Zygmunt Lech WARSZA

POLSKIE TOWARZYSTWO METROLOGICZNE, PolSPAR ul. Szmaragdowych Żuków 32, 05-540 Zalesie Górne

Nowy opis miar dokładności mostków sensorowych o dużych zmianach rezystancji

Doc. dr inż. Zygmunt Lech WARSZA

Ukończył Miernictwo Elektryczne w Politechnice Warszawskiej 1959, doktorat 1967, docentura 1970. Zorganizował: Wydział Transportu Politechniki Świętokrzyskiej w Radomiu (dziekan 1970-76) i w instytutach resortowych: Ośrodek Aparatury Pomiarowej IMGW 1978-81 oraz Zakład Techniki Pomiarowej i Automatyzacji Instytutu Chemii Przemysłowej 1983-91. Doradca Ministra Edukacji Narodowej 1992-94. Do 2002 r. wykładał w Politechnice Radomskiej. Specjalizował się w kilku dziedzinach pomiarowych.



e-mail: zlw@op.pl

Streszczenie

Po wprowadzeniu podano zracjonalizowane postacie iloczynowe rozwarciowych funkcji przetwarzania i miary ich dokładności dla nieobciążonego mostka 4R o zasilaniu prądowym lub napięciowym przy dowolnych wartościach jego rezystancji - tabela 1. Zaproponowano ujęcie dwuskładnikowe jako sumę miar stanu początkowego i przyrostu funkcji przetwarzania. Omówiono miary mostka o jednakowych rezystancjach początkowych i pięciu wariantach ich przyrostów – tabela 2. Dla mostków o liniowych funkcjach przetwarzania podano uogólnione postacie błędów granicznych. Wskazano inne możliwości zastosowania tych opisów miar.

Słowa kluczowe: mostek, czujnik rezystancyjny, błąd, niepewność.

New description of the accuracy measures of sensor bridges of broadly variable resistances

Abstract

After introduction, transfer functions and their rationalized forms for the unloaded four arms bridge of arbitrary variable arm resistances, supplied as twoport by current or voltage source are given in table 1. Based on their error propagation formulas two types of accuracy measures are introduced, i.e. related to initial sensitivities and double components form for zero and increment of the transfer functions. Metrological properties of commonly used the bridge of similar initial arm resistances in balance and different five variants of their increments are given in Table 2 and discussed. Generalized formulas of limited error for linear bridges are introduced. Both methods may be applied also for many of parametric sensor circuits.

Keywords: bridge, resistance sensor, accuracy, error, uncertainty.

1. Wstęp

Układ nazywany mostkiem występuje w metrologii, elektrotechnice i innych dziedzinach pokrewnych w dwojakiej roli:

- w badaniach układu z dwu par zacisków, np. w diagnostyce technicznej i medycznej oraz w tomografii impedancyjnej jako schemat zastępczy w postaci czwórnika typu X, (a przy jednym zacisku wspólnym - czwórnika T lub Π). Jego impedancje mogą przyjmować wartości zmienne w zakresach, dla których nie zachodzi równowaga układu, czyli napięcie wyjściowe równe zeru.
- na wejściu przetworników i torów pomiarowych różnych wielkości fizycznych jako mostki niezrównoważone z czujnikami o jednym lub kilku zmiennych parametrach. Przy stabilizowanym zasilaniu, lub z pomiarem ilorazu sygnałów na wyjściu i wejściu służą one do wstępnego kondycjonowania sygnału w pomiarach przemysłowych i badaniu procesów silnie i szybkozmiennych, gdy wzmacniacze innych kondycjonerów nasycają się.
- W technice pomiarowej występują dwa typy miar dokładności:
 błędy bieżące, graniczne i przypadkowe urządzeń pomiarowych, wyznaczane dla ich parametrów znamionowych,

 niepewności wyniku pomiarów szacowane, np. według zaleceń międzynarodowego Przewodnika GUM ISO. Do wyznaczania niepewności typu B wykorzystuje się błędy graniczne przyrządów.

Błędy przyrządów liczy się od wartości nominalnych, zaś niepewności - od estymatora wartości wielkości mierzonej, zwykle wartości średniej skorygowanych wyników pomiarów. Miarami dokładności parametrów nazywać się będzie łącznie wszystkie rodzaje błędów i niepewności pomiarowych, a miarami losowymi – błędy przypadkowe i niepewności.

W literaturze jedynie opisywano dokładność układów z czujnikami pojedynczej wielkości, np. temperatury – termistorami, naprężenia i siły - tensometrami o małych przyrostach rezystancji [1, 2]. Brakowało zaś rozpatrzenia przypadku ogólnego. Autor w monografii [4] i kilku następnych pracach, w tym [6, 7] omówił miary dokładności parametrów roboczych na zaciskach zewnętrznych układu cztero-końcówkowego (4T) o dowolnych wartościach, przyrostach i miarach dokładności jego rezystancji wewnętrznych oraz przy różnych sposobach zasilania, w tym niekonwencjonalnie dwuprądowo. Zaproponował też dla mostka dwuskładnikowy opis tych miar [8], podobny jak dla woltomierzy cyfrowych. Analiza obu opisów ujawniła ważne, nieuświadamiane dotąd właściwości metrologiczne mostków sensorowych.

Funkcje przetwarzania i ich miary dokładności dla dowolnego mostka 4R

Schemat pracy rezystancyjnego układu 4T (4-Terminal) jako czwórnika X, czyli mostka oznaczanego dalej symbolem 4R, przedstawiono na rys. 1 w tabeli 1. Przy zasilaniu jednostronnym część układu dołączoną do wejścia AB zastępuje się źródłem pradowym J o rezystancji R_G lub źródłem napięciowym o parametrach E, R_G, a dołączone na wyjściu DC bezźródłowe obciążenie rezystancją R_L. Współpracę dowolnego liniowego odwracalnego czwórnika pasywnego z układami dołączonymi na jego zaciskach opisuje się jednym z sześciu wariantów układu dwu równań o trzech parametrach zastępczych różnie zależnych od impedancji schematu zastępczego, np. rozwarciowych rezystancji $R_{AB}^{\infty}, R_{DC}^{\infty}$ i funkcji przetwarzania r_{21} lub k_{21} . Parametry te dla układu 4R o dowolnych zmianach rezystancji R_i, dowolnym rodzaju zasilania i obciążenia są omówione w monografii [4] i innych pracach autora, m.in. w [3] i [5]. Równowaga układu zwykle występuje na początku zakresu pomiarowego, lub w innym określonym jego punkcie. Od tego stanu wyznacza się przyrosty rezystancji R_i. Przy badaniu obiektów i dla mostków pomiarowych zwykle stosuje się zasilanie bądź ze źródła prądowego J o dużej rezystancji $R_G >> R_{AB}$, bądź ze źródła napięciowego E o $R_G << R_{AB}$ i obciążenie o rezystancji R_L>>R_{CD}. Wówczas do opisu działania układu 4R wystarcza tylko jedno równanie (1a) lub (1b) dla rozwarciowej funkcji przetwarzania, tj. rezystancji skrośnej $r_{21}=r_{12}$ lub stosunku napięć $k_{21}=k_{12}$. W Tabeli 1 podano je jako funkcje (8), (9) wszystkich rezystancji R_i. Gdy znamionowe wartości początkowe R_{i0} spełniają znany warunek równowagi mostka (7), to funkcje przetwarzania r₂₁ i k₂₁ można przedstawić w postaciach uogólnionych jako iloczyny czułości początkowej to lub ko i znormalizowanych funkcji nierównowagi $f(\mathbf{\epsilon}_i)$ lub $f_E(\mathbf{\epsilon}_i)$. Podano też zależności obu tych czynników od stosunków m i n wartości początkowych R_{i0} i od przyrostów względnych ε_i rezystancji R_i .

Dla zmiennych rezystancji w postaci dwuskładnikowej (2), tj. $R_i=R_{i0}(1+\varepsilon_i)$, otrzymuje się miary bezwzględne (3a-c), które są funkcjami wartości R_i .



 Tab. 1. Rozwarciowe funkcje przetwarzania układu 4R jako czwórnika – rys. 1 i ich miary dokładności - przypadek ogólny
 Tansfer functions of the open-circuit 4R twoport – Fig. 1, and its accuracy

Dla stałych R_i , lub małych przyrostów względnych $\varepsilon_i <<1$, stają się one liczbami. Miary względne R_i tworzy się odnosząc miary bezwzględne do wartości początkowej R_{i0} (4a-c), bieżącej R_i (5a-c) lub do zakresu zmian R_{imax} - R_{i0} . Podaje się też je jako liczbę dla R_{i0} i funkcję dla ε_i . Składniki miar R_i zwykle różnią się wielkością.

