

Marek SZCZOTKA

AKADEMIA TECHNICZNO-HUMANISTYCZNA, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

Aktywna kompensacja falowania w urządzeniu offshore przy sterowaniu wykorzystującym sztuczną sieć neuronową

Dr inż. Marek SZCZOTKA

Pracuje jako adiunkt w Katedrze Informatyki Stosowanej Akademii Techniczno-Humanistycznej. W pracy zawodowej zajmuje się zagadnieniami modelowania dynamiki i sterowania w pojazdach samochodowych oraz urządzeniach typu offshore. Współpracuje także z przedsiębiorstwem AXTech AS (Norwegia) projektującym specjalistyczne urządzenia offshore montowane na statkach i platformach wykorzystywane w pracach przy wydobyciu ropy i gazu.

e-mail: marek.szczotka@axtech.no

**Streszczenie**

W artykule przedstawiono przykładowe rozwiązanie układu kompensującego ruchy statku wywołane falowaniem morskim. Zastosowano sterowanie w układzie zamkniętym, wykorzystując przy tym sztuczne sieci neuronowe. W analizowanym systemie lina jest prowadzona z wciągarki umiejscowionej na pokładzie jednostki, poprzez system krążków na A-ramie. Kompensacja ruchów statku bądź platformy umożliwia precyzyjne umieszczanie ładunku na dnie morza. Głównym komponentem odpowiedzialnym za eliminację ruchu ładunku jest system AHC wykorzystujący specjalny siłownik poruszający krążki i zmieniający długość liny. Zaproponowano prosty model umożliwiający symulację układu w warunkach falowania oraz przeprowadzono przykładowe obliczenia.

Słowa kluczowe: układ aktywnej kompensacji (AHC), napęd aktywny, urządzenia offshore, sztuczna sieć neuronowa.

Active heave compensation in offshore equipment with a neural network based control system**Abstract**

An offshore equipment with heave compensation system is presented in the paper. A simplified mathematical model allows studying the motion of the load when lowering towards seabed. During wavy sea, the load oscillations generated by a moving base (vessel, platform) make it very difficult to install a subsea unit on the seabed. Costly equipment has to be treated in a special way: an AHC system must be used in order to prevent the modules from damage. An example system presented is based on an A-frame, mounted in mid-ship over the moon pool and a winch system. In-line mounted compensator on the cross beam is considered. The rope length is controlled by application of a set of moving sheaves. Lagrange equations of the second order are applied in order to derive the equations of motion. The load is assumed to be a point mass, having three degrees of freedom. The rope model takes into account stiffness and damping. Motion of the vessel is assumed to be known. Dynamic optimisation enabling determination of the drive functions is defined. The optimal drive function realises the desired motion of the compensation cylinder, which minimises the load movement. Even for a simple and very efficient model, it is not possible to find an optimal course of AHC cylinder stroke in real-time. Therefore the optimisation is used further to generate a set of basic functions minimising the load movement for a defined weather window. A neural network is introduced, having used the generated base as learning data for the network teaching process. Then the neural network can be applied to simulations as an open loop controller, thanks to generalisation properties of the network. In order to improve the quality of compensation, a closed loop control system composed of a digital PID controller and the neural network is applied. Some numerical results are presented. The method described can be used in real-time, thus it is possible to implement it in practice.

Keywords: active heave compensation, active drive, offshore machinery, artificial neural networks.

1. Wstęp

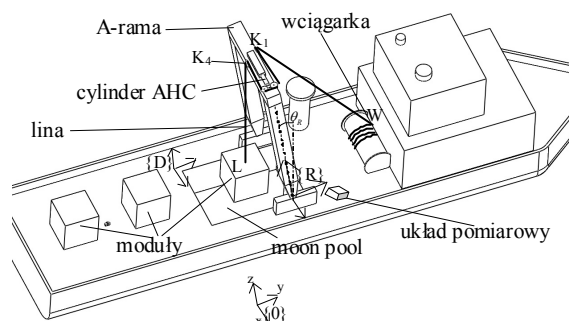
Istotnym problemem w maszynach i urządzeniach stosowanych w warunkach offshore jest kwestia minimalizacji ruchów jednostki spowodowanych falowaniem morza. W wielu przypadkach falowanie to całkowicie eliminuje możliwość bezpiecznej operacji zatapiania skomplikowanych i drogich modułów, które muszą być instalowane na dnie morza lub podnoszone z powrotem na pokład. W wyniku coraz powszechniejszej eksploracji mórz arktycznych, układy tego typu są instalowane w żurawiach, A-ramach i innym sprzęcie stanowiącym wyposażenie statków lub platform.

