

Bogusław BUTRYŁO

POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA, WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

Metody wyznaczania składowej dyspersyjnej w analizie propagacji szerokopasmowych impulsów elektromagnetycznych

Dr inż. Bogusław BUTRYŁO

Adiunkt na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej. Zajmuje się problematyką szerokopasmowej analizy pól elektromagnetycznych w układach złożonych, w tym zawierających materiały o właściwościach dyspersyjnych. Badania dotyczą sformułowania i realizacji metody elementów skończonych i różnic skończonych w dziedzinie czasu oraz zastosowania systemów wielokomputerowych i metod przetwarzania rozproszonego w analizie pól elektromagnetycznych.



e-mail: b.butrylo@pb.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono metodę analizy pól elektromagnetycznych w układach zawierających materiały dyspersyjne. Rozpatrzono wpływ zmiany rzędu wielomianu aproksymującego zmiany pola oraz wielkości kroku całkowania numerycznego na precyzję i stabilność szerokopasmowego algorytmu metody elementów skończonych.

Słowa kluczowe: materiały dyspersyjne, szerokopasmowa metoda elementów skończonych, rekurencyjne algorytmy spłotowe, szerokopasmowe sygnały elektromagnetyczne.

Estimation of the dispersive component in numerical analysis of broadband electromagnetic pulses

Abstract

The paper deals with broadband formulation of the finite element time domain (FETD) method. The presented version of the FETD algorithm is based on the second order wave equation. The dispersive properties of materials are taken into account by step-by-step, recursive evaluation of the convolution integral. The resonance absorption of the analyzed materials is described by a linear combination of the complex Lorentz kernels shifted in the frequency domain. The presented, unified formulation of the recursive convolution scheme is based on the local, polynomial approximation of the electromagnetic waveform. A validation example for the algorithm is provided for a generic semi-cylinder component made of nondispersive material. It is coated by a thin layer dispersive, narrowband dielectric. The accuracy and computational cost of the presented multi-step algorithm are examined. The transient state simulation results depend on the approximation scheme order and the assumed time step size.

Keywords: dispersive materials, broadband finite element method, recursive convolution, ultra broadband electromagnetic waveforms.

1. Wstęp

Dobór materiałów konstrukcyjnych jest ważnym czynnikiem w projektowaniu i budowie układów, na które oddziałują szerokopasmowe sygnały elektromagnetyczne [1, 2]. Poprzez kształtowanie właściwości elektrycznych materiałów możliwe jest konstruowanie elementów selektywnie pochłaniających, odbijających oraz zmieniających dynamikę propagującej fali elektromagnetycznej. W ocenie właściwości stosowanych kompozytów strukturalnych i laminatów należy jednak uwzględnić dyspersję elektryczną. Analiza zjawisk związanych z występowaniem dyspersji elektrycznej materiałów wymaga stosowania metod opartych na bezpośredniej analizie równań Maxwella w dziedzinie czasu. W ten sposób można uwzględnić selektywny charakter materiału wąskopasmowego oraz zniekształcenia widma propagujących fal elektromagnetycznych na skutek zmian przenikalności elektrycznej [2, 3].

W artykule przedstawiono w ujęciu algorytmicznym i poddano ocenie różne sposoby odwzorowania dyspersji elektrycznej dielek-

tryków w ramach szerokopasmowego algorytmu metody elementów skończonych (ang. finite element time domain method, FETD). W prowadzonych pracach wyznaczono uogólnione sformułowanie rekurencyjne tej części. Poddano dyskusji właściwości metody w zależności od przyjętych warunków wykonywania obliczeń szerokopasmowych. Otrzymany szerokopasmowy algorytm jest rzędu drugiego. Liczba pamiętanych chwilowych rozkładów pola pozostaje taka sama, jak w klasycznym sformułowaniu FETD [4]. Ocenę właściwości przedstawionej metod sformułowano na przykładzie elementu pokrytego cienką warstwą dielektryka dyspersyjnego o charakterystyce wąskopasmowej.

