

**Paweł MYSZKOWSKI**

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA, WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY, KATEDRA ELEKTROTECHNIKI TEORETYCZNEJ I METROLOGII

## Kryteria wyboru metod linearyzacji

Mgr inż. Paweł MYSZKOWSKI

W 1999 roku uzyskał dyplom magistra inżyniera informatyka w Instytucie Informatyki Politechniki Białostockiej. Od 2002 roku pracuje na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej jako asystent w Katedrze Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii. Jego zainteresowania naukowe skupiają się na zagadnieniach linearyzacji nieliniowych równań stanu oraz metod numerycznych. Jest autorem lub współautorem 19 publikacji z tego zakresu.



e-mail: p.myszkowski@pb.edu.pl

### Streszczenie

Linearyzacja nieliniowych równań różniczkowych jest zagadnieniem istotnym w analizie oraz syntezie nieliniowych równań stanu. Istnieje szereg metod linearyzacji, które prowadzą do układu liniowego, stanowiącego aproksymację układu nieliniowego. Z uwagi na różne własności poszczególnych metod linearyzacji niezwykle ważny jest dobór metody w celu osiągnięcia jak najlepszych wyników. W pracy zaproponowane zostaną kryteria umożliwiające sklasyfikowanie metod linearyzacji. Rozważania zaprezentowane zostaną na przykładzie nieliniowego modelu obwodu elektrycznego.

**Słowa kluczowe:** nieliniowe równanie stanu, metody linearyzacji, kryteria porównawcze.

### Classification criteria for linearisation methods

#### Abstract

Linearisation of non-linear differential equations is a significant problem in analysis and synthesis of non-linear state equations. There are many methods of linearisation [1-7] that convert the non-linear state equation (1) into the linear form described by equation (2). Up to now there has been created neither classification of these methods nor comparison mechanisms. Criteria proposed in the paper are: the linear approximation accuracy, the cost, the complexity of linearisation process and ability for dynamics investigations, stabilisation and synthesis. The linear approximation accuracy is a maximum difference between the non-linear equation solution and its linear approximation or the mean-square error in the defined time interval. There can be used an absolute or a relative value. The cost determines a time needed to perform computations with use of the linear model on computers of the same calculation efficiency. In this case there can be also used a relative value. A complexity is a term usually describing the algorithm and its implementation. In this case the complexity describes the amount of work needed to obtain the linear approximation. The measure depends on the number of transformations and their complexity for the same number of state variables. The last criterion shows the rank of the linear approximation for using it for investigation of system dynamics, stabilization of non-linear system and changing its dynamics (synthesis). On the basis of partial criteria there is determined the global criterion (10), describing a particular linearisation method. The considerations are illustrated by the example of an electrical circuit with the non-linear state equation.

**Keywords:** nonlinear state equation, linearisation methods, classification criteria.

## 1. Wstęp

Większość zjawisk fizycznych zachodzących w przyrodzie opisana jest za pomocą matematycznych modeli nieliniowych. Stosowane jest do tego celu następujące równanie, zwane równaniem stanu

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{x}(t) \in R^n$  jest wektorem zmiennych stanu,  $\mathbf{u}(t) \in R^m$  jest wektorem wymuszeń, a  $\mathbf{x}_0$  jest wektorem warunków początkowych.

Można zaryzykować stwierdzenie, że to właśnie nieliniowy charakter tych zjawisk jest motorem wszelkich zachodzących w naturze zmian. Analiza układów fizycznych, mających charakter nieliniowy, jest zatem bardzo istotna we wszystkich praktycznych dziedzinach techniki. Odnosząc się do zagadnień z dziedziny elektrotechniki, nieliniowości występują zarówno przy opisie elementów czy układów elektrycznych jak również stanów niestabilnych w obwodach elektrycznych. Nie zostały jednak dotąd opracowane ogólne zasady rozwiązywania równań nieliniowych. Analiza dynamiki układów nieliniowych z matematycznego punktu widzenia jest zagadnieniem złożonym i często także niejednoznacznym. Wyznaczanie obszaru stabilności za pomocą funkcji Lapunowa wymaga bardzo skomplikowanych obliczeń [1, 2]. Szczególnie trudno jest otrzymać rozwiązanie dla dużej liczby zmiennych stanu. Metody numeryczne, które umożliwiają otrzymanie rozwiązania przybliżonego w postaci dyskretnej, nie dają ogólnych informacji o jednoznaczności rozwiązania i zakresie stabilności układu.

