

Katarzyna RUTCZYŃSKA-WDOWIAK, Tadeusz STEFAŃSKI

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI, ul. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

Analiza porównawcza klasycznych metod optymalizacji i algorytmu genetycznego na przykładzie projektowania filtrów

Dr inż. Katarzyna RUTCZYŃSKA-WDOWIAK

Adiunkt w Katedrze Sterowania i Zarządzania na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej. Przedmiotem jej zainteresowań jest problematyka zastosowania algorytmów genetycznych i strategii ewolucyjnych w identyfikacji obiektów dynamicznych oraz optymalizacji, z wykorzystaniem do obliczeń własnego oprogramowania (Delphi, C++).



e-mail: K.Rutczynska@tu.kielce.pl

Dr hab. inż. Tadeusz STEFAŃSKI

Pracuje na stanowisku profesora nadzwyczajnego w Katedrze Systemów Sterowania i Zarządzania na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach. Realizuje badania naukowe z zakresu metod identyfikacji i teorii sterowania.



e-mail: T.Stefanski@tu.kielce.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono analizę porównawczą metod klasycznych optymalizacji (Box'a i Nelder'a-Mead'a) oraz algorytmu genetycznego w problemie projektowania filtru cyfrowego na przykładzie jego prototypu analogowego. Badania koncentrowały się na określeniu wpływu wybranej metody, zadanych warunków startowych (przestrzeni poszukiwań) oraz kryterium minimalizacji i zatrzymania algorytmów na dokładność uzyskania optymalnego rozwiązania.

Słowa kluczowe: metody optymalizacji statycznej, algorytmy genetyczne, projektowanie filtrów.

Comparison Analysis of Classical Static Optimization Methods and Genetic Algorithm for Example of The Filter Design

Abstract

The purpose of the paper is to provide a basis for comparison between classical static optimization methods (Box and Nelder-Mead) and genetic algorithm regarding digital filters based on analog prototype. The analysis of optimization methods (genetic and classical) with regard to convergence and accuracy for the process of searching solution and time of numerical calculations was carried out. It is genetic algorithm, rather than classical static optimization method, that ensures greater probability of finding the global minimum of function. Application of numerical static optimization method is frequently limited due to instability of filter mathematical model during the process of analysis. From among other methods subjected to analysis it is only Box's method that enables the introduction of restrictions which ensure stability of the filter model. Furthermore, the local minimum of function instead of the global one is determined particularly in case of large number of parameters. The genetic algorithms through the random choice of a sufficient number of representative searches within the whole population of potential solutions and therefore the chance of determining the local minimum instead of a global one is considerably smaller than in case of using of classical method. On the other hand, the genetic algorithm requires more numerical calculations by comparison with Nelder-Mead's or Box's methods.

Keywords: classical static optimization methods, genetic algorithms, design of filters.

1. Wstęp

Filtry cyfrowe są jednym z głównych elementów cyfrowego przetwarzania sygnałów. Ze względu na charakter pasma przepustowego dzielą się na: dolnoprzepustowe, górnoprzepustowe, pasmowoprzepustowe i pasmowozaporowe. Z kolei uwzględniając ich strukturę można wyróżnić filtry: o skończonej odpowiedzi impulsowej (SOI, ang. FIR), o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (NOI, ang. IIR), adaptacyjne, nieliniowe, itd.

Podczas projektowania filtrów analogowych i cyfrowych założenia projektowe zwykle określa się w dziedzinie częstotliwości.

W przypadku, gdy jest znane pasmo sygnału użytecznego, a widmo zakłóceń leży poza tym pasmem, filtr w paśmie przepustowym powinien mieć określony kształt charakterystyki amplitudowej i fazowej. W szczególności dotyczy to: szerokości pasma przepustowego, szerokości pasma zaporowego, zafalowania i spadku wzmocnienia w paśmie przepustowym, wartości tłumienia w paśmie zaporowym, liniowości charakterystyki fazowej, itd.