2. Szerokopasmowy schemat metody FETD

Zjawiska elektromagnetyczne (EM) w rozpatrywanych zagadnieniach są charakteryzowane równaniem falowym z uwzględnieniem tłumienia i dyspersji materiałów o właściwościach liniowych, izotropowych

$$\varepsilon_0 \varepsilon_\infty \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \varepsilon_0 \sum_{m=1}^M \frac{\partial^2 (\chi_m * \mathbf{E})}{\partial t^2} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (1)$$

Ze względu na analizę w zakresie wielkich częstotliwości, przenikalność magnetyczna μ oraz statyczna przewodność elektryczna σ analizowanych materiałów pozostają stałe ($\mu \approx 1$) [1, 5]. Zgodnie z równaniem (1), przy obliczaniu rozkładu natężenia pola elektrycznego $\mathbf{E}(t)$ zastosowano dekompozycję widmową przenikalności elektrycznej [6]. W opisie właściwości elektrycznych wyróżniono względną przenikalność deformacyjną ε_∞ i M czynników podatności elektrycznej χ_m , które charakteryzują odpowiednio część stałą oraz zmiany przenikalności w różnych zakresach częstotliwości. Wartość ε_∞ opisuje zjawiska polaryzacji, których dynamika wykracza poza zakres prowadzonej analizy, m.in. polaryzację atomową i elektronową materiałów. W pracach rozpatrywano materiały, w których występuje dyspersja anomalna i rezonansowe pochłanianie fal elektromagnetycznych. Podatność χ_m jest reprezentowana w tym przypadku za pomocą modelu Lorentza [5]

$$\chi_m(t) = F^{-1} \left\{ \underline{\chi}_{L,m}(\omega) \right\} = F^{-1} \left\{ \frac{\Delta \varepsilon_m \omega_{0,m}^2}{\omega_{0,m}^2 + j\omega v_m - \omega^2} \right\}, \quad (2)$$

w którym wartości pulsacji drgań własnych $\omega_{0,m}$ oraz stałej tłumienia materiału v_m spełniają warunek $\omega_{0,m} > v_m/2$. Dekrement podatności $\Delta \varepsilon_m$ charakteryzuje udział czynnika o indeksie $m=1, 2, \dots, M$ w zmianach przenikalności elektrycznej w wybranym paśmie częstotliwości.

Opracowany algorytm metody elementów skończonych (MES) bazuje na wykorzystaniu form Whitney'a rzędu pierwszego $W^1 = H\{\nabla \times, \Omega\}$ [7]. Na etapie semidyskretyzacji zagadnienia, do opisu pola elektromagnetycznego zastosowano elementy krawędziowe stopnia zerowego. W tym przypadku liczba stopni swobody N_{DOF} jest równa liczbie krawędzi w modelu MES. Geometria analizowanych układów była przybliżana elementami czterosiecznymi [4, 7]. Po zastosowaniu w odniesieniu do równania (1) metody Galerkinia i złożeniu elementarnych macierzy wyznaczonych dla kolejnych czworokątów, otrzymuje się zwyczajne równanie różniczkowe opisujące dynamikę zjawisk w układzie

$$\mathbf{T} \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} + \sum_{m=1}^M \mathbf{U} \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{c}_m(t) + \mathbf{R} \frac{d\mathbf{E}}{dt} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (3)$$

Wyrazy w poszczególnych macierzach są opisane zależnościami

$$\begin{bmatrix} t_{ij} \\ u_{ij} \\ r_{ij} \\ s_{ij} \end{bmatrix} = \int_{V_c} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon_\infty & 0 \\ \varepsilon_0 & 0 \\ \sigma & 0 \\ 0 & 1/\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{w}_j \\ (\nabla \times \mathbf{w}_i) \cdot (\nabla \times \mathbf{w}_j) \end{bmatrix} dV, \quad (4)$$

przy czym \mathbf{w}_i i \mathbf{w}_j to wektorowe funkcje bazowe określone dla krawędzi o numerach $i, j = 1, \dots, N_{DOF}$ [4, 7]. Dyskretyzację czasową równania (3) uzyskano w wyniku zastosowania bezwarunkowo stabilnej metody Newmarka. Zmiany kolejnych składowych spłotu $\mathbf{c}_m(t)$ opisano za pomocą warunkowo stabilnej, jawnej metody Eulera [6, 8].