Zagadnienia związane z linearyzacją nieliniowych równań różniczkowych występują w literaturze technicznej od wielu lat [1-7]. Badania nad nią obejmują zarówno równania o pochodnych wyższych rzędów, jak też o pochodnych cząstkowych. Teoretyczne podstawy analizy i syntezy układów liniowych zostały opracowane jeszcze w XIX i XX wieku i są doskonale znane. W pewnych przypadkach przybliżenie liniowe pozwala zdefiniować podstawowe problemy związane z badaniem dynamiki układów nieliniowych. Określenie obszaru stabilności poprzez analizę wartości własnych macierzy przybliżenia liniowego jest zagadnieniem ogólnie znanym i stanowi pierwszy krok w analizie stabilności układu nieliniowego. Następnym krokiem jest stabilizacja układów nieliniowych. W dalszej kolejności linearyzacja umożliwia syntezę układu nieliniowego za pomocą jego liniowego przybliżenia.

## 2. Metody linearyzacji – przegląd

W literaturze technicznej można znaleźć wiele różnorodnych metod linearyzacji, umożliwiających uzyskanie liniowej aproksymacji nieliniowego równania stanu (1) [1-7]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bv}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{v}(t)$  jest nowym wymuszeniem.

Najbardziej znaną metodą jest linearyzacja poprzez rozwinięcie w szereg Taylora wokół punktu równowagi [1], która jakkolwiek nie wymaga złożonych przekształceń, jednak stanowi dokładne przybliżenie jedynie w bliskim sąsiedztwie punktu równowagi. Metodami, które prowadzą do dokładnego przybliżenia liniowego w całej przestrzeni stanu są m.in. linearyzacja optymalna [1, 3, 4] oraz linearyzacja globalna [5, 6, 7]. Pierwsza z tych metod bazuje na analizie błędów średniokwadratowych między prawą stroną równania nieliniowego a jej liniowym przybliżeniem. Metoda ta jest jednak bardzo kosztowna, szczególnie dla większej liczby zmiennych stanu. Linearyzacja globalna oparta jest na zamianie zmiennych stanu, spełniającej warunki dyfeomorfizmu globalnego i wprowadzeniu nieliniowego sprzężenia zwrotnego. Istnieją także metody, takie jak metoda prostej optymalnej [7] lub metoda funkcji opisującej [7], które nie odnoszą się bezpośrednio do nieliniowego równania stanu, lecz linearyzują nieliniowe charakterystyki rzeczywistych elementów występujących w układzie.

## 3. Wybór metody linearyzacji

Metod linearyzacji jest wiele i nie sposób jest omówić wszystkich. Nie została też jak dotąd stworzona ich klasyfikacja ani

mechanizmy pozwalające na stwierdzenie, która z dwóch porównywanych metod jest lepsza dla konkretnego przypadku. Metody różnią się między sobą zarówno rezultatami w sensie dokładności otrzymanego za ich pomocą przybliżenia, jak też złożonością oraz innymi cechami. Dlatego też pojawiła się potrzeba opracowania kryteriów, które pozwolą na precyzyjne porównywanie metod linearyzacji i określenie ich cech za pomocą wartości liczbowych.

#### 4. Kryteria porównawcze

W pracy przedstawione zostaną cztery cząstkowe kryteria porównawcze dla metod linearyzacji oraz globalne kryterium, wyznaczane na podstawie kryteriów cząstkowych. Wartość normy określającej kryterium globalne jest miarą wartości danej metody linearyzacji. Należy zaznaczyć, że dwa spośród czterech kryteriów cząstkowych, a co za tym idzie także oparte na nich kryterium globalne, wyznaczane są dla konkretnej wartości kroku całkowania.

