

**Jerzy KLAMKA**POLITECHNIKA ŚLĄSKA, INSTYTUT AUTOMATYKI  
ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice**Sterowalność liniowych układów dynamicznych z opóźnieniem**

Prof. dr hab. inż. Jerzy KLAMKA

Członek korespondent PAN. Profesor w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej, oraz w Instytucie Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN w Gliwicach. Prace naukowe w dziedzinach: teoria układów dynamicznych, teoria sterowania, wykorzystanie mechaniki kwantowej w informatyce. Sformułował kryteria badania sterowalności dla układów dynamicznych z opóźnieniem oraz warunki sterowalności dla układów dynamicznych o parametrach rozłożonych.



e-mail: jerzy.klamka@polsl.p

**Streszczenie**

W niniejszej pracy zostaną sformułowane i udowodnione kryteria aproksymacyjnej sterowalności dla liniowego stacjonarnego układu dynamicznego o parametrach rozłożonych z jednym stałym skupionym opóźnieniem we współrzędnych stanu oraz jednym stałym skupionym opóźnieniem w sterowaniu. Rozpatrywany będzie układ dynamiczny opisany liniowym równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego o jednej zmiennej przestrzennej z zerowymi warunkami brzegowymi typu Dirichleta oraz nieujemnymi sterowaniami dopuszczalnymi. Przedstawione będą warunki wystarczające aproksymacyjnej sterowalności przy założeniu, że sterowania dopuszczalne są nieujemne. Niniejsza praca stanowi rozszerzenie na przypadek układów dynamicznych o parametrach rozłożonych i ze skupionym opóźnieniem we współrzędnych stanu oraz ograniczonymi sterowaniami dopuszczalnymi, warunków sterowalności z nieograniczonymi sterowaniami dopuszczalnymi.

**Słowa kluczowe:** sterowalność, układy liniowe, układy z opóźnieniami, układy o parametrach rozłożonych.

**Controllability of linear dynamical systems with delay****Abstract**

In recent years controllability problems for linear retarded dynamical systems have been considered in many publications. However, most literature in this direction so far has been concerned with unconstrained controllability problems. Only a few papers deals with the so called constrained controllability problems, i.e. with the case when the controls are restricted to take their values in a given set. Moreover, it should be pointed out, that up to now constrained controllability of linear distributed parameter systems with delays has not been considered in the literature. Therefore, in order to fill this gap the present paper studies the constrained controllability problem for abstract retarded dynamical systems. The main purpose of the paper is to study constrained controllability problems for linear time-invariant distributed parameter dynamical systems with constant so called lumped delays in the state variables. Dynamical system is described by linear partial differential equation of parabolic type with zero Dirichlet boundary conditions. More precisely, constrained relative approximate controllability and constrained absolute approximate controllability are considered. Using some general methods taken from the functional analysis, and specially from the spectral theory of linear unbounded operators, several conditions for these types of constrained controllability are formulated and proved. Finally, some remarks and comments on the relationships between relative and absolute constrained controllability are presented.

**Keywords:** controllability, linear systems, delayed systems, distributed parameter systems.

**1. Wstęp**

Układy dynamiczne, których modelami matematycznymi są równania różniczkowe z opóźnieniami we współrzędnych stanu [1] stanowią ważną klasę nieskończenie-wymiarowych układów dynamicznych. Podobnie układy dynamiczne o parametrach roz-

łożonych [2] opisane równaniami różniczkowymi o pochodnych cząstkowych są układami nieskończenie wymiarowymi. Analiza podstawowych własności tych układów dynamicznych nastęca wiele trudności związanych z nieskończonym wymiarem przestrzeni stanów.

Sterowalność jest jedną z podstawowych cech charakteryzujących układy dynamiczne. W literaturze z dziedziny teorii sterowania istnieje bardzo dużo prac dotyczących szeroko rozumianych zagadnień sterowalności dla różnych klas układów dynamicznych [2, 3, 4, 5, 6].