3. Sformułowanie części dyspersyjnej

Uzyskanie miarodajnych wyników analizy oraz poprawne konstruowanie elementów zawierających struktury dyspersyjne zależy w istotnym stopniu od sposobu wyznaczania chwilowych zmian pola na skutek dyspersji materiału $\mathbf{c}_m(t) = \chi_m * \mathbf{E}(t)$, $\dim(\mathbf{c}_m) = \dim(\mathbf{E}) = N_{DOF}$. Sformułowanie prezentowane w [6] ogranicza się do materiałów szerokopasmowych, opisanych modelem relaksacyjnym oraz uwzględnienia przy liczeniu $\mathbf{c}_m(t)$ schematu PLRC (ang. *piece-wise linear recursive convolution*). Przedstawione rozszerzone sformułowanie metody umożliwiła ocenę innych metod wyznaczania części dyspersyjnej w ramach algorytmu FETD oraz określenie warunków ich właściwego wykonania. W obliczeniach zastosowano rozszerzoną postać modelu Lorentza (2), w której podatność materiału jest opisana funkcją zespoloną w dziedzinie czasu

$$\chi_m(t) = \frac{-j\Delta\varepsilon_m\omega_{0,m}^2}{\omega_{0,m}^2 - 0,25v_m^2} e^{-\left(0,5v_m - j\sqrt{\omega_{0,m}^2 - 0,25v_m^2}\right)t} = \underline{\chi}_m e^{-\underline{\theta}_m t}. \quad (5)$$

Z tego powodu zmiany w dziedzinie czasu czynnika związanego z dyspersją materiału są charakteryzowane spłotem zespolonym $\underline{\mathbf{c}}_m(t)$, przy czym wartość oczekiwana czynnika, do podstawienia w (3), jest ujęta w części rzeczywistej liczonego wyrażenia

$$\mathbf{c}_m(t) = \text{Re}\{\underline{\mathbf{c}}_m(t)\} = \text{Re}\left\{\int_0^{n\Delta t} \underline{\chi}_m(n\Delta t - \tau) \cdot \mathbf{E}(\tau) d\tau\right\}. \quad (6)$$

Przy formułowaniu schematu rekurencyjnego rozpatrzono metody aproksymacji zmian pola wielomianami co najwyżej rzędu drugiego

$$\mathbf{E}(\kappa) = \mathbf{E}_n + a_1\kappa(\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{E}_n) + a_2\kappa^2(\mathbf{E}_{n+1} - 2\mathbf{E}_n + \mathbf{E}_{n-1}), \quad (7)$$

określonymi lokalnie i tworzonymi na podstawie chwilowych, dyskretnych rozkładów pola $\{\mathbf{E}_{n+1}, \mathbf{E}_n, \mathbf{E}_{n-1}\}$ w kolejnych iteracjach $t = n\Delta t$. Parametr $\kappa = (t - n\Delta t)/\Delta t$ to względny czas, liczony lokalnie w ramach jednego kroku algorytmu $t \in (n\Delta t, (n+1)\Delta t)$. Postać wielomianu może być zmieniana przez dobranie wartości współczynników a_1 i a_2 . Po podstawieniu równań (5) i (7) do (6), podzieleniu przedziału całkowania oraz wykonaniu przekształceń związanych z bezpośrednim, analitycznym obliczeniem wartości całki, otrzymuje się uogólnioną zależność rekurencyjną

$$\underline{\mathbf{c}}_{m,n+1} = \underline{\mathbf{c}}_{m,n} e^{-\underline{\theta}_m \Delta t} + \underline{d}_1 \mathbf{E}_{n+1} + \underline{d}_2 \mathbf{E}_n + \underline{d}_3 \mathbf{E}_{n-1}. \quad (8)$$

Wartości współczynników $\underline{d}_1, \underline{d}_2, \underline{d}_3$ wynikają z przyjętej metody aproksymacji zmian pola (7), zaś $\underline{\mathbf{c}}_{m,n} = \underline{\mathbf{c}}_m(n\Delta t)$. Chwilowa wartość rozkładu wektora $\underline{\mathbf{c}}_m$ w analizowanym układzie jest kombinacją liniową wcześniejszego rozkładu tego czynnika oraz wartości rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego w kolejnych itera-

jach. W tabeli 1 przedstawiono wartości współczynników dla dwóch, najprostszyc wariantów aproksymacji (w obu przypadkach $\underline{d}_3 = 0$). Inne warianty w tym również stosowana dalej metoda aproksymacji parabolicznej (przy $a_1 = a_2 = 0,5$), prowadzą do złożonych zależności ($\underline{d}_1, \underline{d}_2, \underline{d}_3 \neq 0$), których prezentacja wykracza poza ramy niniejszej publikacji. Wskazana wcześniej metoda PLRC jest jednym z możliwych wariantów otrzymanego, uogólnionego sformułowania, realizowanym w przypadku gdy $a_1 = 1$ i $a_2 = 0$.