Jeśli błędy graniczne $|\delta_{i0}|$ lub $|\Delta_{ci}|$ oraz $|\delta_{i0}|$ są niezależne i stałe w przedziale, lub w całym zakresie zmian rezystancji R_i , to jej błąd $|\delta_i|$ (5b) zależy od ε_i liniowo – rys. 2, zaś $|\delta_{Ri}|$ (5b) według hiperboli dążącej do $|\delta_{i0}|+|\Delta_{ci}|$ dla $\varepsilon_i \rightarrow \infty$. Miary losowe wyznacza się jako pierwiastek z sumy kwadratów miar składników R_i i wyrazu uwzględniającego ich korelację (3c). Gdy są one niezależne statystycznie, to współczynnik korelacji k_i =0 (4c, 5c), a przy wspólnej przyczynie losowości k_i =±1.

Dokładność czujników opisywana jest zwykle dla wielkości mierzonej. W [4] autor wprowadził modyfikację polegającą na posługiwaniu się przeliczonymi przez charakterystykę czujnika miarami dokładności jego parametrów modulujących sygnał w układzie pomiarowym. Taki opis jest uogólniony i wspólny dla jedno- i wieloelementowych czujników różnych wielkości i o różnych charakterystykach, w tym zależnych nieliniowo od jednej lub kilku wielkości wpływających.



Rys. 2. Obszary występowania błędów bezwzględnych Δ_i=*R_i*−*R_{i0} i względnych δ_i=Δ_k/<i>R₀* rezystancji *R_i*=*R_{i0}*(1+ε_i) przy stałych błędach granicznych |δ_{i0}|, |δ_{iel}
 Fig. 2. Areas of absolute Δ_i=*R_i*−*R_{i0} and* relative errors δ_i=Δ_i/*R_{i0}* of the variable resistance with limited relative errors δ_i], |δ_{iel}

458

Rozrzuty parametrów egzemplarzy czujników powstają przy ich wytwarzaniu, na przykład błąd rezystancji początkowej termorezystorów pochodzi głównie od powtarzalności wymiarów jego elementu czynnego, a błąd przyrostu rezystancji - od jego czułości temperaturowej powiązanej z czystością materiału, zwykle stałą w serii produkcyjnej. Miary dokładności tych parametrów można traktować jako niezależne. Rozrzuty wyników pomiaru parametrów czujnika nie są skorelowane z produkcyjnymi i zależą od szumów, samoistnych zmian parametrów toru pomiarowego oraz od oddziaływań otoczenia.

Do wyznaczenia równań propagacji miar funkcji przetwarzania r_{21} lub k_{21} należy skorzystać z pełnych wyrażeń analitycznych tych funkcji, gdyż ich upraszczanie się przy określonych rezystancjach początkowych R_{i0} i relacjach pomiędzy przyrostami ε_i , nie obejmuje ich błędów. Rezystancje o jednakowych wartościach znamionowych i tolerancjach mają różne wartości błędów, a ich błędy graniczne są zwykle od siebie niezależne. Z różniczki zupełnej funkcji przetwarzania (8) i (9) układu 4R wynikają podane w tabeli 1 równania propagacji opisujące ich błędy bezwzględne Δ_{r21} , Δ_{k21} dla dowolnego układu mostka 4R jako czwórnika X. Stąd, podobnie jak dla rezystancji R_i , otrzymuje się zależności dla bezwzględnych błędów granicznych i miar losowych.

Miary dokładności w wartościach bezwzględnych nie są wygodne w użyciu, ale blisko równowagi układu miary względne odnoszone do wartości $r_{21}\rightarrow 0$, $k_{21}\rightarrow 0$ tracą sens fizyczny, gdyż przy błędach $\Delta_{r21}\neq 0$, $\Delta_{k21}\neq 0$ dążą one do $\pm\infty$. Aby tego uniknąć, autor zaproponował inne formy opisu miar mostka.

Pierwszy sposób, polega na odniesieniu miar bezwzględnych funkcji przetwarzania do ich czułości początkowych t_0 , k_0 przy równowadze jako niezależnych od przyrostów ε_i rezystancji R_i i stałych dla danego mostka 4R. Jest to opis jednakowy dla dowolnych wartości r_{21} , k_{21} i proponuje się nazywać go jednorodnym.

Z najniekorzystniejszej kombinacji znaków i wartości składników w (10), (11) wyznacza się granice obszaru występowania tych błędów, czyli względne błędy graniczne (12), (13). Losowe miary dokładności, tj. błędy przypadkowe i niepewności wyniku serii pomiarów o losowym rozrzucie wartości szacuje się przez statystyczne parametry ich rozkładu wypadkowego na podstawie miar średnich kwadratowych, wyznaczonych np. przy założeniu w (14) i (15), że współczynniki korelacji składników $k_{ij}=0$.

Gdy początkowe wartości R_{i0} różnią się od znamionowych dla $r_{21}=0$, $k_{21}=0$ mostka, to równowaga nie zachodzi, a obie funkcje przetwarzania mają jednakowe miary zera (16) – (18).

Rzeczywiste funkcje przetwarzania można przedstawić dwuskładnikowo jako

$$r_{21} = r_{210} + \Delta r_{21} \qquad k_{21} = k_{210} + \Delta k_{21} \tag{19a,b}$$

Ich błędy bezwzględne Δ_{r21} , Δ_{k21} , liczone od znamionowych wartości funkcji r_{21} , k_{21} będą sumami

$$\Delta_{r21} = \Delta_{r210} + \Delta_{r21r} \qquad \Delta_{k21} = \Delta_{k210} + \Delta_{k21k}$$
(20a,b)

Rozwinięta postać $\delta_{r_{21}}$ z (10) zawiera 8 składników. Po połączeniu w dwie grupy, δ_{210} dla stanu początkowego i $\delta_{r_{21e}}$ poza nim:

$$\delta_{r21} \equiv \frac{\Delta_{r21}}{t_0} = \sum_{i=1}^4 w'_{Ri} \left(\delta_{i0} + \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i} \delta_{\varepsilon_i} \right) \equiv \delta_{210} + \delta_{r21\varepsilon}(\varepsilon_i) \quad (21)$$

gdzie: w'_{Ri} - wg (10a), $\delta_{210} \equiv \frac{\Delta_{r210}}{t_0} = \delta_{10} - \delta_{20} + \delta_{30} - \delta_{40}$ - błąd

względny początkowy r_{21} (błąd zera) dla $\varepsilon_i\!\!=\!\!0,$

 $\delta_{r_{21\varepsilon}} = \sum_{i=1}^{4} \left[w_{Ri}'(\varepsilon_i) - (-1)^{i-1} \right] \delta_{i0} + \sum_{i=1}^{4} w_{Ri}' \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i} \delta_{\varepsilon_i} - b lad względny dla$ $r_{21} \neq 0 po odjęciu od \delta_{r_{21}} b lędu zera \delta_{210}.$ Podobnie błąd δ_{k21} napięciowej funkcji przetwarzania k_{21} wynosi

$$\delta_{k21} \equiv \frac{\Delta_{k21}}{k_0} = \sum_{i=1}^{4} w_{ki} (\delta_{i0} + \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i} \delta_{\varepsilon_i}) = \delta_{210} + \delta_{k21\varepsilon}(\varepsilon_i)$$
(22)

Współczynniki $w_{ki} = \frac{1}{k_0} w_{ki}$ opisuje (11a) a $\delta_{k21\varepsilon}$ w (22) wyznacza się podobnie jak $\delta_{r21\varepsilon}$ dla (21).

Wzory (10), (11) i wynikające z nich miary (12) - (18) opisują dokładność mostków bez korekty zera.

Napięcie początkowe mostka koryguje się bądź w nim samym poprzez analogową lub sterowaną cyfrowo regulację jednej lub dwu jego rezystancji (potencjometr z zestykiem w wierzchołku), bądź poza mostkiem, np. na wyjściu - napięciem przeciwnym, lub po przetworzeniu sygnału na cyfrowy.

Z (21) i (22) wynika, że pomimo korekcji zera mostka, przy nierównowadze $r_{21}\neq 0$ pierwszy składnik błędu $\delta_{r_{21e}}$ nadal zależy od błędów początkowych $\delta_{i0}\neq 0$. Korekcja zera nie jest więc w pełni skuteczna, nawet jeśli błędy δ_{ei} przyrostów R_i są pomijalne, lub ich wpływy wzajemnie kompensują się.