W literaturze są opisane różne metody projektowania filtrów cyfrowych. W tym celu może być wykorzystane oprogramowanie specjalistyczne, np. MONARCH Series DSP Software, QEDesign Lite Software, MATLAB, itd. [2]. W przypadku, gdy projektant nie dysponuje oprogramowaniem specjalistycznym lub filtr powinien charakteryzować się nietypową charakterystyką amplitudową, wówczas stosuje się indywidualne metody projektowania. Wśród nich wyróżnia się: metodę Parksa_McClenllana (zwaną również metodą Remez), metodę okien, aproksymację typowych filtrów, np. Butterworth'a, Bessel'a lub Czebyszew'a modelami dyskretnymi, a także, szczególnie w przypadku nietypowych założeń projektowych, zastosowanie metod optymalizacji statycznej (klasyczne, algorytmy genetyczne lub ewolucyjne) [4, 5].

Zastosowanie metod optymalizacji statycznej sprowadza się do minimalizacji błędu średniokwadratowego między zadanymi charakterystykami częstotliwościowymi (rzadko także czasowymi) a obliczonymi dla przyjętego modelu matematycznego filtru. Minimalizowana funkcja jest funkcją wielu zmiennych, a w przypadku filtru NOI konieczne jest także uwzględnienie ograniczenia nałożonego na wartości parametrów modelu filtru, zapewniającego jego stabilność.

Zagadnienie minimalizacji funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami jest często analizowane w literaturze dotyczącej optymalizacji [3]. Złożoność tego problemu zależy jednak w dużej mierze od postaci minimalizowanej funkcji oraz ograniczeń narzuconych na rozwiązywane zadanie. W celu wyznaczenia minimum globalnego korzysta się zarówno z metod klasycznych, jak i z metod genetycznych.

Stosowanie klasycznych metod optymalizacji jest w niektórych przypadkach ograniczone, wskutek m.in. wyznaczania minimum lokalnego zamiast globalnego, szczególnie w przypadku dużych przestrzeni poszukiwań rozwiązania, a również przez możliwość wystąpienia, dla określonych warunków startowych, niestabilności rozwiązań modelu matematycznego filtru. Algorytm genetyczny (AG) startuje natomiast z wielu punktów równocześnie (czyli z tzw. populacji) i dlatego ma większe szanse zlokalizowania minimum globalnego, nawet w przypadku dużej liczby wyznaczanych parametrów i znacznych przestrzeni poszukiwań rozwiązania. Niewątpliwą wadą omawianych metod genetycznych jest natomiast czasochłonność obliczeń, dlatego w celu zwiększenia efektywności analizowanego procesu zaproponowano algorytm genetyczny, zapewniający otrzymanie rozwiązania w stosunkowo krótkim czasie (porównując z zastosowaniem w rozważanym problemie klasycznego algorytmu genetycznego).

Niniejsza praca stanowi porównanie skuteczności wyznaczania minimum globalnego funkcji wielu zmiennych, na przykładzie projektowania filtrów cyfrowych, za pomocą numerycznych metod optymalizacji statycznej Nelder'a-Mead'a i Box'a oraz algorytmu genetycznego z ustalonym stanem, opartego na reprezentacji zmiennopozycyjnej osobników, selekcji turniejowej (z częściami wymianą populacji), krzyżowaniu arytmetycznym oraz mutacji określanej według [1] mianem mutacji równomiernej. Metody te analizowano ze względu na zbieżność, dokładność i czas procesu minimalizacji. Przedstawiona w pracy analiza pozwoliła w miarę jednoznacznie odpowiedzieć na pytanie, na ile celowe jest zastosowanie w rozwiązywaniu ww. problemów metod klasycznych, a na ile np. algorytmów genetycznych, ewolucyjnych, itp.

2. Sformułowanie problemu minimalizacji na przykładzie projektowania prototypowego filtru analogowego

Filtr o skończonej odpowiedzi impulsowej - (FIR - Finite Impulse Response) jest układem nierekursywnym, którego odpowiedź impulsowa jest skończona. Aby warunek ten był spełniony, w filtrach tego typu bieguny są zerowe. Transmitancja filtru ma postać

$$G(z) = \frac{B(z)}{z^N} = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}, \quad (1)$$

gdzie: $B(z)$ wielomian, N - rząd filtru.