Tab. 1. Współczynniki rozwinięcia rekurencyjnego spłotu (8) i (9)

Tab. 1. Coefficients of the recursive convolution scheme (8) and (9)

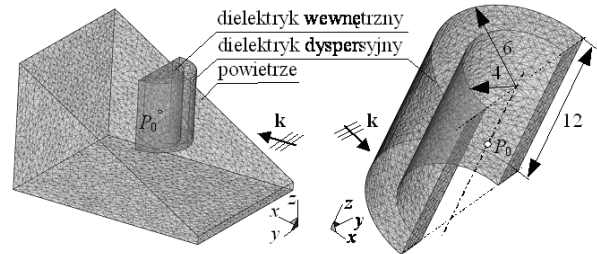
	$a_1=0, a_2=0$	$a_1=1, a_2=0$
\underline{d}_1	0	$\underline{\Phi}_m \underline{\theta}_m^{-1} \cdot (1 - \underline{\theta}_m^{-1} \Delta t)^{-1} \cdot (1 - \exp(-\underline{\theta}_m \Delta t))$
\underline{d}_2	$\underline{\Phi}_m \underline{\theta}_m^{-1} \cdot (1 - \exp(-\underline{\theta}_m \Delta t))$	$\underline{\Phi}_m \underline{\theta}_m^{-1} \cdot (\underline{\theta}_m^{-1} \Delta t)^{-1} \cdot (1 + \underline{\theta}_m^{-1} \Delta t) \cdot \exp(-\underline{\theta}_m \Delta t)$

Po zastosowaniu metody różnic centralnych Eulera i podstawieniu (8), uwzględnienie zmian pola na skutek dyspersji materiału wymaga podstawienia do (3) zależności

$$\nabla \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{c}_m(t) \equiv \frac{1}{\Delta t^2} \text{Re}\left\{\left(e^{-\underline{\theta}_m \Delta t} - 2\right) \cdot \underline{\mathbf{c}}_{m,n} + \underline{\mathbf{c}}_{m,n-1} + \underline{d}_1 \mathbf{E}_{n+1} + \underline{d}_2 \mathbf{E}_n + \underline{d}_3 \mathbf{E}_{n-1}\right\}. \quad (9)$$

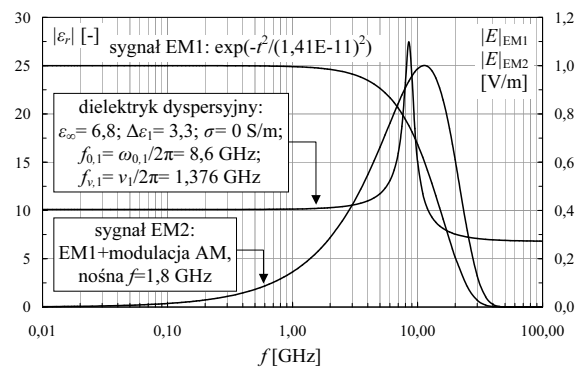
4. Właściwości metody

Ocenę właściwości prezentowanej metody przeprowadzono na przykładzie elementu w kształcie półwałca, pokrytego cienką warstwą dielektryka dyspersyjnego o charakterystyce wąskopasmowej (rys. 1).