Drugi z proponowanych opisów miar dokładności funkcji r_{21} , k_{21} mostka ma formę dwuskładnikową. Błąd względny δ_{210} wartości początkowych r_{210} , k_{210} obu tych funkcji jest jednakowy, a błędy bezwzględne Δ_{r21} , Δ_{k21} przyrostów Δr_{21} , Δk_{21} z (19a,b) zmieniają się od zera i względne błędy δ_{r21r} , δ_{k21k} odniesione do wartości r_{21} lub k_{21} będą skończone. Z (10a) i (21) po uporządkowaniu:

$$\delta_{r_{21r}} \equiv \frac{\Delta_{r_{21}} - \Delta_{r_{210}}}{r_{21}} = \frac{1}{f(\mathbf{\epsilon}_{i})} \delta_{r_{21c}} = \sum_{i=1}^{4} w_{r_{i0}} \delta_{i0} + \sum_{i=1}^{4} w_{r_{si}} \delta_{si} \quad (23)$$

gdzie:
$$w_{ri0}^{i} = (-1)^{i-1} \frac{\varepsilon_{i} + \varepsilon_{j} + \varepsilon_{i}\varepsilon_{j} - \varepsilon_{\Sigma R}}{\Delta L(\varepsilon_{1})} - t_{0} \frac{1 + \varepsilon_{i}}{R_{j0}(1 + \varepsilon_{\Sigma R})};$$

 $w_{r\varepsilon i}^{i} = \left[\frac{(-1)^{i-1}(1 + \varepsilon_{j})}{\Delta L(\varepsilon_{1})} - \frac{t_{0}}{R_{j0}(1 + \varepsilon_{\Sigma R})}\right]\varepsilon_{i};$ mnożnik (-1)^{*i*-1} = +1 dla

i nieparzystych 1, 3 oraz – 1 dla *i* parzystych 2, 4.

Wszystkie współczynniki $w'_{r\ i0}$ w (23) mają wartości skończone, gdyż przy zbliżaniu się do początkowej równowagi $r_{21}=0$, przyrosty $\varepsilon_i \rightarrow 0$, $\varepsilon_j \rightarrow 0$ w ich licznikach, jak i $\Delta L(\varepsilon_i) \rightarrow 0$ w mianownikach oraz $w'_{rie} \rightarrow 0$. Błąd δ_{r21r} jest odpowiednikiem błędu $\delta_{\varepsilon i}$ dla względnego przyrostu ε_i rezystancji R_i w (4a).

Z (8a) i (23) otrzymuje się dwuskładnikowy błąd Δ_{r21} :

$$\Delta_{r21} = \Delta_{r210} + r_{21} \,\delta_{r21r} = t_0 \left[\delta_{210} + f(\mathbf{\epsilon}_1) \,\delta_{r21r} \right] \tag{24}$$

i podobnie dla Δ_{k21} :

$$\Delta_{k21} = \Delta_{k210} + k_{21} \,\delta_{k21k} = k_0 [\delta_{210} + f_{\rm E}(\mathbf{\epsilon}_{\rm I}) \delta_{k21k}] \tag{25}$$

gdzie: $\Delta_{r210}=t_0 \ \delta_{210}$, $\Delta_{k210}=k_0 \ \delta_{210}$ - błędy bezwzględne $r_{210}=0$, $k_{210}=0$; δ_{r21r} , δ_{k21k} - błędy względne przyrostów r_{21} - r_{210} , k_{21} - k_{210} ; $\delta_{210}=\delta_{10}-\delta_{20}+\delta_{30}-\delta_{40}$ - błęd względny zera liczony do $t_0 \ \text{lub} \ k_0$.

Wzory δ_{r21r} , δ_{k21k} dla przyrostów funkcji przetwarzania są prostsze niż δ_{r21c} , δ_{k21c} w formie jednorodnej (10), (11) i łatwiej wyznaczalne. Przy wewnętrznej regulacji zera, po ustawieniu $\delta_{210}=0$ liczba niezależnych błędów δ_{i0} maleje do trzech.

Z (21) i (23) wynikają nierówności dla dwuskładnikowych błędów granicznych i miar losowych r_{21} :

$$\left|\delta_{r21}\right| \le \left|\delta_{210}\right| + \left|f(\mathbf{\varepsilon}_{\mathbf{i}})\right| \left|\delta_{r21r}\right| \tag{26}$$

$$\overline{\delta}_{r21} < \sqrt{\overline{\delta}_{210}^2 + f^2(\mathbf{\epsilon}_i)} \,\overline{\delta}_{r21r}^2 < \overline{\delta}_{210} + \left| f(\mathbf{\epsilon}_i) \right| \overline{\delta}_{r21r} \tag{27}$$

gdzie: $|\delta_{210}| \equiv \frac{|\Delta_{r210}|}{t_0} \le |\delta_{10}| + |\delta_{20}| + |\delta_{30}| + |\delta_{40}|$ - błąd graniczny zera;

 $\left|\delta_{r21r}\right| = \left|\delta_{r21c}\right| = \sum_{i=1}^{4} \left|\dot{w}_{ri0}\right| \left|\delta_{i0}\right| + \sum_{i=1}^{4} \left|\dot{w}_{rci}\right| \left|\delta_{ci}\right| - \text{ względny błąd granicz-}$

ny przyrostu
$$\Delta_{r21;} \overline{\delta}_{210} = \sqrt{\sum_{i=1}^{4} \overline{\delta}_{i0}} , \ \overline{\delta}_{r21r} = \frac{\Delta_{r21} - \Delta_{r21r}}{|r_{21}|}$$

Po wyodrębnieniu w (26) $|\delta_{210}|$, przy nierównowadze błąd graniczny $|\delta_{r21r}|$ przyrostu funkcji r_{21} nadal zależy od błędów $|\delta_{i0}|$ rezystancji początkowych mostka, a miara losowa przyrostu $\overline{\delta}_{r21r} z$ (27) - odpowiednio od $\overline{\delta}_{i0}$. Wartości miar wyznaczane wg prawych stron będą zawyżone, gdyż ich składniki nie są w pełni niezależne i wyrażenia (26) i (27) są nierównościami.

Miary bezwzględne funkcji przetwarzania układu 4R można też odnosić do zakresu ich zmian. Na przykład dla r_{21} przy dowolnych przyrostach ε_i taki błąd graniczny $|\delta_{r21m}|$ wynosi

$$\left|\delta_{r^{21}m}\right| = \frac{\left|\Delta_{r^{21}}\right|}{\left|r_{21\max} - r_{21\min}\right|} = \frac{1}{\left|\Delta f(\mathbf{\epsilon}_{i})\right|_{Max}} \left|\delta_{210}\right| + \frac{\left|f(\mathbf{\epsilon}_{i})\right|}{\left|\Delta f(\mathbf{\epsilon}_{i})\right|_{Max}} \left|\delta_{r^{21}r}\right| \quad (28)$$

gdzie: $|\Delta f(\boldsymbol{\varepsilon}_i)|_{\text{Max}} = |f(\boldsymbol{\varepsilon}_i)_{\text{max}} - f(\boldsymbol{\varepsilon}_i)_{\text{min}}|.$

Jest to opis podobny jak dla błędu granicznego woltomierza cyfrowego i innych przyrządów o dużym zakresie i rozdzielczości. Pierwszy składnik jest stały dla danego zakresu zmian r_{21} i odwrotnie do niego proporcjonalny, a drugi zależy od stosunku dwu funkcji niezrównoważenia: dla wartości mierzonej i całego zakresu. Miary względne mostka 4R z czujnikiem o danej tolerancji są większe dla mniejszych zakresów. Przy liniowej funkcji wyrażenie r_{21} (28) upraszcza się. Na przykład dla sprzężonych przyrostów $\pm \varepsilon$

$$\left|\delta_{r^{21m}}\right| = \frac{\left|\delta_{210}\right|}{\left|\Delta f(\varepsilon)\right|_{Max}} + \frac{\left|\varepsilon\right|\left|\delta_{r^{21r}}\right|}{\left|\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}\right|}$$
(29)

Dla gotowego, np. scalonego układu pomiarowego 4R miary poszczególnych rezystancji R_i zwykle nie są znane, gdyż producent podaje dopuszczalne zakresy rozrzutu zera i współczynników przetwarzania układu, a bardzo rzadko też i ich rozkłady. Użytkownik zwykle nie jest w stanie mierzyć wielokrotnie parametry czujników w czasie ich użytkowania i posługuje się danymi otrzymanymi od producenta lub z pierwszej kalibracji. Dlatego przy analizie dokładności trzeba założyć określone relacje miar rezystancji R_i mostka, np. jednakowe miary rezystancji początkowych czujników i ramion stałych $|\delta_{i0}|=|\delta_0|$, a dla przyrostów $|\delta_{ei}|=|\delta_e|$. Stąd $|\delta_{210}|=\Sigma|\delta_{i0}|=4|\delta_0|$. Przy stosowaniu mniej dokładnych czujników wpływ miar dokładnych rezystancji stałych staje się pomijalny.