Filtry FIR są obecnie częściej stosowane niż IIR, z powodu następujących zalet: implementacja filtrów FIR może być łatwo zrównoleżona; ich projektowanie jest znacznie łatwiejsze niż filtrów IIR; są zawsze stabilne, gdyż w ich transmitancji występują tylko zera; cechują się skończoną odpowiedzią impulsową; łatwo jest uzyskać liniową charakterystykę fazową. Wadami tego typu filtrów są: większa złożoność obliczeniowa i większe zapotrzebowanie na pamięć operacyjną.

Filtr IIR (ang. Infinite Impulse Response) jest jednym z rodzajów filtrów cyfrowych, który w odróżnieniu od filtrów FIR jest układem rekursywnym. Teoretycznie odpowiedź impulsowa zanika w nieskończoności. Jest to efektem występowania pętli sprzężenia zwrotnego. Transmitancję filtru IIR można zapisać w postaci

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-M}}{1 - a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} \quad (2)$$

Transmitancja filtru IIR jest funkcją wymierną, przez co znacznie łatwiej uzyskać pożądaną charakterystykę częstotliwościową niż w przypadku filtru FIR. Wynikają z tego dwie podstawowe zalety filtrów IIR w porównaniu do FIR: niska złożoność obliczeniowa i niewielkie zapotrzebowanie na pamięć operacyjną. Do wad filtrów IIR należy zaliczyć: możliwość niestabilności filtru; znacznie trudniejsze projektowanie (nie tylko ze względu na dodatkowy warunek zapewnienia stabilności); większą wrażliwość na błędy zaokrągleń (zaokrąglenia wartości współczynników mogą znacząco zmienić charakterystykę, zaokrąglenia wartości sygnału i wyników pośrednich wprowadzają szum, który może się akumulować); cechują się nieliniową charakterystyką fazową.

Jak już wcześniej wspomniano, znanych jest wiele metod projektowania filtrów cyfrowych. Jedną z metod jest wyznaczenie prototypu analogowego filtru, a następnie jego aproksymacji dyskretniej. Zasadniczym celem niniejszej pracy nie jest analiza projektowania filtrów cyfrowych z zastosowaniem metod optymalizacyjnych, a porównanie efektywności tych metod na przykładzie projektowania ich prototypów analogowych. W tym celu założono transmitancję filtru w postaci funkcji wymiernej

$$G(s) = \frac{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + 1} \quad (3)$$

przy czym w analizie metod optymalizacji przyjęto $n = 2, 3$ i 4 . Wyznaczano więc odpowiednio 5, 7 i 9 współczynników transmitancji (3).

Transmitancję (3) można zapisać w postaci widmowej

$$G(j\omega) = \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)} \quad (4)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= b_0 - b_2 \omega^2 + b_4 \omega^4 - b_6 \omega^6 + \dots \\ b(\omega) &= b_1 \omega - b_3 \omega^3 + b_5 \omega^5 - b_7 \omega^7 + \dots \\ c(\omega) &= a_0 - a_2 \omega^2 + a_4 \omega^4 - a_6 \omega^6 + \dots \\ d(\omega) &= a_1 \omega - a_3 \omega^3 + a_5 \omega^5 - a_7 \omega^7 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie wzmocnienie i przesunięcie fazowe wyrażają się następującymi zależnościami:

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{a^2(\omega) + b^2(\omega)}{c^2(\omega) + d^2(\omega)}} \quad (6)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{b(\omega)c(\omega) - a(\omega)d(\omega)}{a(\omega)c(\omega) + b(\omega)d(\omega)} \quad (7)$$

Założonym celem analizy jest wyznaczenie współczynników transmitancji (3) filtru, aby kształt charakterystyki amplitudowej i fazowej spełniał zadane wymagania. Założono, że maksymalne pofalowanie wzmocnienia w paśmie przepustowym nie będzie przekraczać 0,2 dB, a przesunięcie fazowe w tym paśmie będzie liniowe. Wzmocnienie w paśmie zaporowym będzie mniejsze od -60 dB. Oczywiście dla filtru analogowego warunek liniowości fazy w paśmie przepustowym będzie trudny do spełnienia.