W niniejszej pracy zostaną sformułowane i udowodnione kryteria aproksymacyjnej sterowalności z ograniczonymi sterowaniami dla liniowego stacjonarnego układu dynamicznego o parametrach rozłożonych z jednym stałym skupionym opóźnieniem we współrzędnych stanu oraz jednym skupionym opóźnieniem w sterowaniu. Rozpatrywany będzie układ dynamiczny opisany liniowym równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego o jednej zmiennej przestrzennej z zerowymi warunkami brzegowymi typu Dirichleta.

Przedstawione będą warunki wystarczające aproksymacyjnej sterowalności przy założeniu, że sterowania dopuszczalne są nieujemne.

Zagadnienia sterowalności układów dynamicznych o parametrach rozłożonych oraz układów dynamicznych z różnego rodzaju opóźnieniami były rozpatrywane między innymi w publikacjach [2-6].

Niniejsza praca stanowi rozszerzenie na przypadek układów dynamicznych o parametrach rozłożonych i ze skupionym opóźnieniem we współrzędnych stanu, rezultatów zawartych w publikacjach [3, 4] oraz [6]. Praca [2] zawiera kryteria badania sterowalności tego typu układów lecz bez uwzględnienia ograniczeń nałożonych na sterowanie. Natomiast w pracy [6] badano sterowalność z ograniczonymi sterowaniami, ale rozpatrywano jedynie układy dynamiczne o parametrach rozłożonych bez opóźnień oraz układy dynamiczne z opóźnieniami lecz skończenie-wymiarowe opisane zwyczajnymi równaniami różniczkowymi.

**2. Model matematyczny układu dynamicznego**

Niech będzie dany liniowy układ dynamiczny o parametrach rozłożonych ze skupionym stałym opóźnieniem we współrzędnych stanu oraz ze skupionym stałym opóźnieniem w sterowaniu opisany funkcjonalnym liniowym równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego postaci następującej:

$$\frac{\partial w(t,x)}{\partial t} = \frac{\partial^2 w(t,x)}{\partial x^2} + a_0 w(t,x) + a_h w(t-h,x) + b_1(x)u_1(t) + b_2(x)u_2(t-H) \quad (1)$$

określonym dla  $t \in [0, \infty)$ ,  $x \in [0, d]$  oraz spełniającym warunki brzegowe typu Dirichleta

$$w(t,0) = w(t,d) = 0 \quad \text{dla } t \geq 0$$

gdzie:  $a_0, a_h \in \mathbb{R}$  są stałymi współczynnikami,  $h > 0$  oraz  $H > 0$  są stałymi opóźnieniami,  $b_1(x) \in L_2([0, d], \mathbb{R})$  oraz  $b_2(x) \in L_2([0, d], \mathbb{R})$  są danymi funkcjami zmiennej przestrzennej.

Równanie (1) z powyższymi warunkami brzegowymi posiada jednoznaczne rozwiązanie  $w(t,x)$ .

Przy badaniu sterowalności układów liniowych bez utraty ogólności zakłada się zerowe warunki początkowe zarówno w odniesieniu do współrzędnych stanu jak i sterowań dopuszczalnych.

Ponadto zakłada się, że sterowania dopuszczalne są nieujemne, a zatem są skalarnymi funkcjami postaci:

$$\begin{aligned} u_1(t) &\in L_2([0, \infty), R^+) \\ u_2(t) &\in L_2([0, \infty), R^+) \end{aligned}$$

gdzie symbol  $R^+$  oznacza zbiór nieujemnych liczb rzeczywistych. Zatem zbiór sterowań dopuszczalnych stanowią sterowania o nieujemnych wartościach.

Oznaczając przez

$$V = \{ u = (u_1, u_2)^T \in R^2 : u_1 \geq 0, u_2 \geq 0 \}$$

nieujemny stożek w przestrzeni  $R^2$ , można zbiór sterowań dopuszczalnych przedstawić w skrócie jako  $L_2([0, d], V)$ .