Zagadnienie kompensacji ruchu obiektów spowodowanego falowaniem jest podejmowane w literaturze zarówno krajowej jak i zagranicznej. Najpopularniejszym sposobem kompensacji jest dobór odpowiedniej funkcji napędowej wciągarki. Podejście takie stosowano m. in. w [1] oraz [2]. Doboru napędów dokonano na drodze optymalizacji dynamicznej. Kilka rozwiązań układów sterujących pracą dźwignic omówiono w [3], gdzie zwrócono uwagę na wzrastające znaczenie automatyzacji w systemach transportowych. Złożone systemy kompensacji stosuje się także w platformach wiertniczych [4] i innych obiektach [5].

W pracy przedstawiono przykładowy układ stosowany na statku wykonującym podwodne prace instalacyjne. Jest on wyposażony w główną wciągarkę, na którą nawijają się znacznej długości linę (2500m) o udźwigu kilkuset ton. Lina nośna jest poprowadzona przez układ krążków zamontowanych na A-ramie, która jest umieszczona w centralnej części pokładu, nad *moon pool'em*. Do sterowania pracą siłownika układu AHC (*Active Heave Compensation*) służy model sztucznej sieci neuronowej oraz sterownik PID. Jest to rodzaj zamkniętego układu sterowania, w którym sieć neuronowa dobiera skok siłownika, natomiast regulator PID wprowadza korektę na podstawie obliczonego błędu sterowania.

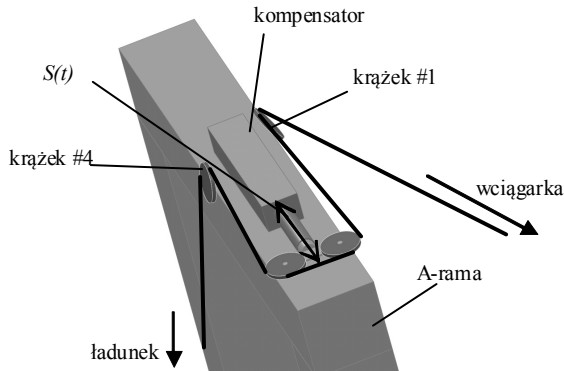
2. Uproszczony model urządzenia

Analizowany w pracy system przedstawiono na rys. 1. A-rama ma możliwość wykonywania obrotów w dużym zakresie, co pozwala na jej położenie na pokładzie (istotne dla stabilności statku w tranzycie) oraz podnoszenie modułów z pokładu. Integralnym systemem A-ramy jest aktywny układ kompensacji. Jego zadaniem jest regulowanie długości liny przez zmianę skoku siłowników. Dwa dodatkowe krążki są zamocowane w prowadnicy, która przesuwa się po górnym belce A-ramy.



Rys. 1. Statek z układem kompensacji wbudowanym w A-ramę
Fig. 1. Vessel with an active heave compensated A-frame

Schemat układu AHC przedstawiono na Rys. 2. Jest on zasilany olejem dostarczanym do systemu z zewnętrznego źródła lub ze zbiornika wbudowanego w strukturę nośną A-ramy.



Rys. 2. Cylinder układu kompensatora z ruchomymi krążkami
Fig. 2. AHC cylinder with movable sheaves

Zadanie polega na takim sterowaniu ruchem siłownika w układzie kompensatora, aby zminimalizować oscylacje pionowe ładunku opuszczanego na dno. Siła działająca na cylinder jest dwukrotnie większa niż siła występująca w linie, co przy obiektach o masie 200ton oraz wymaganym współczynniku dynamicznym, wiąże się z koniecznością przenoszenia sił rzędu 500-600ton przez kompensator (rys. 2).