Rys. 1. Fragment modelu MES analizowanego elementu cienkowarstwowego z dielektrykiem dyspersyjnym: widok modelu z warstwą powietrza (z lewej strony) oraz element i jego wymiary (z prawej strony)

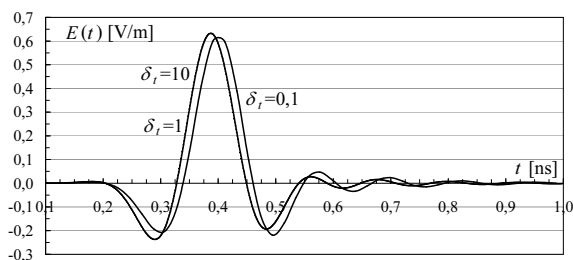
Fig. 1. A part of the FEM model of the analyzed thin-layer component made of Lorentzian dielectric: (left) an isometric view with a surrounded air, (right) the element and its dimensions



Rys. 2. Charakterystyka widmowa przenikalności elektrycznej rozpatrywanego materiału dyspersyjnego oraz znormalizowane widma amplitudowe oddziaływających sygnałów elektromagnetycznych

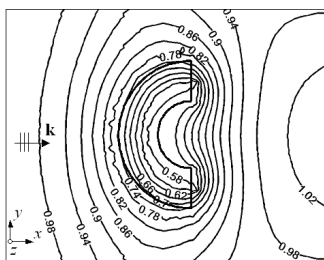
Fig. 2. Frequency dependent dielectric properties of the specified dispersive material and the normalized amplitude spectrum of the incident EM waves

Materiał kompozytowy tworzący zewnętrzną powłokę posiada właściwości selektywnego pochłaniania fal elektromagnetycznych, dzięki czemu może być on stosowany w ekranowaniu pól. Materiałem bazowym jego struktury jest teflon. W wyniku dodania sproszkowanego aluminium, uzyskano materiał wąskopasmowy (rys. 2), którego przenikalność jest aproksymowana modelem Lorentza rzędu pierwszego ($M=1$) [9]. Grubość warstwy dyspersyjnej w rozpatrywanym elemencie wynosi ok. $0,7\lambda_{max}$, gdzie długość fali λ_{max} odpowiada górnej częstotliwości granicznej oddziałującej fali elektromagnetycznej. W prowadzonych obliczeniach rozpatrzono rozkład pola przy pobudzeniu nieharmoniczną falą płaską EM1 lub EM2 (rys. 2).



Rys. 3. Zmiany natężenia pola elektrycznego w punkcie P_0 (rys. 1) w przypadku obliczeń dokładnych ($\delta_r=10$) i zgrubnych ($\delta_r=0,1$)

Fig. 3. Time variation of the electric field in the P_0 point (Fig. 1) in the fine ($\delta_r=10$) and coarse ($\delta_r=0,1$) case



Rys. 4. Rozkład amplitudy natężenia pola elektrycznego przy pobudzeniu falą EM1 ($\delta_r=1$, przekrój modelu w płaszczyźnie XY, przy $z=\text{const}=z_{p0}$)

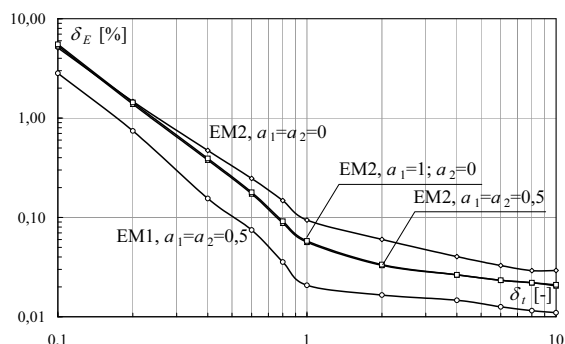
Fig. 4. Distribution of the magnitude of electric field intensity for the EM1 incident wave ($\delta_r=1$, a XY cross section of the model, $z=\text{const}=z_{p0}$)

W prowadzonych obliczeniach rozpatrzono m.in. wpływ zmian kroku czasowego Δt w ramach metody. Za miarę wielkości kroku czasowego przyjęto względną wartość δ_t , liczoną jako iloraz wielkości kroku całkowania numerycznego Δt_{CFL} wyznaczanego z kryterium Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) do wartości kroku Δt zastosowanego w obliczeniach. Przy określaniu wartości Δt_{CFL} uwzględnia się konstrukcję siatki MES i właściwości materiałów konstrukcyjnych [4]. Wśród rozpatrywanych wariantów można wyróżnić skrajne przypadki: szybkie, zgrubne obliczenia pola (np. $\delta_t=0,1$) przydatne przy optymalizacji konstrukcji oraz precyzyjne, wymagane w analizie struktur materiałowych (np. $\delta_t=10$).