##### a) Dokładność przybliżenia liniowego

Pierwszym i podstawowym kryterium oceny metod linearyzacji jest określenie dokładności przybliżenia liniowego. Jest ona wyrażona za pomocą wartości maksymalnej różnicy ( $\Delta_{i,\max}$ ) między rozwiązaniem modelu nieliniowego a jego liniowym przybliżeniem lub też wartością błędu średniokwadratowego w zdefiniowanym przedziale czasowym.

$$\Delta_{i,\max} = \max_{1 \leq i \leq N} |x_{i,NL} - x_{i,L}| \quad (3)$$

Układ uzyskany dzięki linearyzacji jest układem liniowych równań różniczkowych. Do jego rozwiązania stosowana jest najczęściej metoda Rungego-Kutty IV rzędu z zadaniem krokiem całkowania [8]. Otrzymujemy rozwiązanie w formie dyskretnej, w ściśle zdefiniowanych chwilach czasowych; dotyczy to również równania nieliniowego. Błąd aproksymacji, czyli dokładność przybliżenia liniowego  $x^1$  definiujemy na podstawie analizy normy maksimum względem różnicy wektorów rozwiązań oraz na podstawie analizy normy opartej na błędzie średniokwadratowym.

$$x^1 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta_{i,\max} + \sqrt{\sum_{i=1}^N \Delta_{i,\max}^2}}{2} \quad (4)$$

Aby znormalizować to kryterium, sprowadzamy wartość bezwzględną do wartości z przedziału  $(0,1]$ . Wartość względna  $x_{rel,i}^1$  odnosi się do dokładności dla największego rozważanego kroku całkowania  $x_{\max}^1$ , czyli takiej, dla której rozbieżność między rozwiązaniem równania nieliniowego a jego liniowym przybliżeniem jest największa.

$$x_{rel,i}^1 = \frac{x_i^1}{x_{\max}^1}, \quad i \in [1, N] \quad (5)$$

##### b) Koszt (czas obliczeń)

Kolejnym kryterium charakteryzującym metodę linearyzacji jest jej koszt, czyli czas potrzebny na wykonanie obliczeń za pomocą modelu liniowego. Koszt obliczeń określony jest poprzez względny lub bezwzględny czas realizacji algorytmu na tym samym komputerze lub też na komputerach o jednakowej wydajności obliczeniowej. Czas bezwzględny  $x^2$ , wyrażony w sekundach, może nie być dostatecznym wyznacznikiem z uwagi na różne implementacje algorytmów, różne możliwości optymalizowania kodu wynikowego czy też obliczenia na różnych platfor-

mach programowych (Mathematica, Matlab, implementacje w języku C). Z tego względu wprowadzona została miara względna  $x_{rel,i}^2$ , uzależniona od czasu obliczeń dla najmniejszego rozważanego kroku całkowania  $x_{\max}^2$ .

$$x_{rel,i}^2 = \frac{x_i^2}{x_{\max}^2} \quad (6)$$

##### c) Złożoność procesu linearyzacji

Złożoność obliczeniowa jest terminem związanym z teorią obliczeń [9]. Głównym jej celem jest określenie ilości zasobów potrzebnych do rozwiązania problemów obliczeniowych. Rozważanymi zasobami są takie wielkości jak czas, pamięć lub liczba procesorów. Złożoność określona zostaje dla danego algorytmu, opisującego rozwiązanie określonego problemu. Złożoność możemy podzielić na czasową lub pamięciową. Miarą złożoności czasowej jest liczba operacji podstawowych w zależności od rozmiaru wejścia (np. rozmiarów macierzy, ilości zmiennych stanu). Pomiar rzeczywistego czasu zegarowego jest mało użyteczny ze względu na silną zależność od sposobu realizacji algorytmu, użytego kompilatora oraz maszyny na której algorytm wykonujemy. Dlatego w charakterze czasu wykonania rozpatruje się zwykle liczbę operacji podstawowych (dominujących). Operacjami podstawowymi mogą być na przykład: podstawienie, porównanie lub prosta operacja arytmetyczna. Złożoność pamięciowa jest z kolei miarą ilości wykorzystanej pamięci. Jako tę ilość najczęściej przyjmuje się użytą pamięć maszyny abstrakcyjnej (na przykład liczbę komórek pamięci maszyny RAM) w funkcji rozmiaru wejścia. Możliwe jest również obliczanie rozmiaru potrzebnej pamięci fizycznej wyrażonej w bitach lub bajtach. W ogólnym przypadku złożoność obliczeniowa charakteryzuje jakość kodu napisanego przez programistę i wygenerowanego przez kompilator, szybkość sprzętu, na którym program jest wykonywany, rozmiar danych wejściowych oraz użyty algorytm.