W pracy skupiono się na uproszczonym modelu, w którym przyjęto, że:

- A-rama jest bryłą sztywną,
- lina nośna jest traktowana jako element podatny o określonej sztywności i tłumieniu (zależne od długości),
- ruch statku jest znany (dowolna funkcja czasu),
- siły hydrodynamiczne mogą być obliczane z równania Morisona [6].

Równania ruchu wyprowadzono z równań Lagrange'a drugiego rodzaju:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j \quad \text{dla } j=1,2,3, \quad (1)$$

gdzie:

- T - energia kinetyczna,
- D - funkcja dyssypacji energii,
- V - energia potencjalna,
- $\mathbf{q} = [x_L \ y_L \ z_L]^T$ - współrzędne ładunku,
- Q_j - niepotencjalna siła uogólniona.

Energia kinetyczna ładunku wynosi:

$$T = \frac{1}{2} m_L (\dot{x}_L^2 + \dot{y}_L^2 + \dot{z}_L^2), \quad (2)$$

gdzie:

m_L - masa ładunku.

Na podstawie (2) otrzymuje się:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = m_L \ddot{\mathbf{q}}_L. \quad (3)$$

Pomijając promienie bębna i krążków jako małe w stosunku do wymiarów układu, przyjmuje się następujące oznaczenia:

$$|WK_1| = |\mathbf{r}_W^{(D)} - \mathbf{r}_{K1}^{(D)}|, \quad (4.1)$$

$$|K_1K_4| = L_{14} + 2 \cdot S(t), \quad (4.2)$$

$$|K_4L| = |\mathbf{r}_{K4}^{(0)} - \mathbf{r}_L|, \quad (4.3)$$

gdzie:

- $\mathbf{r}_W^{(D)}$ - wektor współrzędnych bębna w układzie $\{D\}$,
- $\mathbf{r}_{K1}^{(D)}$ - wektor współrzędnych krążka #1,
- L_{14} - długość liny pomiędzy krążkami 1 i 4 gdy $S(t) = 0$,
- $S(t)$ - wysunięcie siłownika kompensatora,
- $\mathbf{r}_{K4}^{(0)} = \mathbf{B}(t)\mathbf{B}_R\mathbf{r}_{K4}^{(D)}$ - wektor współrzędnych krążka #4,
- $\mathbf{r}_{K4}^{(D)}$ - wektor współrzędnych krążka #4 w $\{D\}$,

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -\psi_D & \theta_D & x_D \\ \psi_D & 1 & -\varphi_D & y_D \\ -\theta_D & \varphi_D & 1 & z_D \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_R = \begin{bmatrix} \cos \theta_R & 0 & \sin \theta_R & x_R^{(D)} \\ 0 & 1 & 0 & y_R^{(D)} \\ -\sin \theta_R & 0 & \cos \theta_R & z_R^{(D)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

x_D, y_D, z_D - współrzędne translacyjne statku,

$\psi_D, \theta_D, \varphi_D$ - współrzędne rotacyjne statku,

$x_R^{(D)}, y_R^{(D)}, z_R^{(D)}$ - współrzędne układu $\{R\}$ w $\{D\}$,

θ_R - kąt obrotu A-ramy,

$\mathbf{r}_L = [\mathbf{q}_L \ 1]^T$.

Odształcenie liny można zapisać jako:

$$\Delta L = |WK_1| + |K_1K_4| + |K_4L| - L_0, \quad (5)$$

gdzie:

L_0 - początkowa długość liny,

W, K_1, K_4, L - punkty oznaczone na rys. 1.

Energia potencjalna i funkcja dyssypacji są dane zależnościami:

$$V = \frac{1}{2} c_L \Delta L^2 + m_L g z_L, \quad (6.1)$$

$$D = \frac{1}{2} b_L \Delta \dot{L}^2, \quad (6.2)$$

gdzie:

c_L, b_L - współczynniki sztywności i tłumienia liny,

z_L - współrzędna określająca głębokość ładunku,

g - przyspieszenie ziemskie.