W praktyce pomiarowej wyznacza się dokładność sygnału wyjściowego układu 4R. Dla zasilanego prądowego o $R_G >> R_{AB}$ mierzy się jego napięcie wyjściowe U'_{DC} na $R_L >> R_{CD}$ przy stabilizowanym zasilaniu lub jego stosunek do prądu J. Z (1a) i (19a)

$$U'_{DC} = J\left(r_{210} + \Delta r_{21}\right) \equiv \Delta U'_{DC0} + J t_0 f\left(\varepsilon_i\right)$$
(30)

Błąd bezwzględny rozwarciowego napięcia wyjściowego odniesiony do prądu J i po uwzględnieniu błędu Δ_J , z jakim jest znana jego wartość lub określona niestabilność, wynosi

$$\frac{\Delta_{U'DC}}{J} = \Delta_{r21} + r_{21} \frac{\Delta_J}{J}$$
(31)

Odnosząc błąd $\Delta_{U'DC}$ do określonej wartości napięcia wyjściowego, np. odpowiadającej zakresowi zmian współczynnika r_{21} , z (28) otrzymuje się następujący błąd względny:

$$\delta'_{Um} = \frac{\Delta_{U'DC}}{U'_{DCmax} - U'_{DCmin}} = \frac{t_0 \delta_{210} + r_{21} (\delta_{r_{21r}} + \delta_J)}{r_{21max} - r_{21min}}$$
(32)

gdzie: $\delta_J \equiv \frac{\Delta_J}{J}$ - bieżący błąd względny J.

Gdy przy $\varepsilon_i=0$ występuje błąd zera δ_{210} , to δ'_{Um} ma wartość skończoną δ'_{Um0} . Na podstawie (32) można wyznaczyć błąd graniczny i miarę losową sygnału wyjściowego mostka.

Błędy graniczne mostka 4R o jednakowych rezystancjach początkowych

Miary dokładności o postaci jednorodnej dla układu mostka 4R o dowolnych stosunkach m i n rezystancji R_{i0} w równowadze i o różnie sprzężonych przyrostach ε_i autor omówił m.in. w [4] i [6]. W układach pomiarowych powszechnie używa się układu mostka czteroramiennego 4R o jednakowych rezystancjach początkowych (m=1, n=1), oznaczanego dalej jako 4R10. Przy zasilaniu napięciowym mostek 4R10 ma maksymalną czułość początkową k₀=0,25. Natomiast przy zasilaniu prądowym czułość t₀ wzrasta dalej dla m>1, n>1, teoretycznie aż do czterokrotnej wartości $t_{0max}=1$ dla $m \rightarrow \infty$, $n \rightarrow \infty$. Zwiększa się jednak równocześnie moc pobierana przez układ i ponadto trzeba by stosować nietypowe czujniki, np. różnicowe o niejednakowych wartościach parametrów początkowych. W praktyce spotyka się pięć podstawowych wariantów A-E mostka 4R₁₀. Ich schematy, współczynniki przetwarzania r_{21} , k_{21} i miary względne podano w tabeli 2. Układ A zwany pełnym mostkiem, stosuje się dla czujników o sprzężonych przeciwnie przyrostach rezystancji $\varepsilon_i = \pm \varepsilon$ w czterech ramionach, układy B i D, czyli tzw. pół-mostki - dla czujników różnicowych - o jednej parze przyrostów przeciwnego znaku $\pm \varepsilon$ w sąsiednich ramionach, układ D - dla dwu czujników o jednakowych ε w ramionach przeciwległych i układ E- z czujnikiem pojedynczym.

Zależności współczynników przetwarzania i ich miar dokładności dla wariantów mostka $4R_{i0}$ są prostsze niż przy dowolnych stosunkach *m* i *n* rezystancji R_{i0} [4 - 7]. Z porównania wzorów z tabeli 2 wynika szereg wniosków, w tym niewystępujące w literaturze.

- Przy zasilaniu prądowym aż cztery warianty A-D układu 4R₁₀ mają liniową funkcję przetwarzania r₂₁(ɛ), a przy napięciowym tylko dla dwu z nich, A i B, funkcja k₂₁(ɛ) jest liniowa.
- Przy zasilaniu napięciowym układu B o zmiennych R₁, R₂ i układu E - o zmiennym tylko R₁, czułość początkowa k₀ i przebieg k₂₁(ε) nie zależą od n, a więc od korekcji zera w gałęziach R₃, R₄.
- Układy B i D, tj. o przyrostach ±ε par rezystancji R₁, R₂ lub R₁ R₄, mają podobne postacie funkcji przetwarzania r₂₁. Pierwszy z nich zachowuje stałą rezystancję wejściową, a drugi – stałą rezystancję wyjściową. W układzie A o czterech przyrostach ±ε obie te rezystancje są stałe. Przy zmianie wartości rezystancji odpowiednio w obwodzie wejściowym, lub wyjściowym, liniowość zostanie zachowana, a zmaleje tylko czułość początkowa.
- Funkcje przetwarzania r₂₁ i k₂₁ układu E z pojedynczym czujnikiem są względem ε₁ nieliniowe jako gałęzie dwu hiperbol przechodzących przez ε₁=0. Nieliniowość jest mniejsza dla współczynnika r₂₁, którego mianownik zależy mniej od ε₁ niż dla k₂₁.
- Miary względne nie zależą od poziomu rezystancji układu.
- Miary jednorodne (kolumna a) układów 4R₁₀ o liniowym przetwarzaniu zależą niejednakowo od ε, w tym nieliniowo. (Miar nieliniowej funkcji k₂₁ układów C i D nie podano).
- Zależności miar funkcji r₂₁ układów o zmiennych R₁, R₂ lub R₁, R₄ są podobne, ale R₂ i R₄ zamieniają się rolami.
- Dla małych ε dominują miary wartości początkowych R_{i0} .
- Pomimo korekcji zera, przy nierównowadze błędy δ_{i0} nadal wpływają na błędy δ_{r21r} , δ_{k21k} przyrostów Δr_{21} , Δk_{21} .
- Przy jednakowych błędach granicznych |δ_{i0}|=|δ₀| i |δ_{εi}|=|δ_ε| układy A-D o liniowej funkcji r₂₁, mają jednakowe i niezależne od ε błędy graniczne |δ_{r21}| przyrostu Δr₂₁ (kolumna b), zaś ich miary bezwzględne |Δ_{r21}| są proporcjonalne do ε i liczby zmiennych rezystancji z_ν= (2, 4), tj.

$$|\Delta_{r21}| \le 0.25R_{10} [|\delta_{210}| + z_v |\varepsilon| (|\delta_0| + |\delta_{\varepsilon}|)]$$
(33)