Wiadomo, że układ dynamiczny postaci (1) można po odpowiednich przekształceniach przedstawić w formie abstrakcyjnego równania różniczkowego z opóźnieniem, zdefiniowanego w nieskończenie wymiarowej przestrzeni Hilberta  $L_2([0, d], R)$ . Równanie to jest postaci następującej:

$$\dot{y}(t) = A_0 y(t) + a_h y(t-h) + b_1 u_1(t) + b_2 u_2(t-H), \quad (2)$$

gdzie

$$y(t) = w(t, x) \in L_2([0, d], R)$$

$$b_1(x) \in L_2([0, d], R)$$

$$b_2(x) \in L_2([0, d], R)$$

$$A_0 : D(A_0) \rightarrow L_2([0, d], R)$$

Operator  $A_0$  jest liniowym nieograniczonym operatorem różniczkowym zdefiniowanym za pomocą następujących relacji [2, 5, 6]:

$$A_0 y = A_0 w(x) = \frac{d^2}{dx^2} w(x) + a_0(x)$$

$$D(A_0) = \{ w(x) \in L_2([0, d], R) : w(0) = w(d) = 0 \}$$

Operator  $A_0$  jest nieograniczonym liniowym operatorem samo sprzężonym o dziedzinie określoności  $D(A_0)$  gęstej w przestrzeni  $L_2([0, d], R)$ . Ponadto operator  $A_0$  jest operatorem o prostym widmie, to znaczy widmo operatora  $A_0$  jest dyskretnym widmem punktowym złożonym całkowicie z pojedynczych rzeczywistych wartości własnych. Widmo to jest następującej postaci:

$$\sigma(A_0) = \{ s_i : i = 1, 2, 3, \dots \} = \left\{ \frac{-i\pi}{d} + a_0 : i = 1, 2, 3, \dots \right\}.$$

Każdej wartości własnej  $s_i \in R$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$  odpowiada jedna funkcja własna  $g_i(x)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$  dana wzorem:

$$g_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Ponadto układ funkcji własnych

$$\{g_i(x) : i = 1, 2, 3, \dots\}$$

tworzy bazę ortogonalną w przestrzeni Hilberta  $L_2([0, d], R)$ .

Układy dynamiczne o parametrach rozłożonych opisane równaniami cząstkowymi oraz układy dynamiczne z opóźnieniami we współrzędnych stanu należą do klasy nieskończenie wymiarowych układów dynamicznych.

Dla układu dynamicznego postaci (1) lub równoważnego mu układu dynamicznego (2), stan układu  $w(t, x)$

$$w(t, x) = y(t) \in L_2([0, d], R) \quad \text{dla } t \geq 0,$$

jest elementem nieskończenie wymiarowej przestrzeni Hilberta.

Ponieważ przestrzeń stanów  $L_2([0, d], R)$  układu dynamicznego (1) jest przestrzenią nieskończenie wymiarową, więc istnieje konieczność wprowadzenia rozróżnienia pomiędzy sterowalnością aproksymacyjną (zwaną też sterowalnością przybliżoną) a sterowalnością dokładną (zwaną również silną sterowalnością) [2, 3, 5]. Wynika to bezpośrednio z faktu, że w przestrzeniach nieskończenie wymiarowych nie każda podprzestrzeń liniowa jest podprzestrzenią domkniętą.

Tym niemniej ponieważ w układzie dynamicznym (1) wartości funkcji sterujących są elementami przestrzeni skończenie wymiarowej (konkretnie dwuwymiarowej przestrzeni  $R^2$ ), więc na mocy rezultatów podanych w publikacjach [2, 5] oraz [6] rozpatrywany układ dynamiczny nie może być dokładnie sterowalny w przestrzeniach nieskończenie wymiarowych. Z tego względu w dalszej części niniejszej pracy ograniczono się jedynie do badania aproksymacyjnej sterowalności układu dynamicznego (1) przy ograniczonych sterowaniach.

Definicja 1.