Wymagane składniki równań ruchu (1) wynoszą odpowiednio:

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} = \frac{c_L \Delta L}{|K_4L|} (\mathbf{q} - \Theta \cdot \mathbf{r}_{K4}^{(0)}) + m_L g \cdot \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{q}, \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \frac{b_L \Delta \dot{L}}{|K_4L|} (\mathbf{q} - \Theta \cdot \mathbf{r}_{K4}^{(0)}), \quad (7.2)$$

gdzie:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta \dot{L} = \frac{1}{|K_4L|} \sum_{j=1}^3 (\dot{q}_j - (\Theta \mathbf{r}_{K4}^{(0)})_j) \dot{q}_j - (\Theta \mathbf{r}_{K4}^{(0)})_j + 2\dot{S}(t),$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{K4}^{(0)} = \dot{\mathbf{B}}(t)\mathbf{B}_R\mathbf{r}_{K4}^{(D)},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi}_D \psi_D - \dot{\theta}_D \theta_D & \dot{\theta}_D \varphi_D + \dot{\psi}_D \varphi + \dot{\phi}_D \psi_D & \dot{\theta}_D + \dot{\psi}_D \varphi + \dot{\phi}_D \psi_D & \dot{x}_D \\ \dot{\psi}_D & -\dot{\psi}_D \psi_D - \dot{\phi}_D \varphi_D & \dot{\psi}_D \theta_D + \dot{\theta}_D \psi_D - \dot{\phi}_D & \dot{y}_D \\ -\dot{\theta}_D & \dot{\phi}_D & -\dot{\theta}_D \theta_D - \dot{\phi}_D \varphi_D & \dot{z}_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Macierz \mathbf{B} jest poprawna dla małych kątów obrotu statku. Siły uogólnione uwzględnione w modelu zapisano w postaci:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_h, \quad (8)$$

gdzie:

$\mathbf{F}_b = [0 \ 0 \ \rho g V_L]^T$ - siła wyporu hydrostatycznego,
 ρ - gęstość ośrodka (wody morskiej),
 V_L - objętość cieczy wypartej przez ładunek,
 \mathbf{F}_h - siła hydrodynamiczna [6].

Ostatecznie równania ruchu przyjmują postać:

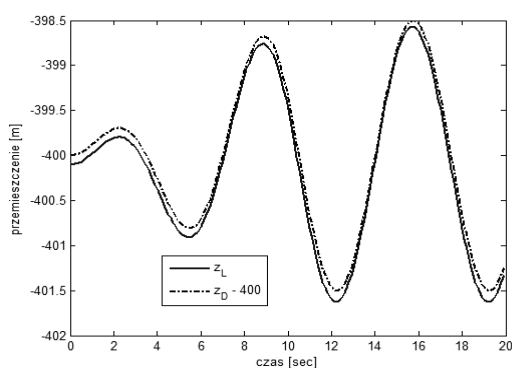
$$\mathbf{A}_L \ddot{\mathbf{q}}_L = \mathbf{F}(t, \mathbf{q}_L, \dot{\mathbf{q}}_L), \quad (9)$$

gdzie:

$\mathbf{A}_L = \text{diag}(m_L)$ - macierz mas,
 $\mathbf{F} = \mathbf{Q} - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$.

Rozwiązanie układu równań różniczkowych zwyczajnych (9) można otrzymać dowolną metodą całkowania. W opracowanym programie komputerowym (wykorzystano kompilator Visual C++) zastosowano metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu ze stałym krokiem całkowania [7] ($\Delta t = 0.01 \text{sec}$). Czas całkowania równań wynosi ok. 15ms dla 20 sekundowej symulacji, a więc jest znikomy.

Na rys. 3 przedstawiono wyniki symulacji dla założonego ruchu nurzania statku o amplitudzie 1.5m oraz okresie fali 7sec.