Zmiany wielkości kroku czasowego przy liczeniu splotu nie powodują znaczących błędów w określeniu maksymalnych wartości pola (rys. 3). Błąd wyznaczenia wartości maksymalnej nie przekracza 1,8%. Rozkład amplitudy natężenia pola elektrycznego (rys. 4) charakteryzujący właściwości elementu w stanach ustalonych, nie wykazuje istotnych ilościowych różnic. Ocena właściwości elementu pod względem jego zdolności do odbijania i pochłaniania fal elektromagnetycznych może być zatem realizowana z dużym krokiem. Próby wykonane po zastąpieniu schematu Newmarka warunkowo stabilnym algorytmem różnic centralnych wykazały, że maksymalna wielkość kroku czasowego istotnie zależy od modelu materiału dyspersyjnego i wartości dekrementu przenikalności $\Delta\epsilon_m$.

Zmniejszenie wartości δ_t ma jednak wpływ na ocenę dynamiki zjawisk elektromagnetycznych w układzie (rys. 3). Zniekształcenie chwilowych rozkładów pola wynika z pogorszenia precyzji obliczeń części dyspersyjnej w ramach algorytmu szerokopasmowego.

Sposób aproksymacji zmian pola i wartość δ_t mają istotny wpływ na precyzję z jaką określa się zmiany prędkości propagacji, opóźnienie fazowe i selektywność tłumienia poszczególnych harmonicznych w materiale. Maksymalny błąd w ocenie chwilowych rozkładów pola sięga 6% (rys. 5). Jego wartość zwiększa się w przypadku wymuszeń pola o mniejszej wartości granicznej długości fali λ_{max} (np. EM2). Zastosowanie metod wyższych rzędów (np. przy $a_1=a_2=0,5$) pozwala na zwiększenie kroku czasowego Δt , ograniczenie błędów obliczania wartości splotu i zachowanie dokładności określenia dynamiki zjawisk w układzie.



Rys. 5. Względny błąd amplitudy obliczonego rozkładu pola w zależności od wartości względnego kroku całkowania numerycznego

Fig. 5. The relative error of the calculated EM field magnitude vs. the relative time step

5. Podsumowanie

Analiza propagacji sygnałów elektromagnetycznych w materiałach o złożonej charakterystyce dyspersji wymaga uwzględnienia zmienności parametrów materiałowych. Przy zastosowaniu prezentowanego uogólnionego sformułowania części dyspersyjnej, otrzymuje się wielokrokový, szerokopasmowy schemat FETD. Dzięki temu możliwa jest analiza zjawisk dyspersyjnych w przypadku szerokopasmowych wymuszeń pola, w tym przy oddziaływaniu sygnałów modulowanych.

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego S/WE/3/08.

6. Literatura

- [1] Taya M.: Electronic composites. Cambridge University Press, 2005.
- [2] McVay J., Hoorfar A., Engheta N.: Thin absorbers using space-filling-curve high-impedance surfaces. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, vol. 2A, No 1/2005, pp. 22-25.
- [3] Sang Woo Kima et al.: Electromagnetic shielding properties of soft magnetic powder-polymer composite films for the application to suppress noise in the radio frequency range. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, No 316/2007, pp. 472-474.
- [4] Butryło B., Vollaire C., Nicolas L.: Stability and fidelity of the finite element time domain method with distorted mesh. IEEE Trans. Magn., vol. 40, No 2/2004, pp. 1424-1427.
- [5] Chelkowski A.: Fizyka dielektryków. PWN, 1993.
- [6] Maradei F.: A frequency-dependent WETD formulation for dispersive materials. IEEE Trans. Magn., vol. 37, No 5/2001, pp. 3303-3306.
- [7] Monk P.: Finite element methods for Maxwell's equations. Oxford University Press, 2003.
- [8] Butryło B.: Parallel broadband finite-element time-domain algorithm implemented to dispersive electromagnetic problem. Springer LNCS, vol. 4671, 2007, pp. 119-127.
- [9] Koledintseva M. Y. et al.: Wide-band lorentzian media in the FDTD algorithm. IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 47, No 2, pp. 392-399. 2005.