Układ dynamiczny (1) nazywa się układem  $V$ -aproksymacyjnie sterowalnym w przedziale  $[0, T]$  jeżeli dla dowolnego stanu końcowego w chwili  $T > 0$

$$w^T(x) \in L_2([0, d], R),$$

oraz dla dowolnej nieujemnej liczby rzeczywistej  $\varepsilon$ , istnieje sterowanie dopuszczalne  $u \in L_2([0, T], V)$  takie, że

$$\|w(T, x) - w^T(x)\|_{L_2([0, d], R)} \leq \varepsilon.$$

Z powyższej definicji wynika, że  $V$ -aproksymacyjna sterowalność oznacza możliwość osiągnięcia w skończonym czasie oraz z dowolną dokładnościążądanego stanu końcowego układu dynamicznego (1).

W podanej definicji sterowalności istotną rolę odgrywa zbiór wartości sterowań dopuszczalnych  $V$ . W rozpatrywanym w niniejszej pracy przypadku zbiór ten ma postać nieujemnego stożka w przestrzeni  $R^2$ . Fakt ten umożliwia bezpośrednie wykorzystanie do badania sterowalności układu dynamicznego (1) pewnych ogólnych kryteriów sterowalności przy ograniczeniach nałożonych na sterowanie. Kryteria te dotyczące głównie sytuacji gdy zbiór sterowań dopuszczalnych jest stożkiem wypukłym o niepustym wnętrzu zamieszczone są w publikacjach [5] oraz [10].

### 3. Kryteria sterowalności

W niniejszym rozdziale zostaną sformułowane warunki konieczne i wystarczające  $V$ -aproksymacyjnej sterowalności dla układu dynamicznego postaci (1). Warunki te zostaną uzyskane w oparciu o ogólne znane z literatury twierdzenie dotyczące  $V$ -aproksymacyjnej sterowalności, które sformułowano i udowodniono w pracy [4].

Dla wygody Czytelnika twierdzenie to będzie przytoczone w całości poniżej.

Twierdzenie 1.

Jeżeli spełnione są następujące założenia:

- i) przestrzeń stanów chwilowych układu dynamicznego jest ośrodkową przestrzenią Hilberta.

- ii) wartości sterowań należą do przestrzeni skończone-wymiarowej,
- iii) operator  $A_0$  jest operatorem samosprężonym o prostym widmie, a jego funkcje własne tworzą bazę w przestrzeni stanów chwilowych układu dynamicznego,
- iv) zachodzą równości

$$B_i \text{co}(V) = R^{d_i} \quad i=1,2,3,\dots,$$

gdzie  $d_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  są krotnościami wartości własnych  $s_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  operatora  $A_0$  natomiast  $B_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  są stałymi macierzami reprezentującymi rzuty operatora sterowania na podprzestrzenie niezmiennicze operatora  $A_0$  odpowiadające wartościom własnym. Symbol  $\text{co}(V)$  oznacza otoczkę wypukłą zbioru  $V$ , natomiast  $B_i \text{co}(V)$  oznacza obraz zbioru  $\text{co}(V)$  poprzez liniowy operator  $B_i$ .

Wówczas układ dynamiczny (2) jest  $V$ -aproxymacyjnie sterowalny w przedziale  $[0, T]$ ,  $T > H$ .

W oparciu o przytoczone powyżej twierdzenie 1 zostanie sformułowany warunek wystarczający  $V$ -aproxymacyjnej sterowalności w przedziale  $[0, T]$  układu dynamicznego (1).