W przypadku naszego kryterium nie chodzi jednak o złożoność obliczeniową. Każda metoda linearyzacji wymaga pewnego nakładu pracy, jaki trzeba wykonać w celu uzyskania przybliżenia liniowego. Wprowadzona zatem została miara liczbową, określająca poziom skomplikowania metody. Miara ta zależna jest od:

- ilości przekształceń przy tej samej liczbie zmiennych stanu,
- skomplikowania tychże przekształceń (liczenie pochodnych cząstkowych oraz np. przekształcenia tożsamościowe charakteryzują się mniejszym stopniem złożoności niż liczenie wartości całek oznaczonych, które realizowane jest zazwyczaj numerycznie).

Złożoność procesu linearyzacji  $x^3$  zdefiniowana została za pomocą heurystycznie wybranej wartości z przedziału  $(0,1]$ , wynikającej z przyjętej metody linearyzacji modelu nieliniowego z wagą uzależnioną od dokładności przybliżenia liniowego oraz kosztu obliczeń, przy czym mniejsza wartość oznacza mniejszą złożoność.

##### d) Zdolność do badania dynamiki, stabilizacji oraz zmiany dynamiki (syntezy)

Ostatnie kryterium cząstkowe pokazuje nam, w jakim stopniu przybliżenie liniowe, uzyskane daną metodą, może być użyteczne do badania dynamiki, stabilizacji układów nieliniowych oraz zmiany ich dynamiki (syntezy). Możliwość stabilizacji i zmiany dynamiki (syntezy) jest zdefiniowana za pomocą heurystycznie wybranej wartości z przedziału  $(0,1]$ , wynikającej z adaptacji znanych algorytmów obliczeniowych przeznaczonych do badania układów liniowych, przy czym mniejsza wartość oznacza większą zdolność do stabilizacji oraz syntezy.

## e) Globalne kryterium klasyfikacyjne

Kryterium globalne  $G$  wyznacza wartość liczbowa, charakteryzującą daną metodę linearyzacji. Miarą przydatności metody jest norma wektora, którego elementami składowymi są wartości wyznaczone poprzez kryteria cząstkowe:

$$\mathbf{X} = \{x^1, x^2, x^3, x^4\}^T \quad (7)$$

Globalne kryterium obliczeniowe  $G$  zdefiniowane jest za pomocą normy maksimum  $G_{\max}$  oraz normy euklidesowej  $G_{euk}$ .

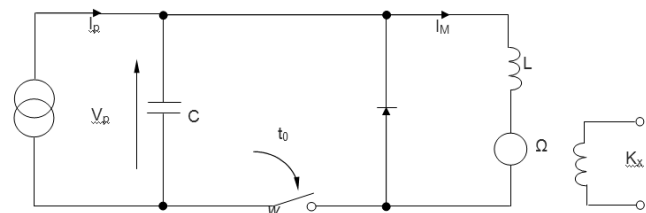
$$G_{\max} = \|\mathbf{X}\|_{\max} = \max_{1 \leq i \leq 4} |x^i| \quad (8)$$

$$G_{euk} = \|\mathbf{X}\|_{euk} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (x^i)^2} \quad (9)$$

$$G = \frac{G_{\max} + G_{euk}}{2} \quad (10)$$

## 5. Przykład obliczeniowy

Do zobrazowania powyższych rozważań wykorzystany zostanie model obwodu elektrycznego, zawierający silnik prądu stałego zasilany z generatora słonecznego [10]. Zmienne stanu w tym układzie to kolejno napięcie generatora, prąd wirnika oraz prędkość obrotowa silnika.