Ν	Parametry	Zasi-	Miary	Względne miary dokładności rozwarciowych współczynników przetwarzania r_{21}, k_{21}	
r	mostka 4R ₁₀	lanie	R _i	a) jednorodne , odniesione do czułości t_0 lub k_0	b) dla przyrostów r_{21} - r_{210} i k_{21} - k_{210}
1	Sprzężone R_1R_4 $\varepsilon_1 = + \varepsilon_2$	J	dowolne	$\delta_{r21} = (1+\varepsilon) \left(\delta_{10} + \delta_{30} \right) - (1-\varepsilon) \left(\delta_{20} + \delta_{40} \right) + \varepsilon \left(\delta_{\varepsilon 1} + \delta_{\varepsilon 3} - \delta_{\varepsilon 2} - \delta_{\varepsilon 4} \right)$	$\delta_{r^{21}r} = \frac{1}{4} \left(\delta_{10} + \delta_{30} + \delta_{20} + \delta_{40} + \delta_{\varepsilon 1} + \delta_{\varepsilon 3} - \delta_{\varepsilon 2} - \delta_{\varepsilon 4} \right)$
2	$\frac{c_1 - c_2}{R_1 C R_2} \varepsilon \le 1$		$\begin{vmatrix} \delta_{i0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_{0} \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} \delta_{zi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_{z} \end{vmatrix}$	$\left \delta_{r^{21}}\right = 4\left(\left \delta_{0}\right + \left \varepsilon\right \left \delta_{\varepsilon}\right \right)$	$\left \boldsymbol{\delta}_{r21r}\right = \frac{\left \boldsymbol{\Delta}_{r21} - \boldsymbol{\Delta}_{r210}\right }{\left \boldsymbol{r}_{21}\right } = \frac{1}{4} \left(\left \boldsymbol{\delta}_{210}\right + \sum_{1}^{4} \left \boldsymbol{\delta}_{\varepsilon i}\right \right) = \left \boldsymbol{\delta}_{0}\right + \left \boldsymbol{\delta}_{\varepsilon}\right $
3	$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{R}_{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{R}_{3} \end{bmatrix}$	E *	dowolne miary k_{21} - pola szare	$\delta_{\varepsilon_{21}} = \left(1 - \varepsilon^{2}\right) \left(\delta_{10} - \delta_{20} + \delta_{30} - \delta_{40}\right) + \varepsilon \left(1 - \varepsilon\right) \left(\delta_{\varepsilon_{1}} + \delta_{\varepsilon_{3}}\right) + \varepsilon \left(1 + \varepsilon\right) \left(\delta_{\varepsilon_{2}} + \delta_{\varepsilon_{4}}\right)$	$\delta_{k21k} = -\frac{1}{4} \left[\varepsilon \Big(\delta_{10} - \delta_{20} + \delta_{30} - \delta_{40} \Big) - \Big(1 - \varepsilon \Big) \Big(\delta_{\varepsilon 1} + \delta_{\varepsilon 3} \Big) - \Big(1 + \varepsilon \Big) \Big(\delta_{\varepsilon 2} + \delta_{\varepsilon 4} \Big) \right]$
4	$r_{21} = 0.25R_{10} \cdot 4\varepsilon$ $k_{21} = 0.25 \cdot 4\varepsilon$		$\begin{vmatrix} \delta_{i0} \\ \delta_{ii} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_{0} \\ \delta_{xi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_{x} \end{vmatrix}$	$\left \delta_{k21}\right = 4\left \left(1 - \varepsilon^2\right)\right \delta_0\left +\left \varepsilon\right \right \delta_{\varepsilon}\right \right]$	$\left \delta_{k 21k} \right = \left \varepsilon \right \left \delta_{0} \right + \left \delta_{\varepsilon} \right $
5	$\frac{\text{Sprzeżone } R_1, R_2}{\varepsilon_1 = \varepsilon = -\varepsilon_2}$	J	dowolne	$\delta_{r21} = (1-0.5\varepsilon) \big[(1+\varepsilon) \delta_{10} + \varepsilon \delta_{\varepsilon 1} - \delta_{40} \big] - (1+0.5\varepsilon) \big[(1-\varepsilon) \delta_{20} + \varepsilon \delta_{\varepsilon 2} - \delta_{30} \big]$	$\delta_{r2lr} = \frac{1}{2} \Big[\Big(1 - \varepsilon\Big) \delta_{10} + \Big(1 + \varepsilon\Big) \delta_{20} + \delta_{30} + \delta_{40} + \Big(2 - \varepsilon\Big) \delta_{\varepsilon 1} - \Big(2 + \varepsilon\Big) \delta_{\varepsilon 2} \Big]$
6	$R_1 C R_2$		$\begin{vmatrix} \delta_{i0} \\ = & \delta_{0} \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} \delta_{c1} \\ = & \delta_{c2} \\ = & \delta_{c} \end{vmatrix}$	$\left \delta_{r_{21}}\right = 4\left(1 - 0.25\varepsilon^{2}\right)\left \delta_{0}\right + 2\left \varepsilon\right \left \delta_{\varepsilon}\right $	$\left \delta_{r21r}\right = \left \delta_{0}\right + \left \delta_{z}\right $
7	$\mathbf{B} \xrightarrow{R_{40}} \overrightarrow{D} \xrightarrow{R_{30}}$	F	dowolne	$\delta_{k21} = \left(1 - \varepsilon^2\right) \left(\delta_{10} - \delta_{20}\right) + \varepsilon \left(1 - \varepsilon\right) \delta_{\varepsilon 1} + \varepsilon \left(1 + \varepsilon\right) \delta_{\varepsilon 2} + \delta_{30} - \delta_{40}$	$\delta_{k21k} = - \frac{1}{2} \varepsilon \left(\delta_{10} - \delta_{20} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \varepsilon \right) \delta_{\varepsilon 1} + \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \right) \delta_{\varepsilon 2}$
8	$r_{21} = \frac{R_{10}}{4} 2\varepsilon \qquad k_{21} = \frac{1}{4} \cdot 2\varepsilon$	L	$\begin{vmatrix} \delta_{i0} \\ = & \delta_{0} \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} \delta_{z1} \\ = & \delta_{z2} \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} \delta_{z} \\ = & \delta_{z} \end{vmatrix}$	$\left \delta_{k^{2}1}\right = 4\left(1-0.5\varepsilon^{2}\right)\left \delta_{0}\right + 2\left \varepsilon\right \left \delta_{\varepsilon}\right $	$\left \delta_{k21k}\right = \left \varepsilon\right \left \delta_{0}\right + \left \delta_{x}\right $
9	$\frac{\text{Sprzężone } \boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_3}{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \underline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3} \boldsymbol{\varepsilon} \ge -1$		dowolne J	$\delta_{r_{21}} = (1 + \varepsilon) \left(\delta_{10} + \delta_{30} \right) - \delta_{20} - \delta_{40} + \varepsilon \left(\delta_{\varepsilon_{1}} + \delta_{\varepsilon_{3}} \right)$	$\delta_{r21r} = \frac{1}{2} \left(\delta_{10} + \delta_{30} + \delta_{\varepsilon 1} + \delta_{\varepsilon 3} \right)$
10		J		$\left \delta_{r^{21}}\right = (1+\varepsilon)\left(\left \delta_{10}\right + \left \delta_{30}\right \right) + \left \delta_{20}\right + \left \delta_{40}\right + \left \varepsilon\right \left(\left \delta_{\varepsilon^{1}}\right + \left \delta_{\varepsilon^{3}}\right \right)\right)$	$ \delta_{r21r} = \frac{1}{2} \left(\delta_{10} + \delta_{30} + \delta_{\varepsilon 1} + \delta_{\varepsilon 3} \right)$
11	$\frac{\mathbf{C}}{r_{21} = \frac{R_{10}}{4} \cdot 2\varepsilon} k_{21} = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon}{2+\varepsilon}$		$ \begin{vmatrix} \boldsymbol{\delta}_{11} & = \boldsymbol{\delta}_{1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \boldsymbol{\delta}_{11} & = \boldsymbol{\delta}_{11} \end{vmatrix} = \boldsymbol{\delta}_{1} \end{vmatrix} $	$\left \delta_{r^{21}} \right = 4(1+0,5\varepsilon) \left \delta_{0} \right + 2 \left \varepsilon \right \left \delta_{\varepsilon} \right $	$\left \delta_{r^{21}r}\right = \left \delta_{0}\right + \left \delta_{\varepsilon}\right $
12	$\frac{\text{Sprzężone } \underline{R}_1, \underline{R}_4}{\underline{\varepsilon}_1 = \underline{\varepsilon} = -\underline{\varepsilon}_4}_{ \varepsilon \le 1}$		dowolne	$\delta_{r21} = (1 - 0.5\varepsilon) \left[(1 + \varepsilon) \delta_{10} + \varepsilon \delta_{\varepsilon 1} - \delta_{20} \right] - (1 + 0.5\varepsilon) \left[(1 - \varepsilon) \delta_{40} + \varepsilon \delta_{\varepsilon 4} - \delta_{30} \right]$	$\delta_{r21r} = \frac{1}{4} \left[\left(1 - \varepsilon \right) \delta_{10} + \left(1 + \varepsilon \right) \delta_{40} + \delta_{30} + \delta_{20} + \left(2 - \varepsilon \right) \delta_{\varepsilon 1} - \left(2 + \varepsilon \right) \delta_{\varepsilon 4} \right]$
13	$A[\begin{array}{c} R_1 & C & R_{20} \\ \hline \end{array} \\ B & \hline \end{array} \\ B \\ \hline \end{array} B$	J		$\left \delta_{r,21}\right = (1-0.5\varepsilon) \Big[(1+\varepsilon) \left \delta_{10}\right + \left \delta_{20}\right + \left \varepsilon\right \left \delta_{r,1}\right \Big] + (1+0.5\varepsilon) \Big[(1-\varepsilon) \left \delta_{40}\right + \left \delta_{30}\right + \left \varepsilon\right \left \delta_{r,4}\right \Big]$	$\left \delta_{r21r}\right = \frac{1}{4} \left[\left(1-\varepsilon\right) \left \delta_{10}\right + \left(1+\varepsilon\right) \left \delta_{40}\right + \left \delta_{30}\right + \left \delta_{20}\right + \left(2-\varepsilon\right) \left \delta_{\varepsilon 1}\right + \left(2+\varepsilon\right) \left \delta_{\varepsilon 4}\right \right] \right] \right]$
14	$\frac{\mathbf{D} R_4 D}{r_{21} = \frac{R_{10}}{4} \cdot 2\varepsilon} R_{30}$		$\begin{vmatrix} \delta_{11} & = & \delta_1 \\ \delta_{e1} & = & \delta_{e3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_{e} \end{vmatrix}$	$\left \delta_{r21}\right = 4\left(1 - 0.25\varepsilon^{2}\right)\left \delta_{0}\right + 2\left \varepsilon\right \left \delta_{\varepsilon}\right $	$\left \delta_{r21r}\right = \left \delta_{0}\right + \left \delta_{\varepsilon}\right $
15	$\frac{\mathbf{Zmienne}}{\varepsilon_1 \ge -1} \frac{\mathbf{R}_1}{\varepsilon_1 \ge -1}$		dowolne	$\delta_{r21} = \frac{\left(1+\varepsilon_1\right)\delta_{10}+\varepsilon\ \delta_{\varepsilon 1}+\left(1+0.5\ \varepsilon_1\right)^2\delta_{30}-\left(1+0.5\ \varepsilon_1\right)\left(\delta_{20}+\delta_{40}\right)}{\left(1+0.25\ \varepsilon_1\right)^2}$	$\delta_{r_{21r}} = \frac{\frac{1}{2} (1 - \frac{1}{8} \varepsilon_1) \delta_{10} + \frac{1}{2} (1 + \frac{3}{8} \varepsilon_1) \delta_{30} + \frac{1}{16} \varepsilon_1 (\delta_{20} + \delta_{40}) + \delta_{\varepsilon_1}}{1 + 0, 25 \varepsilon_1}$
16	$A[\begin{array}{c} R_1 \in R_{20} \\ A \\ R_{40} = R_{30} \\ R$	J	$ \begin{vmatrix} \delta_{10} & \neq & \delta_{20} \end{vmatrix} = \\ = & \begin{vmatrix} \delta_{30} & = & \delta_{40} \end{vmatrix} $	$\left \delta_{r_{21}}\right = \frac{\left(1+\varepsilon_{1}\right)\left \delta_{10}\right +\left \varepsilon_{1}\right \left \delta_{\varepsilon_{1}}\right +\left(3+2\varepsilon_{1}+\frac{1}{4}\varepsilon_{1}^{2}\right)\left \delta_{20}\right }{\left(1+0.25\varepsilon_{1}\right)^{2}}$	$ \delta_{r21r} = \frac{\frac{1}{2} \left 1 - \frac{1}{8}\varepsilon_1\right \left \delta_{10}\right + \frac{1}{2}(1 + \frac{5}{8}\varepsilon_1) \left \delta_{20}\right + \left \delta_{\varepsilon_1}\right }{1 + 0.25\varepsilon_1}$
17	$R_{1} = R_{10}(1 + \varepsilon_{1})$ $R_{2} = R_{3} = R_{4} = R_{10}$		$\begin{vmatrix} \delta_{i0} \\ = & \delta_{0} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} \delta_{i1} \\ \neq 0 \end{vmatrix}$	$\left \delta_{r21} \right = 4 \left \delta_0 \right + \frac{\left \varepsilon_1 \right }{\left(1 + 0.25 \varepsilon_1 \right)^2} \left(\left \delta_0 \right + \left \delta_{\varepsilon_1} \right \right)$	$ \delta_{r_{21}r} = \left \delta_{0}\right + \frac{\left \delta_{c1}\right }{1 + 0.25\varepsilon_{1}} \qquad \delta_{c_{21}r} = \frac{0.375\varepsilon_{1}\left \delta_{0}\right + \left \delta_{c1}\right }{1 + 0.25\varepsilon_{1}} \\ dla \ c \le 8 \qquad dla \ \varepsilon_{1} \ge 8 \end{cases}$
18	$r_{21} = \frac{R_{10}}{4} \frac{\varepsilon_1}{1 + 0.25 \varepsilon_1}$			$\delta_{k21} = \frac{(1+\varepsilon_1) \left(\delta_{10} - \delta_{20}\right) + \varepsilon_1 \delta_{z1}}{(1+0.5 \varepsilon_1)^2} + \delta_{30} - \delta_{40}$	$\delta_{k21k} = \frac{-0.25\varepsilon_1 \left(\delta_{10} - \delta_{20}\right) + \delta_{e1}}{1 + 0.5\varepsilon_1}$
19	$k_{21} = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon_1}{1 + 0.5 \varepsilon_1}$	E	dowolne	$\left \delta_{k21} \right = \frac{\left(1 + \varepsilon_1 \right) \left(\delta_{10} + \delta_{20} \right) + \varepsilon_1 \delta_{\varepsilon_1} }{\left(1 + 0.5\varepsilon_1 \right)^2} + \delta_{30} + \delta_{40} $	$\left \delta_{k21k}\right = \frac{0.25 \varepsilon_1 (\delta_{10} + \delta_{20}) + \delta_{\varepsilon_1} }{1 + 0.5\varepsilon_1}$
0	Miary mostka w równowadze	W bła	zględny d bieżacy	$\delta_{210} = \overline{\delta_{10} - \delta_{20} + \delta_{30} - \delta_{40}} \text{względny}_{\text{blad graniczny}} \left \delta_{210} \right _{m} = \sum_{m=1}^{\infty} \left \delta_{210$	$\sum_{i=1}^{\infty} \delta_{i0} \frac{\text{i redniokwadratowa}}{\text{$miara wzgledna, k:=0}} \frac{\overline{\delta}_{210} = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \overline{\delta}_{i0}}}{\overline{\delta}_{10}}$