**Twierdzenie 2.**

Układ dynamiczny (1) jest  $V$ -aproxymacyjnie sterowalny w przedziale  $T > H$ , jeżeli spełnione są następujące nierówności

$$\left( \int_0^d b_1(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \right) \left( \int_0^d b_2(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \right) < 0 \quad (3)$$

dla  $i = 1, 2, 3, \dots$

**Dowód:**

Dowód twierdzenia 2 polega na weryfikacji kolejnych założeń twierdzenia 1.

ad. i) Przestrzeń stanów chwilowych  $L_2([0, d], R)$  układu dynamicznego jest ośrodkową przestrzenią Hilberta [2].

ad. ii) Sterowania dopuszczalne przyjmują wartości w przestrzeni skończenie-wymiarowej,  $V \subset R^2$ .

ad. iii) Operator  $A_0$  jest operatorem samosprężonym o pojedynczych wartościach własnych (czyli o prostym widmie) a jego funkcje własne tworzą bazę ortogonalną w przestrzeni stanów układu dynamicznego [2].

ad. iv) Ponieważ zbiór  $V$  jest nieujemnym stożkiem w przestrzeni  $R^2$  jest więc zbiorem wypukłym o niepustym wnętrzu. Zatem mamy  $\text{co}(V) = V$

Ponieważ wartości własne  $s_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  operatora  $A_0$  są pojedyncze, więc  $d_i=1$ , dla  $i=1,2,3,\dots$

W tym przypadku macierze  $B_i$  są dwuwymiarowymi wektorami wierszowymi następującej postaci:

$$B_i = [\langle b_1, g_i \rangle, \langle b_2, g_i \rangle] \quad i=1,2,3,\dots,$$

gdzie symbol  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  oznacza iloczyn skalarny w przestrzeni Hilberta  $L_2([0, d], R)$ .

Zatem uwzględniając postać funkcji własnych  $g_i(x)$   $i=1,2,3,\dots$  elementy macierzy  $B_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  są dane za pomocą następujących wzorów.

$$\langle b_1, g_i \rangle = \int_0^d b_1(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$\langle b_2, g_i \rangle = \int_0^d b_2(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Stąd warunek iv) twierdzenia 1 jest spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi warunek postaci (3).

Zatem wszystkie założenia twierdzenia 1 zostały spełnione i na podstawie jego tezy układ dynamiczny (1) jest  $V$ -aproxymacyjnie sterowalny w przedziale  $[0, T]$ ,  $T > H$  jeżeli zachodzą nierówności (3). Stąd twierdzenie 2 zostało dowiedzione.

Należy wyraźnie podkreślić, że weryfikacja kryteriów aproxymacyjnej sterowalności podanych w warunku (3) wymaga sprawdzenia przeliczalnej ilości nierówności. Wynika to bezpośrednio z nieskończonej wymiarowości przestrzeni stanów układu dynamicznego.

W przypadku liniowych układów dynamicznych skończenie wymiarowych badanie sterowalności sprowadza się zwykle do badania rzędu odpowiednio zdefiniowanej macierzy sterowalności [2, 5], wyznaczonej na podstawie parametrów układu.

Dokładna analiza warunku (3) prowadzi bezpośrednio do następującego bardzo użytecznego w praktyce wniosku, będącego warunkiem wystarczającym  $V$ -aproxymacyjnej sterowalności w przedziale  $[0, T]$  układu dynamicznego (1).

**Wniosek 1.**

Warunkiem wystarczającym  $V$ -aproxymacyjnej sterowalności w przedziale  $[0, T]$  układu dynamicznego (1) jest  $V$ -aproxymacyjna sterowalność w przedziale  $[0, T]$ ,  $T > 0$  odpowiadającego mu układu dynamicznego bez opóźnień we współrzędnych stanu to znaczy dla  $a_i=0$ .

**Dowód:**

Porównując kryteria  $V$ -aproxymacyjnej sterowalności układu dynamicznego bez opóźnień ( $a_i=0$ ) podane w publikacji [3] z warunkiem (3) widać, że są one identyczne. Zatem wniosek 1 jest prawdziwy.

Podobny wniosek dla układów dynamicznych z opóźnieniami w sterowaniu i ze skończone wymiarową przestrzenią stanów chwilowych znany jest od dawna w literaturze [2], ale głównie dla przypadku braku ograniczeń nałożonych na sterowania dopuszczalne.