Rys. 1. Schemat obwodu elektrycznego z silnikiem prądu stałego zasilanym z generatora słonecznego

Fig. 1. Electrical circuit with a DC motor supplied by a solar generator

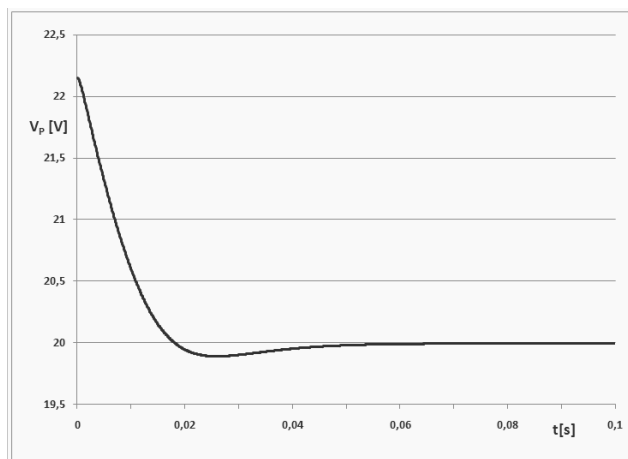
Układ opisany jest poniższym nieliniowym równaniem stanu [10]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 e^{ax_1} - a_2 x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= a_3 x_1 - a_4 x_2 - a_5 x_3 \\ \dot{x}_3 &= a_6 x_2 - a_7 x_3 \\ x_1(0) &= V_{p,0}, \quad x_2(0) = 0, \quad x_3(0) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

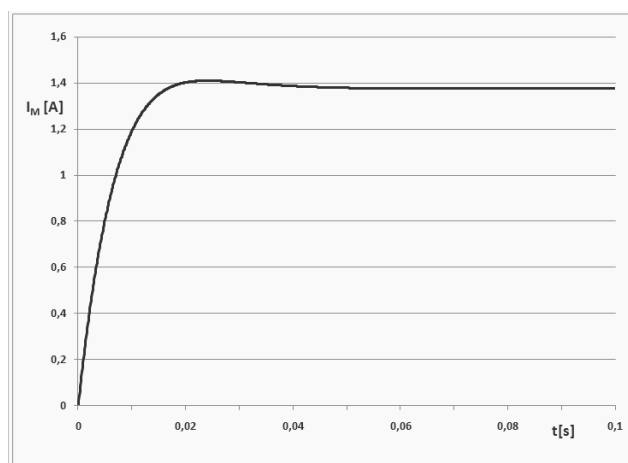
Współczynniki układu oparte są na jego parametrach fizycznych:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{I_s}{C}, \quad a_2 = \frac{1}{C}, \quad a_3 = \frac{1}{L}, \quad a_4 = \frac{R_m}{L} \\ a_5 &= \frac{K_x}{L}, \quad a_6 = \frac{K_x}{J}, \quad a_7 = \frac{K_r}{J}, \quad u = \frac{I_0 + I_s}{C} \end{aligned} \quad (12)$$

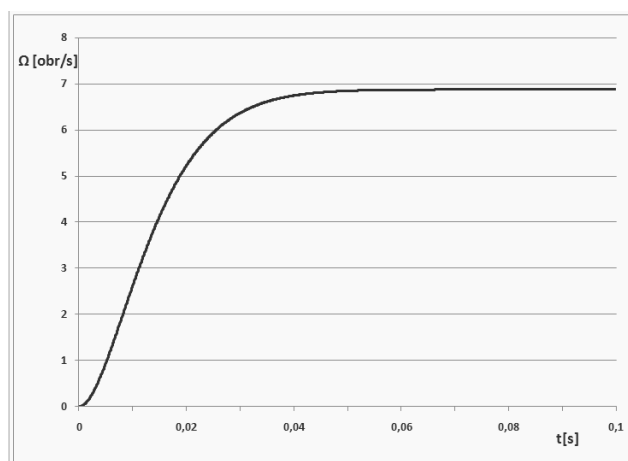
Przebiegi zmiennych stanu dla znamionowych wartości parametrów przedstawione zostały na rys. 2.