Analizowano także zbieżność algorytmów optymalizacji dla zadanej charakterystyki amplitudowej w jednostkach naturalnych wzmocnienia. Założono, że wzmocnienie w paśmie przepustowym będzie równe 1, a maksymalne pofalowanie nie przekroczy wartości 0,015, natomiast wzmocnienie w paśmie zaporowym będzie mniejsze od 0,01.

Błąd aproksymacji, stanowiący kryterium optymalizacji, sformułowano w postaci sumy błędów składowych dla poszczególnych pasm i charakterystyk:

- błąd częściowy dla pasma przepustowego, dla $\omega_p \leq 20, 40$ lub 60 rad/s i $e_1 = 0,2$ dB

$$f_i^p = 0 \text{ jeśli } |\text{Lm}G(\omega_i)| = |20 \log|G(\omega_i)|| \leq e_1 / 2$$

$$f_i^p = (\text{Lm}G(\omega_i) - e_1 / 2)^2 \text{ jeśli } |\text{Lm}G(\omega_i)| > e_1 / 2$$

- błąd częściowy dla pasma zaporowego, dla $\omega_z \geq 100$ rad/s i $e_2 = 60$ dB

$$f_i^z = 0 \text{ jeśli } \text{Lm}G(\omega_i) \leq e_2$$

$$f_i^z = (\text{Lm}G(\omega_i) - e_2)^2 \text{ jeśli } \text{Lm}G(\omega_i) > e_2$$

- błąd częściowy charakterystyki fazowej dla pasma przepustowego, dla $\omega_p \leq 20, 40$ lub 60 rad/s

$$f_i^{\varphi} = (\arg G_z(\omega_i) - \arg G(\omega_i))^2$$

gdzie $\arg G_z(\omega_i)$ jest zadaniem przebiegiem charakterystyki fazowej.

Minimalizowana funkcja stanowi sumę błędów częściowych, wyznaczanych dla poszczególnych zakresów pulsacji, z odpowiednimi funkcjami wagowymi

$$F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_p f_i^p + w_z f_i^z + w_\varphi f_i^\varphi) \quad (8)$$

gdzie: w_p , w_z i w_φ – współczynniki wagowe. W symulacji przyjęto: $w_p = 100$, $w_z = 50$ i $w_\varphi = 1$.

Analizowano także wskaźnik o postaci (8), przy czym jego błędy częściowe wynoszą:

$$f_i^p = (\text{Lm}G_z(\omega_i) - \text{Lm}G(\omega_i))^2 \quad (9)$$

$$f_i^z = (\text{Lm}G_z(\omega_i) - \text{Lm}G(\omega_i))^2 \quad (10)$$

$$f_i^\varphi = (\arg G_z(\omega_i) - \arg G(\omega_i))^2 \quad (11)$$

gdzie $\text{Lm}G_z(\omega_i)$ – zadany przebieg charakterystyki. W symulacji przyjęto: $w_p = 200$, $w_z = 800$, $w_\varphi = 1$.

Minimalizacja funkcji F wprowadza jeszcze jedno ograniczenie, a mianowicie należy znaleźć współrzędne punktu ekstremalnego (wartości współczynników transmitancji (3)), które zapewniają stabilność modelu matematycznego filtru. W metodzie Box'a można bezpośrednio uwzględnić ograniczenia, zapewniające stabilność uzyskanego rozwiązania. Natomiast metoda Nelder'a-Mead'a nie umożliwia bezpośredniego wprowadzania ograniczeń, więc do wskaźnika F wprowadzono dodatkową funkcję kary f_i^k , jeśli wartości współczynników mianownika nie zapewniają stabilności transmitancji (3) (przyjęto $f_i^k = -10^6 x$, gdzie x – wartość ujemna współczynnika transmitancji (3); w przypadku niespełnienia warunku dostatecznego stabilności $f_i^k = 10^3$).

