeld Kürten W.G., Mohns E., Bachmair H., Ramm G., Moser H.: Evaluation of the synchronous generation and sampling technique. IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 52, No. 2, April 2003, p. 371-374.
- [2] Rybski R.: Komparacja impedancji w układach z cyfrowymi źródłami napięć sinusoidalnych. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2007.
- [3] Kampik M.: Cyfrowe źródła wzorcowego napięcia przemiennego o małej częstotliwości. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2009.
- [4] Lapuh R., Svetik Z.: Evaluation of a voltage source with three calculable RMS outputs. IEEE Trans. Instrum. Meas. August 1997, Vol. 46, No. 4, p. 784-788.
- [5] Bojdoł K., Kampik M.: Cyfrowy oscylator harmoniczny o zmniejszonym wpływie obciążenia słowa akumulatora fazy na dokładność wytwarzanych próbek sinusoidy. Pomiary Automatyka i Kontrola, nr 7-8/2006, str.25-28.
- [6] Kadam S., Sasidaran D., Awawdeh A., Johnson L., Soderstrand M.: Comparison of various numerically controlled oscillators. IEEE Circuits and Systems, 2002, p 200-202.
- [7] Technical Tutorial on Direct Digital Synthesis. Analog Devices Inc., 1999.
- [8] Nicholas H.T., Samueli H.: An Analysis of the Output Spectrum of Direct Digital Frequency Synthesizers in the Presence of Phase-Accumulator Truncation. Proceedings of the 41st Annual Frequency Control Symposium, 1987, p. 495-502.
- [9] Vankka J.: Spur reduction techniques in sine output direct digital synthesis. Proceedings of the 1996 IEEE International Frequency Control Symposium, Jun 1996, p. 951-959.
- [10] Vankka J.: Methods of mapping from phase to sine amplitude in Direct Digital Synthesis. IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Freq. Control, Vol. 44, No. 2, March 1997, p. 526-534.

otrzymano / received: 17.05.2010

przyjęto do druku / accepted: 02.07.2010

artykuł recenzowany