Rys. 2a. Wykres przebiegu zmiennej stanu  $x_1$  dla wartości znamionowych  
Fig. 2a. The state variable  $x_1$  for the rated values



Rys. 2b. Wykres przebiegu zmiennej stanu  $x_2$  dla wartości znamionowych  
Fig. 2b. The state variable  $x_2$  for the rated values



Rys. 2c. Wykres przebiegu zmiennej stanu  $x_3$  dla wartości znamionowych  
Fig. 2c. The state variable  $x_3$  for the rated values

Równanie (11) zostało poddane linearyzacji za pomocą dwóch metod. W wyniku linearyzacji optymalnej otrzymano liniowe równanie jednorodne postaci  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1466.31 & -1919.04 & -20.5118 \\ 10 & -120.45 & -5 \\ 0 & 500 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$x_1(0) = 22.15, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0$$

Linearyzacja globalna nieliniowego modelu powyższego obwodu elektrycznego została przedstawiona w pracy [11]. Zastosowanie wariantu uogólnionego linearyzacji globalnej doprowadziło do następującego liniowego przybliżenia:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_6 & -(a_4 - a_3) & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{g}_1(x, u) \\ \bar{g}_2(x, u) \\ \bar{g}_3(x, u) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$z_1(0) = V_{p,b}, z_2(0) = -a_1 e^{aV_{p,b}}, z_3(0) = a_3 V_{p,b}$$

gdzie funkcje  $\bar{g}_1, \bar{g}_2, \bar{g}_3$  są nowymi wymuszeniami [11].

Równania stanu (13) i (14) rozwiązano numerycznie metodą Rungego-Kutty IV rzędu ze stałym krokiem całkowania oraz porównano z rozwiązaniem równania nieliniowego (11), wyznaczając wartości kryteriów cząstkowych i w konsekwencji kryterium globalnego dla każdej z metod linearyzacji. Wyniki przedstawione są w tabeli 1:

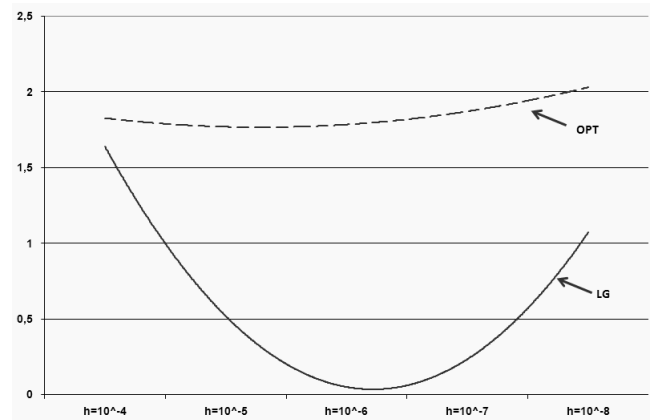
Tab. 1. Porównanie dwóch metod linearyzacji na podstawie zdefiniowanych kryteriów

Tab. 1. Comparison of both linearisation methods based on the defined criteria

l	Dokładność		Koszt		...
	GL	OPT	GL	OPT	
$h = 10^{-7} s$	1,732	1,732	0,03078	0,00068	...
$h = 10^{-8} s$	0,0824	1,732	0,04509	0,00147	
$h = 10^{-9} s$	0,0081	1,732	0,06378	0,01044	
$h = 10^{-10} s$	0,0008	1,732	0,15268	0,1001	
$h = 10^{-11} s$	0,0007	1,732	1	1	