3. Wyniki badań

Wyniki minimalizacji funkcji (8) dla transmitancji drugiego, trzeciego i czwartego rzędu oraz wspomnianych metod (klasycznych i genetycznej) przedstawiono w tabeli 1.

Tab. 1. Porównanie metod klasycznych i algorytmu genetycznego
Tab. 1. Comparison of classical methods and genetic algorithm

Rząd $G(s)$	Metoda optymalizacji	Wyniki minimalizacji		
		Wartość funkcji F	Liczba iteracji	Uwagi
2	AG	0,185-0,044	4000-5300	100% EG
	Nelder'a-Mead'a	0,095-0,046	700-1600	100% EG
	Box'a	0,107-0,066	600-1700	100% EG
3	AG	0,117-0,040	5000-6250	100% EG
	Nelder'a-Mead'a	0,05-0,180	1700-3200	90% EG 10% EL
	Box'a	0,032-0,049	1800-3000	100% EG
4	AG	0,608-0,009	6330-7000	100% EG
	Nelder'a-Mead'a	0,2-0,94	3600-5200	60% EG 40% EL
	Box'a	0,009-0,008	3500-5000	90% EG 10% EL

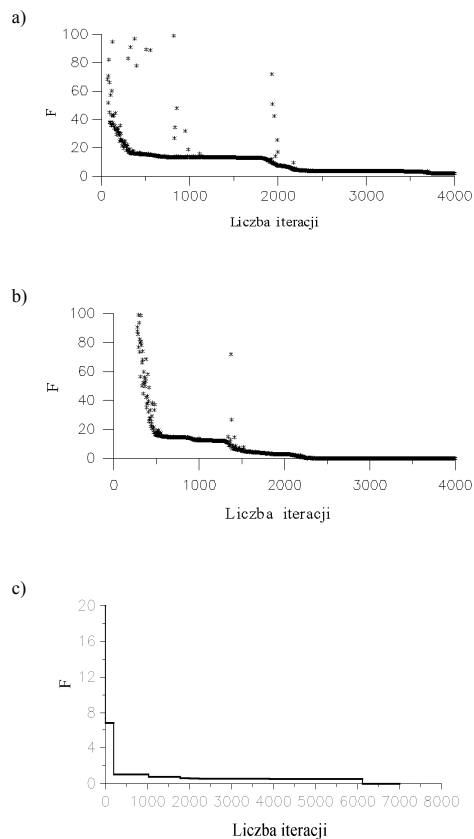
Minimalizacja funkcji (8) dla transmitancji II rzędu, zgodnie z oczekiwaniami, przebiegła bezbłędnie i to w przypadku wszystkich analizowanych metod. Jedynie w przypadku algorytmu genetycznego obserwowany jest znacznie większy nakład obliczeń. Metody kla-

syczne, w zależności od zadanej dokładności i położenia punktu początkowego osiągają minimum funkcji po 600 - 1700 iteracjach. Natomiast algorytmy genetyczne, dla przyjętych przestrzeni poszukiwań, na uzyskanie wyniku potrzebują 4000 - 7000 iteracji.

W tabeli 1 oznaczono: EG – ekstremum globalne, EL – ekstremum lokalne.

W przypadku transmitancji III rzędu (7 wyznaczanych współczynników) zbieżność metody Box'a jest dobra, natomiast metoda Nelder'a-Mead'a nie zawsze osiąga ekstremum globalne (wartość funkcji F bliską zeru. Średnio w co 10-tym przypadku zatrzymuje się na wartości funkcji F w granicach 5 – 35. Choć ogólnie jest to jedna z bardziej efektywnych metod optymalizacji, to jej zbieżność pogarsza wprowadzenie dodatkowej funkcji kary związanej z niestabilnością modelu filtru. Natomiast, gdy wyznaczano 9 parametrów (model IV rzędu) również metoda Box'a wykazuje gorszą zbieżność. Zastosowanie minimalizowanej funkcji (8) z błędami częściowymi (9) i (10) wykazuje lepszą zbieżność analizowanych algorytmów optymalizacji. We wszystkich rozważanych przypadkach (II, III oraz IV rząd transmitancji) algorytm genetyczny wyznaczył minimum globalne, jednak czas oczekiwania na wyniki był zdecydowanie dłuższy, niż przy zastosowaniu metod klasycznych. W badaniach przyjęto populacje 100 osobników oraz założoną na początku uruchomienia programu liczbę iteracji 10000, przy czym zastosowane dodatkowe kryterium stopu pozwoliło na wcześniejsze zakończenie działania AG. Biorąc pod uwagę stochastyczny charakter algorytmów genetycznych najlepsze rozwiązanie (z uwagi na najmniejszą wartość minimalizowanej funkcji) uzyskano 1 raz na 10 uruchomień procedury optymalizacji dla każdego rzędu transmitancji.