Tab. 2. Błędy bieżące i graniczne układu 4R o jednakowych znamionowych rezystancjach początkowych 4R₁₀ – dowolne i skojarzone przyrosty ε_i
 Tab. 2. Errors and their limited values of open-circuit 4R circuit of equal all

nominal initial resistances $4R_{10}$ – arbitrary and jointed increments ε_i

Zależność od ε błędów granicznych $|\Delta_{r21}|$ i $|\delta_{r21}|$ funkcji r_{21} układów liniowych jest podobna jak błędów $|\Delta_i|$ i $|\delta_i|$ (3b, 4b) rezystancji R_i – rys. 2.

• Błędy graniczne $|\delta_{k21k}|$ i $|\Delta_{k21}|$ obu zasilanych napięciowo liniowych układów A i B też zależą jednakowo od ε , ale inaczej, tj.:

$$|\Delta_{k21}| \le 0.25 [|\delta_{210}| + z_v (\varepsilon^2 |\delta_0| + |\varepsilon| |\delta_{\varepsilon}|)]$$
(34)

Przy nierównowadze błąd $|\Delta_{k21}|$ zależy od błędów $|\delta_0|$ i $|\delta_{\epsilon}|$ ze współczynnikami ϵ^2 i ϵ .

- Postacie błędów układów liniowych A-D z czujnikami o sprzężonych rezystancjach są prostsze niż układu E tylko z R₁.
- Miary statystyczne układów liniowych nie są jednakowe. Wzorów (33), (34) nie spotkano dotąd w literaturze.
- Standardowe miary losowe dla układów A -E uzyskuje się z wzorów tych miar dla przypadku ogólnego w tabeli 1 lub na

podstawie błędów poszczególnych układów z tabeli 2. Podano je w [9]. Wykorzystuje się je do wyznaczania błędów przypadkowych mostka, do analizy statystycznej błędów zbioru układów $4R_{10}$ oraz do wyznaczania niepewności pomiarów tymi układami posługując się zaleceniami międzynarodowego Przewodnika GUM opartymi na rozkładzie normalnym, lub innymi uznanymi procedurami statystycznymi dla rozkładów niegaussowskich.

4. Błędy układu z zerowaniem

Sygnał początkowy równy zeru ustawia się na dwa sposoby.