Należy jednak wyraźnie zaznaczyć, że w ogólnym przypadku  $V$ -aproxymacyjna sterowalność układu dynamicznego bez opóźnień we współrzędnych stanu lub w sterowaniu dopuszczalnym nie jest warunkiem koniecznym  $V$ -aproxymacyjnej sterowalności układu dynamicznego z opóźnieniami [2, 5]. Stąd twierdzenia 1 oraz 2 są tylko warunkami wystarczającymi ale nie koniecznymi  $V$ -aproxymacyjnej sterowalności układu dynamicznego (1).

Należy również podkreślić, że warunek (3) jest znacznie silniejszy niż znany z literatury [1, 5] warunek aproxymacyjnej sterowalności układu dynamicznego (1) bez ograniczeń nałożonych na sterowanie dopuszczalne. W przypadku braku ograniczeń na sterowanie, warunki aproxymacyjnej sterowalności nie zależą od znaków poszczególnych składowych wektora  $B_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$

**Wniosek 2.**

W przypadku braku ograniczeń na sterowanie, to znaczy dla  $V=R^2$ , układ dynamiczny (1) jest aproxymacyjnie  $R^2$ -sterowalny w przedziale  $[0, T]$ ,  $T > H$  jeżeli

$$\left( \int_0^d b_1(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \right)^2 + \left( \int_0^d b_2(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \right)^2 \neq 0, \quad (4)$$

dla  $i = 1, 2, 3, \dots$

Warunek (4) oznacza, że przynajmniej jedna składowa każdego wektora  $B_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  jest różna od zera.

Ponadto z warunku (4) bezpośrednio wynika, że przy braku ograniczeń na sterowanie dopuszczalne można uzyskać aproxymacyjną sterowalność układu dynamicznego postaci (1) nawet dla pojedynczych skalarnych sterowań dopuszczalnych oraz dla do-

wolnych przedziałów czasowych, zatem również dla  $0 < T \leq H$ . Warunki aproksymacyjnej sterowalności dla tego przypadku sformułowane są w postaci następującego wniosku.

Wniosek 3.

Układ dynamiczny (1) jest aproksymacyjnie  $R$ -sterowalny w dowolnym przedziale czasowym jeżeli

$$\left( \int_0^d b_1(x) \sin\left(\frac{i\pi x}{d}\right) dx \right) \neq 0. \quad (5)$$

Warunek (5) oznacza, że pierwsza składowa wektora każdego  $B_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  odpowiadająca sterowaniu dopuszczalnemu  $u_i(t)$  jest niezerowa.

#### 4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono kryteria badania  $V$ -aproksymacyjnej sterowalności w zadanym przedziale  $[0, T]$  dla abstrakcyjnego liniowego stacjonarnego układu dynamicznego z jednym stałym skupionym opóźnieniem we współrzędnych stanu. Rozpatrywany układ dynamiczny opisany jest równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego jednej zmiennej przestrzennej z zerowymi warunkami brzegowymi typu Dirichleta.

Kryteria sterowalności uzyskano w oparciu o znane z literatury ogólne warunki badania sterowalności nieskończenie wymiarowych układów dynamicznych przy dodatkowych ograniczeniach nałożonych na sterowania dopuszczalne. Kryteria te oparte są na spektralnej dekompozycji przestrzeni stanów układu dynamicznego. Przy wprowadzaniu warunków wystarczających aproksyma-

cyjnej sterowalności wykorzystano również pewne rezultaty ze spektralnej teorii nieograniczonych operatorów liniowych.

Rezultaty przedstawione w pracy mogą być uogólnione na przypadki innych nieskończenie wymiarowych układów dynamicznych o parametrach rozłożonych opisanych liniowymi stacjonarnymi równaniami różniczkowymi cząstkowymi ze skupionymi wielokrotnymi opóźnieniami we współrzędnych stanu. Wymaga to jedynie wyznaczenia odpowiedniego układu funkcji własnych liniowego nieograniczonego operatora różniczkowego związanego z danym równaniem cząstkowym.