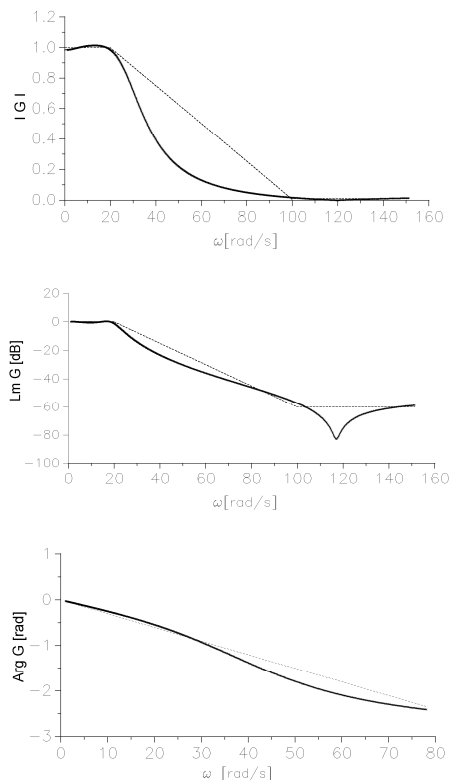
Na rysunku 1 zamieszczono przykładową zmianę wartości wskaźnika jakości (8) w zależności od liczby iteracji, dla 9 wyznaczanych parametrów.



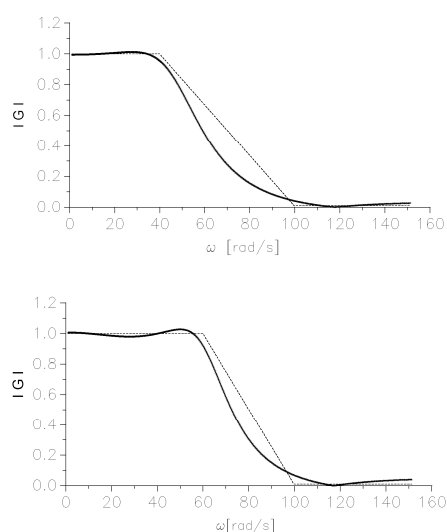
Rys. 1. Zmiana wartości wskaźnika jakości (3) w zależności od liczby iteracji dla filtru IV rzędu: a) metoda Nelder'a-Mead'a (nel4), b) metoda Box'a (Box41), c) algorytm genetyczny

Fig. 1. Change of performance index value (3) depending on the iteration number for fourth order filter: a) Nelder-Mead's method (nel4), b) Box's method (Box41), c) genetic algorithm

Rysunek 2 przedstawia zadany (linia przerywana) i wyznaczony (linia ciągła) w procesie optymalizacji przebieg charakterystyk amplitudowych dla pulsacji pasma przepustowego $\omega_p = 20$ rad/s i 9 wyznaczanych parametrów (w jednostkach naturalnych wzmocnienia i w decybelach), a także odpowiedni przebieg charakterystyk fazowych.