1. Ustawia się zero samego mostka - poprzez analogową lub sterowaną cyfrowo regulację jednej lub dwu jego rezystancji R_i , np. potencjometrem lub drabinką rezystorów z odprowadzeniem jako jednym z wierzchołków mostka. Mogą powstać niewielkie, zwykle pomijalne dodatkowe błędy przyrostów $\delta_{\varepsilon i}$ dla regulowanych rezystancji R_i . Wówczas $\delta_{210}\!\!=\!\!0$ i z (10a) i (21) wynika

$$\delta_{r21}^{\prime} \equiv \delta_{r21\varepsilon}(\mathbf{\varepsilon}_{i}) \Big|_{\delta_{210}=0} = \sum_{i=1}^{4} \left(w_{Ri}^{\prime} \delta_{i0} + w_{Ri}^{\prime} \frac{\varepsilon_{i}}{1+\varepsilon_{i}} \delta_{\varepsilon i} \right)$$
(35)

gdzie:

$$w_{Ri}^{\prime} = \frac{1}{1 + \varepsilon_{\Sigma R}} \left[\left(-1 \right)^{i-1} \left(\varepsilon_i + \varepsilon_j + \varepsilon_i \varepsilon_j \right) - \frac{r_{21} \left(1 + \varepsilon_i \right)}{R_{j0}} \right]$$
(35a)

 Zerowanie układu wykonuje się poza mostkiem - np. na wyjściu napięciem przeciwnym do początkowego, lub po przetworzeniu sygnału analogowego na cyfrowy. Błąd funkcji r₂₁ przy ε_i≠0

$$\delta_{r^{2}l\varepsilon}^{\prime\prime} = \sum_{i=1}^{4} \left[w_{Ri}^{\prime}(\varepsilon_{i}) - (-1)^{i-1} \right] \delta_{i0} + \sum_{i=1}^{4} w_{Ri}^{\prime} \frac{\varepsilon_{i}}{1 + \varepsilon_{i}} \delta_{\varepsilon i}$$
(36)

gdzie:

$$w_{Ri}^{\prime}(\varepsilon_{i}) - (-1)^{i-1} = w_{Ri}^{\prime\prime}(\varepsilon_{i}) - \frac{\varepsilon_{\Sigma R}}{1 + \varepsilon_{\Sigma R}} (-1)^{i-1}$$
(36a)

Z porównania (36a) i (37a) wynika, że po korekcji zera, przy $r_{21}\neq 0$ pierwszy składnik w $\delta_{r2lc}^{\prime\prime}$ jest nieco większy niż w δ_{r2lc}^{\prime} o $\frac{\varepsilon_{2R}}{1+\varepsilon_{2R}}\delta_{210}$ i zależy od znaku błędu niezrównoważenia mostka. Błędy graniczne układów z korekcją zera niewiele różnią się pomiędzy sobą, tj. co najwyżej o $\frac{|\varepsilon_{2R}|}{1+\varepsilon_{2R}}|\delta_{210}|$. Tylko dla układów, w których $\varepsilon_{2R}=0$ (np. mostki A, B, D z tabeli 2) obie korekcje zera są równoważen. Nie są więc one w pełni skuteczne poza równowagą. Nawet gdy błędy δ_{ei} przyrostów rezystancji R_i są pomijalne, lub ich wpływy kompensują się, to $\delta_{r21c}\neq 0$. Błędy δ_{r21c} przy obu sposobach korekcji analizuje się dodatkowo w przykładzie 1.

W pełni skuteczna korekcja zera i sprawdzanie dokładności torów pomiarowych z czujnikami wymaga wzorcowania dla kilku wartości wielkości mierzonej. Zaś sam układ bez czujnika sprawdza się zastępując czujnik jego zmiennymi parametrami, np. rezystancjami odpowiadającymi określonym wartościom mezurandu.

5. Przykłady

Rozpatrzymy trzy przykłady użycia wzorów z tabeli 2 do analizy miar dokładności kilku układów $4R_{10}$.

Przykład 1.

Porównanie błędów bieżących i granicznych układów $4R_{10}$ dla dwu sposobów korekcji ich zera: w mostku lub poza nim.

Z (10a) i (21) i (36) wynika, ze przy korekcji zera rezystancjami początkowymi zasilanego prądowo układu 4R gdy $\delta_{210}=0$ otrzymuje się $\delta_{r21}=\delta'_{r21\epsilon}$. Ponadto w błędzie $\delta'_{r21\epsilon}$ redukują się składniki we współczynnikach przy δ_{i0} wskutek $\delta_{210}=0$. Natomiast korekta zera sygnału w torze pomiarowym poza mostkiem sprowadza się do odjęcia od δ_{r21} błędu $\delta_{210}\neq0$, ale jego składnik w $\delta_{r21\epsilon}$ pozostaje i z (37a) wynika, że błąd $\delta''_{r21\epsilon}$ będzie większy o $\frac{\epsilon_{ze}}{1+\epsilon_{ZR}}\delta_{210}$ jeśli $\epsilon_{\Sigma R} \neq 0$. Dotyczy to układów C i E z tabeli 2. Np. dla $\epsilon=2$ mnożnik tego dodatkowego składnika wynosi 1/3 i 0,2.

Dla mostka A o czterech przyrostach ± ε , z Tabeli 2 wiersz 3 wynika błąd graniczny bez zerowania: $|\delta_{r21}|=\Sigma|\delta_{i0}| +\varepsilon\Sigma(|\delta_{i0}|+|\delta_{\varepsilon1}|)$ oraz jednakowy dla zerowania w mostku i poza nim: błąd bieżący $\delta_{r21}=\varepsilon(\Sigma\delta_{i0}+\delta_{\varepsilon1}-\delta_{\varepsilon2}+\delta_{\varepsilon3}-\delta_{\varepsilon4})$ oraz błędy graniczne $|\delta_{r21r}|=(1/4)\Sigma(|\delta_{i0}|+|\delta_{\varepsilon1}|)$ i $|\delta_{r21}|=\varepsilon\Sigma(|\delta_{i0}|+|\delta_{\varepsilon1}|)$.

Jeśli są dane tylko: tolerancja zera mostka $|\delta_{210}|=\Sigma|\delta_{i0}|$ i tolerancje $|\delta_{ci}|$ czujników to błędy graniczne układu wynoszą odpowiednio:

- bez zerowania $|\delta_{r21}| = (1+\varepsilon)|\delta_{210}| + |\varepsilon|\Sigma|\delta_{\varepsilon i}|$ i $|\Delta_{r21}| = (1/4)R_{10}|\delta_{r21}|$.

- z zerowaniem $|\delta_{r21}| = |\varepsilon|(|\delta_{210}| + \Sigma|\delta_{\varepsilon i}|) i |\Delta_{r21}| = (\frac{1}{4})R_{10}|\delta_{r21}|.$

Dla tego przypadku powinno istnieć dodatkowe ograniczenie, np. $|\delta_{i0}|_{\text{max}} \leq |\delta_{210}|$, gdyż jeśli poszczególne błędy początkowe δ_{i0} mają znaki przeciwne, to ich moduły mogły by osiągać duże wartości i ich udział w granicznych błędach $|\delta_{r21}|$ i $|\delta_{r21r}|$ współczynnika przetwarzania r_{21} układu byłby zbyt duży.

Podobnie można wyznaczyć błędy mostka zasilanego napięciowo.

Przykład 2.

Błędy graniczne zasilanego prądowo układu $4R_{10}$ o przeciwnych przyrostach rezystancji R_1 , R_2 - wariant B.

Ze wzorów $|\delta_{r21r}|$ i δ_{r21r} w polach 11.b i 12.b Tabeli 2 wynika,

że przy korekcji zera jednakowe standardowe odchylenia $\overline{\delta}_{i0}$ wartości początkowej R_{i0} powinny być poniżej $0.5\overline{\delta}_{210}$, a graniczne błędy przyrostów rezystancji czujnika - spełniać warunek:

$$|\delta_{\varepsilon i}| \leq |\delta_{r21r}|_{\text{max}} - 0.25 |\delta_{210}|_{\text{max}}.$$

Przykład 3.

Błędy graniczne wariantu E układu $4R_{10}$ z czujnikiem o rezystancji $R_1=R_{10}(1+\varepsilon_1)$ i zasilaniu prądowym lub napięciowym.