#### 5. Literatura

- [1] Busłowicz M.: Odporna stabilność układów dynamicznych liniowych stacjonarnych z opóźnieniami. Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, Białystok, 2002.
- [2] Klamka J.: Controllability of Dynamical Systems. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holandia, 1991.
- [3] Klamka J.: Approximate controllability of second order dynamical systems. Applied Mathematics and Computer Science. vol.2, no.1, 1992, str. 135-148.
- [4] Klamka J.: Constrained controllability of linear retarded dynamical systems. Applied Mathematics and Computer Science. vol.3, no.4, 1993, str. 647-672.
- [5] Klamka J.: Controllability of Dynamical Systems. Matematyka Stosowana. vol. 9, 2008, str.57-75.
- [6] Klamka J.: Constrained controllability of semilinear systems with delays. Nonlinear Dynamics. vol.56, no. 1-2, 2009, str.169-177.

otrzymano / received: 02.02.2010

przyjęto do druku / accepted: 12.04.2010

artykuł recenzowany

## INFORMACJE

### XIII Sympozjum „Podstawowe Problemy Energoelektroniki, Elektromechaniki i MECHATRONIKI” PPEEm’ 2009 pod patronatem Komitetu Elektrotechniki PAN

W grudniu 2009 już po raz trzynasty odbyło się Sympozjum „Podstawowe Problemy Energoelektroniki, Elektromechaniki i Mechatroniki” PPEEm’ 2009, którego tradycja sięga 1981 roku. W trakcie tych lat Sympozjum systematycznie rozszerzało swój zakres tematyczny, obejmując coraz to nowe pole zainteresowań i stając się powszechnie akceptowanym forum integracji dynamicznie rozwijających się kierunków i specjalności: elektrotechniki, elektroniki i mikroelektroniki, energoelektroniki, nanotechnologii, sensoryki, automatyki, teorii sterowania, robotyki, energetyki odnawialnej i mechatroniki. W tym roku 44 przyjętych do wygłoszenia referatów skupiono w 9 sesjach, pokrywających następującą tematykę:

1. Maszyny elektryczne i aktuatory
2. Układy diagnostyki I
3. Układy diagnostyki II
4. Energetyka niekonwencjonalna
5. Modelowanie w mechatronice
6. Energoelektronika i napęd
7. Edukacja w mechatronice
8. Robotyka i zagadnienia specjalne
9. Materiały mechatroniczne i ich zastosowanie

Każdej sesji przewodniczyło dwóch chairmanów, odpowiedzialnych za dogłębną i wyczerpującą dyskusję. W powyższym

zakresie oczekiwania organizatorów zostały całkowicie spełnione, albowiem każdemu referatowi towarzyszyły liczne pytania oraz wnikliwe uwagi słuchaczy. Wiele ważnych – znajdujących się aktualnie w centrum uwagi – tematów zostało pogłębione przez prezentację nie jednego, a kilku referatów, odnoszących się do różnych aspektów realizacji zagadnienia, jak też – do różnorodnych możliwych zastosowań omawianych systemów lub elementów. Odnosiło się to między innymi do: zastosowań akceleratorów piezoelektrycznych i MEMS w diagnostyce, metod polowych w projektowaniu aktuatorów, sterowania niekonwencjonalnymi robotami oraz urządzeniami przemysłowymi oraz do nowych rozwiązań konstrukcyjnych generatorów wiatrowych. Tradycją Sympozjum jest udział reprezentantów przemysłu oraz branżowych instytucji naukowo – badawczych. W tym roku byli to przedstawiciele: FUJI FILM COMPANY z Tilburga (Holandia): Andre Skibniewski oraz Eng. Eric Boeren, firmy Mikroma we Wrześni k. Poznania – dr inż. Lech Długiewicz oraz Instytutu Tele-Radiotechnicznego w Warszawie – Prof. Barbara Ślusarek. Zaprezentowano zakres działalności firm oraz interesujące tematy badawcze.