Rys. 3. Współrzędna z_L ładunku oraz przemieszczenie statku $z_D - 400$
 Fig. 3. Load depth z_L and heave motion $z_D - 400$

Amplituda ruchu ładunku jest prawie identyczna z wymuszeniem statku. Eliminacja wahań ładunku możliwa jest przez odpowiedni napęd siłownika kompensatora lub bębna wciągarki.

3. Optymalizacja dynamiczna

Stosując model opisany równaniem (9), opracowano program komputerowy wykonujący obliczenia optymalizacyjne w celu wyznaczenia funkcji $S(t)$ minimalizującej ruch ładunku. Algorytm postępowania jest podobny do przedstawionego w [2]. Stosowano dyskretyzację $S(t)$ wykorzystując funkcje sklejane. Rozwiązanie zadania wymaga wielokrotnego całkowania równań (9) w przedziale czasu od 0 do t_k .

Stosując metodę Nelder-Meada [8], minimalizowano funkcjonal:

$$\Gamma(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \alpha \int_0^{t_k} (z_L - z_0(t)) + \beta \max(|z_L - z_0(t)|), \quad (10)$$

gdzie:

α, β - wagi dobierane doświadczalnie,
 $z_0(t)$ - funkcja określająca żadaną pozycję ładunku.

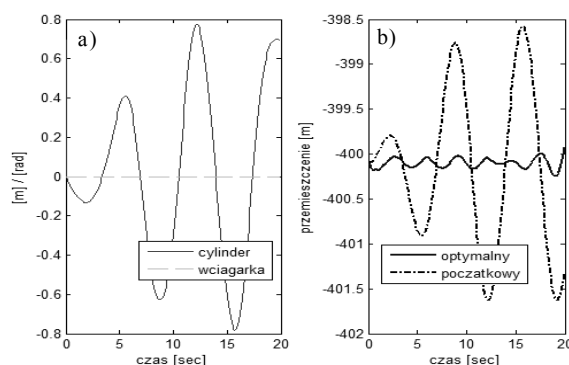
Obliczenia optymalizacyjne przeprowadzono dla następującego zestawu danych wejściowych opisujących wymuszenie statku oraz głębokość, na której należy dokonać kompensacji:

$$\begin{cases} A_Z = 0,1,0,2,0,3,\dots,4,0\text{m}, \\ T_Z = 4,5,6,\dots,20\text{sek}, \\ H = 175,200,225,\dots,500\text{m}, \end{cases} \quad (11)$$

gdzie:

A_Z - amplituda nurzania statku,
 T_Z - okres ruchu nurzania statku,
 H - zadana głębokość,
 $z_D(t) = A_Z \sin(2\pi T_Z^{-1} \cdot t)$ - założony ruch statku (pozostałe współrzędne przyjmowano jako równe zero).

Wyniki optymalizacji przedstawiono na rys. 4 ($H = 400\text{m}$).



Rys. 4. Wyniki optymalizacji: a) funkcje napędowe, b) współrzędne z_L
 Fig. 4. Optimisation results: a) drive functions, b) z_L coordinates of load

Uzyskana jakość kompensacji jest na poziomie akceptowalności dla typowych operacji offshore. Przeciętna amplituda pionowych ruchów ładunku wynosi ok. 6cm co daje 94% skuteczności.

4. Sztuczna sieć neuronowa

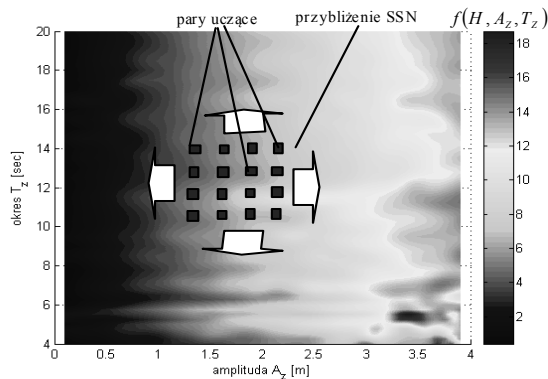
Sztuczna sieć neuronowa (SSN) posiada zdolność do uogólnień. Poprawnie wytrenowana na określonym zestawie danych uczących, SSN może być następnie wykorzystana do określenia funkcji napędowej siłownika AHC dla dowolnych innych warunków falowania, nie uwzględnionych w zbiorze uczącym. Ciągła powierzchnia przedstawiona na rys. 5 odpowiada wartości skutecznej funkcji napędowej dobranej przez SSN.