Przy zasilaniu prądowym funkcja r_{21} ma czułość początkową $t_0=0,25R_{10}$. Wg (15), (26) i pozycji 26b' tabeli 2 błąd graniczny

$$|\delta_{r21}| \leq |\delta_{210}| + |\delta_{r21\varepsilon}| = \sum_{1}^{4} |\delta_{i0}| + \frac{|\varepsilon_{1}|}{1 + 0.25\varepsilon_{1}} |\delta_{r21r}|$$

gdzie:
$$\left| \delta_{210} \right| = \sum_{1}^{4} \left| \delta_{i0} \right|, \quad \left| \delta_{r21r} \right| = \frac{\frac{1}{2} \left| 1 - \frac{1}{8} \mathcal{E}_1 \right| \left| \delta_{10} \right| + \frac{1}{2} (1 + \frac{5}{8} \mathcal{E}_1) \left| \delta_0 \right| + \left| \delta_{\varepsilon_1} \right|}{1 + 0.25 \mathcal{E}_1}$$

- według wiersza 25b dla $|\delta_{i+1,0}| = |\delta_0|$, lub $|\delta_{r_{21r}}| = |\delta_0| + \frac{|\delta_{\varepsilon_1}|}{1 + 0.25\varepsilon_1}$

- według wiersza 26b) dla $|\delta_{10}| = |\delta_0|, \varepsilon_1 \le 8$. Dla zasilania napięciowego według

$$\left| \delta_{k21} \right| \le \left| \delta_{210} \right| + \left| \delta_{k21\varepsilon} \right| = \sum_{1}^{4} \left| \delta_{i0} \right| + \frac{0.25\varepsilon_{1}}{1 + 0.5\varepsilon_{1}} \left| \delta_{k21k} \right|$$

$$\operatorname{gdzie:} \left| \delta_{k21k} \right| = \frac{0.25\varepsilon_1 \left(\left| \delta_{10} \right| + \left| \delta_{20} \right| \right) + \left| \delta_{\varepsilon_1} \right|}{1 + 0.5\varepsilon_1} \xrightarrow[\delta_{10}]{} \xrightarrow[\delta_{10}]{} \frac{0.5 \left| \varepsilon_1 \right| \left| \delta_0 \right| + \left| \delta_{\varepsilon_1} \right|}{1 + 0.5\varepsilon_1}$$

Zależność ta jest bardziej nieliniowa niż dla zasilania prądowego.

6. Podsumowanie i wnioski

Omówiono dwa sposoby opisu miar dokładności funkcji przetwarzania mostka o dowolnych zmianach rezystancji: w formie jednorodnej i zracjonalizowanej - dwuskładnikowej z wyodrębnioną miarą dla wartości początkowej i przyrostu tych funkcji. Formy te uzupełniają się, a druga jest podobna jak dla przyrządów cyfrowych i bardzo przydatna dla opisu układów z zerowaniem.

W tabeli 2 podano obie postacie błędów i ich wartości graniczne dla podstawowych pięciu wariantów mostka sensorowego o jednakowych rezystancjach znamionowych w równowadze, tj. ze skojarzonymi przeciwnymi przyrostami w czterech i dwu sąsiednich ramionach, o jednakowych zmianach w ramionach przeciwległych i z pojedynczą rezystancją zmienną. Otrzymano uogólnioną postać błędów granicznych dla czterech wariantów układu o liniowym przetwarzaniu zasilanych prądowo oraz nieco inną dla dwu zasilanych napięciowo. Dla danych miar dokładności stałych i zmiennych rezystancji mostka, można z tych wzorów oszacować dokładność układu składanego z elementów, jak i jako scalonego. Pojawiły się też możliwości uzyskiwania istotnych wskazówek dla budowy przetworników pomiarowych i pomiarów układami z mostkami sensorowymi. Najważniejsze podano poniżej.

- Powstała możliwość ceny, o ile wzrośnie dokładność układu z mostkiem 4R dzięki regulacji zera.
- Wykazano, że dla mostków o sumie przyrostów rezystancji różnej od zera, zerowanie rezystorami po stronie analogowej daje lepsze wyniki niż zerowanie cyfrowe.
- Pomimo wyzerowania układu nadal występuje wpływ błędów początkowych rezystancji mostka na błąd funkcji przetwarzania, rosnący wraz z funkcją jego niezrównoważenia. Rozpatrzono trzy przykłady zastosowania podanych wzorów.

Przedstawione oryginalne metody opisu miar dokładności nadają się też do stosowania dla innych układów kondycjonowania sygnałów z czujników o jednym i o wielu parametrach zmiennych, dowolnych ich charakterystykach i wielkościach mierzonych. Mogą też służyć do oceny dokładności parametrów schematu zastępczego układu wielo-końcówkowego, wyznaczanych z pomiarów jego parametrów jako czwórnika przy różnych kombinacjach par końcówek. Stosuje się to w tomografii impedancyjnej, w diagnostyce technicznej i medycznej oraz w monitoringu obiektów i w kontroli produkcji.

7. Literatura

- Kreuzer M.: Linearity and Sensitivity Error in the Use of Single Strain Gages with Voltage-Fed and Current-Fed Circuits, Experimental Techniques vol. 8, no 10 Oct. 1984 s.30-35, also Technical literature of Hottinger Baldwin Messtechnik in Internet, VD83003e.
- [2] Kreuzer M.: Whestone Bridge Circuits shows almost no Nonlinearity and Sensitivity Errors when used for Single Strain Gage Measurements,

- [3] Warsza Z. L.: Właściwości i nieznane zależności mostka rezystancyjnego 4-T jako czwórnika. Pomiary Automatyka Robotyka, nr 10/2004 s. 9-15.
- [4] Warsza Z. L.: Immitancyjne układy czterobiegunowe (4T) w pomiarach wieloparametrowych. Monografia, Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów, 2004.
- [5] Warsza Z. L.: Unbalanced DC bridges chapter 127 of "Handbook of Measuring Systems Design", ed. by P. Sydenham and R. Thorn, 2005 Jon Wiley & Sons, Ltd., Chichester UK (internet).
- [6] Warsza Z.L.: Miary dokładności transmitancji mostka rezystancyjnego w przypadkach szczególnych. Pomiary Automatyka Kontrola, 10/2007, s. 17-24.
- [7] Warsza Z. L.: Dokładność pomiaru przemysłowymi czujnikami.Pt100 w układzie mostka odchyłowego. Pomiary Automatyka Robotyka, nr 11/2008 s.46-55.
- [8] Warsza Z. L.: Nowe ujęcie opisu dokładności mostka z przemysłowymi czujnikami Pt. Materiały konferencji PPM'08. "Podstawowe Problemy Metrologii" Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach, Konferencje nr 8, s. 155-164.
- [9] Warsza Z. L.: New approach to the accuracy description of unbalanced bridge circuits - with the example of Pt sensor resistance bridges. Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems JAMRIS. PIAP Warszawa 2010, no 2 p. 8-15.

otrzymano / received: 06.11.2008 przyjęto do druku / accepted: 12.04.2010

artykuł recenzowany

INFORMACJE

Informacje dla Autorów

Redakcja przyjmuje do publikacji tylko prace oryginalne, nie publikowane wcześniej w innych czasopismach. Redakcja nie zwraca materiałów nie zamówionych oraz zastrzega sobie prawo redagowania i skracania tekstów oraz streszczeń.

Artykuły naukowe publikowane w czasopiśmie PAK są formatowane jednolicie zgodnie z ustaloną formatką zamieszczoną na stronie redakcyjnej www.pak.info.pl. Dlatego artykuły przekazywane redakcji należy przygotowywać w edytorze Microsoft Word 2003 (w formacie DOC) z zachowaniem:

- wielkości czcionek,
- · odstępów między wierszami tekstu,
- · odstępów przed i po rysunkach, wzorach i tabelach,
- · oznaczeń we wzorach, tabelach i na rysunkach zgodnych z oznaczeniami w tekście,
- układu poszczególnych elementów na stronie.

Osobno należy przygotować w pliku w formacie DOC notki biograficzne autorów o objętości nie przekraczającej 450 znaków, zawierające podstawowe dane charakteryzujące działalność naukową, tytuły naukowe i zawodowe, miejsce pracy i zajmowane stanowiska, informacje o uprawianej dziedzinie, adres e-mail oraz aktualne zdjęcie autora o rozmiarze 3,8 x 2,7 cm zapisane w skali odcieni szarości lub dołączone w osobnym pliku (w formacie TIF).

- Wszystkie materiały:
- artykuł (w formacie DOC),
- notki biograficzne autorów (w formacie DOC),
- zdjęcia i rysunki (w formacie TIF lub CDR),

prosimy przesyłać w formie plików oraz dodatkowo jako wydruki na białym papierze (lub w formacie PDF) na adres e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl lub pocztą zwykłą, na adres: Redakcja Czasopisma Pomiary Automatyka Kontrola, Asystent Redaktora Naczelnego mgr Agnieszka Skórkowska, ul. Akademicka 10, p.21A, 44-100 Gliwice.

Wszystkie artykuły naukowe są dopuszczane do publikacji w czasopiśmie PAK po otrzymaniu pozytywnej recenzji. Autorzy materiałów nadesłanych do publikacji są odpowiedzialni za przestrzeganie prawa autorskiego. Zarówno treść pracy, jak i wykorzystane w niej ilustracje oraz tabele powinny stanowić dorobek własny Autora lub muszą być opisane zgodnie z zasadami cytowania, z powołaniem się na źródło cytatu.

Przedrukowywanie materiałów lub ich fragmentów wymaga pisemnej zgody redakcji. Redakcja ma prawo do korzystania z utworu, rozporządzania nim i udostępniania dowolną techniką, w tym też elektroniczną oraz ma prawo do rozpowszechniania go dowolnymi kanałami dystrybucyjnymi.