Rys. 2. Zadany (linia przerywana) i wyznaczony (linia ciągła) przebieg charakterystyk amplitudowych i fazowych (cbox41) i chbox3 i f40box2)
Fig. 2. Set (dotted line) and outlined (continuous line) course of amplitude and phase functions



Rys. 3. Zadany (linia przerywana) i wyznaczony (linia ciągła) przebieg charakterystyk amplitudowych: a) dla $\omega_p = 40$ rad/s, b) dla $\omega_p = 60$ rad/s (c40box4 i c60b0x4)
Fig. 3. Set (dotted line) and outlined (continuous line) course of amplitude functions for: a) $\omega_p = 40$ rad/s, b) $\omega_p = 60$ rad/s (c40box4 and c60b0x4)

Analogicznie na rysunku 3 zamieszczono charakterystyki amplitudowe dla pulsacji pasma przepustowego $\omega_p = 40$ i 60 rad/s i 9 wyznaczanych parametrów.

Wyniki symulacji, przedstawione na rys. 2 i rys. 3 zostały użyte przy zastosowaniu metody Box'a. Metoda ta daje dużą dokładność wyznaczania współrzędnych punktu ekstremalnego, jednak przy dużej liczbie wyznaczanych parametrów i stosunkowo płaskiej płaszczyźnie funkcji F pogarsza się jej zbieżność i często zatrzymuje się w punkcie ekstremum lokalnego. Uzyskanie ekstremum globalnego jest możliwe dopiero po wielokrotnym jej uruchomieniu z różnych warunków startowych.

4. Podsumowanie

Praca przedstawia problem analizy porównawczej wybranych numerycznych metod optymalizacji na przykładzie projektowania prototypów analogowych filtrów. Do analizy, w oparciu o przeprowadzone testy zbieżności i dokładności wyznaczania punktów ekstremalnych funkcji, wykorzystano metodę Nelder'a-Mead'a, metodę Box'a (możliwość wprowadzania ograniczeń) oraz wybrany algorytm genetyczny. Z przeprowadzonych badań wynika, że zastosowanie klasycznej metody Nelder'a-Mead'a, dla określonych warunków startowych i znacznej liczby parametrów, jest ograniczone wskutek zdarzającej się niestabilności rozwiązań modelu matematycznego filtru oraz wyznaczania ekstremum lokalnego. Tej wady nie wykazuje metoda Box'a, jednakże wymienione metody nie charakteryzują się dobrą zbieżnością w przypadku, gdy liczba parametrów transmitancji filtru jest duża. Natomiast algorytm genetyczny we wszystkich analizowanych przypadkach zlokalizował minimum globalne funkcji. W porównaniu z klasyczną metodą optymalizacji statycznej algorytm genetyczny wymaga znacznie większego nakładu obliczeń, ponieważ każda bieżąca populacja składa się z określonej liczby osobników, dla których wyliczane są wszystkie potrzebne parametry, co powoduje, że analizowany proces jest bardziej czasochłonny. Stosując algorytm genetyczny należy również pamiętać o odpowiednim doborze jego parametrów, aby zapewnić różnorodność populacji oraz odpowiedni napór selekcyjny. Rozmiar populacji powinien być dobrany stosownie do wielkości przedziałów poszukiwań oraz żądanej dokładności otrzymania rozwiązania. Wartości tych parametrów dobrano empirycznie.

5. Literatura

- [1] Michalewicz Zb.: Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT Warszawa 1996.
- [2] Pałczyńska B.: Oprogramowanie wspomagające projektowanie filtrów cyfrowych. XVI Seminarium „Zastosowanie Komputerów w nauce i technice”. Z.N. Politechniki Gdańskiej, nr 22, 2006, str.143-148.
- [3] Rutczyńska-Wdowiak K., Stefański T.: Dwuetapowa procedura minimalizacji wskaźnika jakości w identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego. PAK, Nr 7/2008, Vol. 54, str. 436-440.
- [4] Słowik A., Białko M.: Ewolucyjne projektowanie filtrów cyfrowych FIR (z gwarantowaną liniowością fazy). Krajowa Konferencja Elektroniki. Kołobrzeg 2004.
- [5] Słowik A., Białko M.: Ewolucyjne projektowanie filtrów cyfrowych IIR o nietypowych charakterystykach amplitudowych. Krajowa Konferencja Elektroniki. Kołobrzeg 2003, str.399-404.

otrzymano / received: 07.04.2010

przyjęto do druku / accepted: 04.05.2010

artykuł recenzowany