Rys. 5 przedstawia wartość skuteczną $\text{RMS} \times 2$ (root mean square), obliczoną następująco:

$$f(H, A_Z, T_Z) = 2 \sqrt{\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \tilde{y}_i^2}, \quad (12)$$

gdzie:

\tilde{n} - liczba punktów dyskretnych dla funkcji $S(t)$,
 \tilde{y}_i - wartość obliczona przez SSN dla argumentu x_i ,
 $x_i \in \{0,2,4,6,8,10,12,14,16,20\} \text{s}$.



Rys. 5. Odpowiedź SSN (dla $H = 200m$): RMS dla funkcji napędowej $S(t)$
 Fig. 5. Neural network response (for $H = 200m$): RMS of drive function $S(t)$

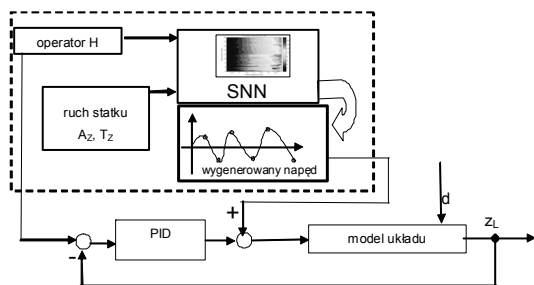
W pracy stosowano sieć o dwóch warstwach ukrytych z sigmooidalnymi funkcjami aktywującymi. Do uczenia SSN zastosowano algorytm największego spadku z *momentem* [9], który wspomaga zbieżność metody w pobliżu minimum lub dla płaskiej powierzchni funkcji celu:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \eta_k \nabla(\mathbf{W}_k) + \lambda(\mathbf{W}_k - \mathbf{W}_{k-1}), \quad (13)$$

gdzie:

- $\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_{k+1}$ - wartości wag dla kroków uczących k i $k+1$,
- η_k - współczynnik uczenia,
- λ - współczynnik *momentu* (stosowano $\lambda = 0.9$),
- $\nabla(\mathbf{W}_k)$ - wektor gradientu dla przyjętej funkcji błędu odpowiedzi sieci w kroku k .

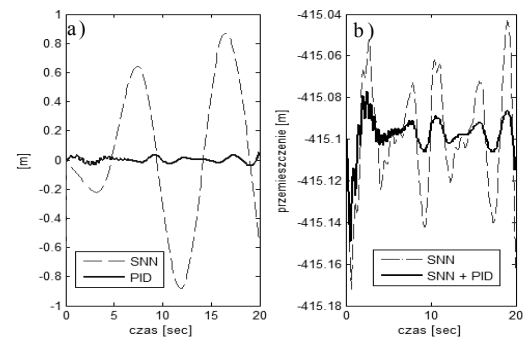
Schemat zastosowanego układu sterującego skokiem cylindra AHC przedstawia rys. 6. W związku z zakłóceniami (np. zmienne siły hydrodynamiczne) oraz ponieważ SSN nie jest w stanie wyznaczyć dokładnej funkcji minimalizującej ruch ładunku, wprowadzono dodatkowy regulator PID w pętli sprzężenia. Wymaga to pomiaru położenia ładunku w każdej chwili czasowej (może być realizowany np. przez miernik obrotów bębna wciągarki).



Rys. 6. Schemat układu sterowania siłownikiem AHC
 Fig. 6. Control scheme of AHC cylinder

Wyniki symulacji układu prezentowanego na rys. 1 przy uwzględnieniu schematu jak na rys. 6, obrazuje rys. 7.