...	Złożoność		Użyteczność		Kryterium globalne	
	GL	OPT	GL	OPT	GL	OPT
	0,2	0,1	0,1	0,5	<b>1,7466</b>	<b>1,8055</b>
	0,2	0,1	0,1	0,5	<b>0,2356</b>	<b>1,8055</b>
	0,2	0,1	0,1	0,5	<b>0,2325</b>	<b>1,8055</b>
	0,2	0,1	0,1	0,5	<b>0,2707</b>	<b>1,8083</b>
	0,2	0,1	0,1	0,5	<b>1,0247</b>	<b>2,0639</b>

Należy odnotować, że wartości kryteriów cząstkowych określających złożoność procesu linearyzacji oraz użyteczność metody dla stabilizacji oraz syntezy zostały określone *a priori* na podstawie wyników dotychczasowych prac. Przedstawione na rys. 3 porównanie globalnego kryterium dla obu metod pozwala jednoznacznie określić, która metoda lepiej nadaje się dla badanego przykładu oraz jaki zakres kroku całkowania pozwala uzyskać optymalne rezultaty. Dla lepszego zobrazowania charakteru zmian wartości dyskretne globalnego kryterium zostały zaproksymowane wielomianem drugiego stopnia.



Rys. 3. Porównanie dwóch metod linearyzacji na podstawie globalnego kryterium  
Fig. 3. Comparison of both linearisation methods based on the global criterion

## 6. Wnioski

Z porównania obu metod wynika, że dla każdej z badanych wartości kroku całkowania metoda linearyzacji globalnej daje lepsze rezultaty niż linearyzacja optymalna. Zakres zmian kroku całkowania uwarunkowany jest tym, że dla  $h > 10^{-7} s$  rozwiązanie uzyskane za pomocą linearyzacji globalnej rozbiega się, a dla  $h < 10^{-11} s$  koszt obliczeń rośnie liniowo, nie dając jednocześnie spodziewanej poprawy dokładności. W toku dalszych prac należy rozważyć dokładniejszy sposób określenia wartości kryteriów cząstkowych trzeciego oraz czwartego, opisującego złożoność procesu linearyzacji oraz zdolność do stabilizacji oraz syntezy.

Autor pragnie podziękować prof. Andrzejowi Jordanowi za poświęcony czas i cenne uwagi w toku pracy nad niniejszym artykułem. Pracę wykonano w ramach pracy statutowej nr S/WE/3/08.

## 7. Literatura

- [1] Kaczorek T., Dzieliński A., Dąbrowski W., Łopata R.: Podstawy teorii sterowania. WNT, Warszawa, 2004.
- [2] Kaczorek T.: Teoria sterowania i systemów. PWN, Warszawa, 1999.
- [3] Jordan A. et al: Optimal linearization of non-linear state equations. Rairo-Automatique, System Analysis and Control, Vol.21, No 2, pp.263-271, 1987.
- [4] Jordan A. et al: Optimal linearization method applied to the resolution of non-linear state equations. Rairo-Automatique, System Analysis and Control, Vol.21, No 2, pp.175-185, 1987.
- [5] Isidori A.: Nonlinear Control Systems. Springer Verlag, 1995.
- [6] Marino R., Tomei P.: Nonlinear Control Design – geometric, adaptive, robust, Prentice Hall, 1995.
- [7] Jordan A., Kaczorek T., Myszkowski P.: Linearyzacja nieliniowych równań różniczkowych. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok, 2007.
- [8] Krupowicz A.: Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych. PWN, Warszawa, 1986.
- [9] Papadimitriou Ch. H.: Złożoność obliczeniowa. WNT, Warszawa, 2002.
- [10] Kaczorek T., Jordan A., Forenc J.: Global linearization of a non-linear model of a DC driver system. The second Grant Conference, Polish Japanese Institute of Information Technology, pp. 7-16, Warsaw 2002.
- [11] Myszkowski P.: The change of state variables in global linearization of non-linear state equation. PARELEC'2006, International Symposium on Parallel Computing in Electrical Engineering, Białystok, Poland, September 13-17, 2006, IEEE Computer Society, Los Alamitos, str. 454-460, 2006.