System powinien kompensować nurzanie statku, przy założonej głębokości 415.1 m, amplitudzie 1.75 m i okresie fali 9.5 sek. Są to zatem parametry, które różnią się od wartości par uczących przyjętych w (11). Na podstawie wyników na rys. 7 można sądzić, że SSN poprawnie dobiera funkcję zmiany skoku siłownika AHC. Obliczeń dokonano z wyłączonym i włączonym regulatorem PID. Przy stosowaniu tylko SSN do doboru napędu uzyskuje się wyniki oznaczone symbolem „SSN” na rys. 7. Amplituda ruchu ładunku wynosi w tym przypadku ok. 5-6 cm. Uwzględnienie dodatkowego regulatora pomaga ograniczyć oscylacje pionowe ładunku na poziomie 1-2 cm (linia „SSN+PID”). Korektę, którą należy uwzględnić w sygnale wyznaczonym przez SSN, przedstawiono na rys. 7a) (krzywa „PID”).



Rys. 7. a) Funkcja napędowa cylindra AHC, b) współrzędne z_L ładunku
 Fig. 7. a) Calculated AHC cylinder drive, b), z_L coordinates of load

5. Podsumowanie

Prezentowany w artykule układ jest stosowany na jednym z statków służących do obsługi podwodnych pól naftowych na Morzu Północnym. Model komputerowy służył do wstępnego szacowania kosztów urządzenia, tworzenia specyfikacji komponentów, określania głównych parametrów. Układ regulacji rzeczywistego urządzenia jest znacznie bardziej złożony od przedstawionego w pracy, jednak idea działania jest podobna.

Poziom kompensacji zależy od jakości odpowiedzi generowanej przez SSN. Wiąże się to z koniecznością dokonania szeregu optymalizacji dla wybranego zakresu parametrów wejściowych. Dla modelu analizowanego w pracy, proces generowania danych uczących trwał około 45 min. Następnie dokonuje się doboru liczby warstw i neuronów, aż do uzyskania zadowalających wyników (stosowano kilka wariantów, co zajęło dodatkowo ok. 60 min). Po wytrenowaniu czas obliczeń przy użyciu SSN jest znikomy i sterowanie jest możliwe w czasie rzeczywistym.

Jak można zauważyć analizując zamieszczone wyniki symulacji, zastosowanie tylko SSN do doboru funkcji napędowej kompensatora pozwala na wyeliminowanie ruchu jednostki spowodowanej falowaniem w ponad 90-ciu procentach. Efekt ten uzyskano stosując otwarty układ sterowania z SSN. Zdecydowaną poprawę daje dodatkowy regulator kompensujący zarówno błędy spowodowane brakiem dokładności SSN jak i zakłócenia, niedokładną identyfikacją parametrów modelu i błędy pomiaru ruchu statku.

Cennym efektem osiągniętym dzięki stosowaniu systemu AHC jest ograniczenie zjawisk dynamicznych towarzyszących operacjom na wzburzonym morzu. Eliminacja sił dynamicznych jest szczególnie istotne dla trwałości i bezpieczeństwa liny nośnej a także wydłużenia czasu użytkowania maszyny.

6. Literatura

- [1] Osiński M., Wojciech S.: Application of Nonlinear Optimisation Methods to Input Shaping of the Hoist Driver of an Off-shore Crane, *Nonlinear Dyn.*, 17, 1998, pp. 369-386.
- [2] Fałat P.: Analiza dynamiczna żurawia okrętowego typu A-rama, Praca doktorska, Bielsko-Biała, 2004.
- [3] Tomczyk J.: Przegląd metod automatyzacji dźwignic, *Transport Przemysłowy i Maszyny Robocze*, 4(6), 2009, pp. 22-30.
- [4] Do K.D., Pan J.: Nonlinear control of an active heave compensation system, *Ocen Eng.*, 35, 2007, pp. 558-571.
- [5] Fossen T.I.: *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, Wiley, New York, 1994.
- [6] Morison J.R. i inn.: The force exerted by surface waves on piles, *Petroleum Transactions*, 189, 1950, pp. 149-154.
- [7] Press W.H. i inn.: *Numerical Recipes in C++. The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2002.
- [8] Witt R.: *Metody programowania nieliniowego*, WNT, Warszawa, 1986.
- [9] Ossowski S.: *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*, PWN, Warszawa, 1996.