**Krzysztof NOZDRZYKOWSKI**
AKADEMIA MORSKA W SZCZECINIE

# Wyznaczanie składowych amplitud harmonicznych transformowanego zarysu okrągłości

**Dr inż. Krzysztof NOZDRZYKOWSKI**

Dr inż. Krzysztof Nozdrzykowski jest kierownikiem Zakładu Podstaw Budowy i Eksploatacji Maszyn Instytutu Nauk Podstawowych Technicznych Akademii Morskiej w Szczecinie. Jego działalnością naukową objęte są zagadnienia metrologii, makro- i mikrogeometrii powierzchni ze szczególnym uwzględnieniem pomiarów błędów kształtu i położenia osi cylindrycznych dużych elementów maszyn.

*e-mail: inpt@am.szczecin.pl*

**Streszczenie**

W artykule przedstawione zostały zagadnienia związane z procedurą transformacji i wyznaczania ze zmierzonego zarysu okrągłości parametrów rzeczywistego zarysu okrągłości dla pomiarów części maszyn ustalonych w dwóch pryzmach. Procedura ta jest niezbędna dla prawidłowej oceny rzeczywistego zarysu okrągłości, który podczas pomiarów ulega zniekształceniu z uwagi na występujące przemieszczenia tak bazowanego elementu. Przedstawione zostały podstawy matematyczne tej procedury oraz przykładowe wyniki obliczeń symulacyjnych zrealizowanych w oparciu o opracowaną procedurę transformacji. Uzyskane wyniki potwierdziły poprawność przyjętych założeń, prawidłowość dokonanych przekształceń i słuszność wyprowadzonych zależności.

**Słowa kluczowe**: pomiary zarysów okrągłości, podparcie w pryzmach.

## Determination of harmonic components of transformed shape roundness

**Abstract**

Measurements of geometrical errors of large size machinery parts fixed in V-blocks are belonging to group of reference method measurements. One of the properties of mentioned method is such, that points of contact between shapes of measured detail and V-block are immovable, which causes displacement of based in V-block part. An existing mathematical model, developed for cases of fixing details in the single V-block makes possible to convert the measured shape onto so called transformed real shape and to determine the unknown parameters of estimation measured shape with use the theory of harmonic analysis of roundness shape [1]. The paper presents problems related with procedure of transformation and determination of parameters of real roundness shape basing on measured roundness shape for measurements of large size machinery parts fixed in two V-blocks (e.g. crankshafts or cam shafts). In the paper the mathematical foundations of such procedure were also described. It was proved, that amplitude values of harmonic components for particular indices $n_3$ of measured shape $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ are in dependence on following factors: amplitudes of harmonic components of measured shape $A_{Fn3}$, $B_{Fn3}$, amplitudes of harmonic components of measured shape tangent with shapes of V-blocks $A_{Fn1}$, $B_{Fn1}$, $A_{Fn2}$, $B_{Fn2}$ as well as parameters of measuring system and measured detail (angles $\alpha$ and $\gamma$ and coordinates $l_i$ and $l$) (formulae (12) and (13)). The paper contains also examples of simulation results based on previous developed procedure of transformation. Obtained results confirmed, that assumptions, performed transformations and proven dependencies were correctly.

**Keywords**: shape roundness measurements, V-block support.

## 1. Wprowadzenie

Zgodnie z powszechnie przyjętą teorią matematycznego zapisu zarysu okrągłości cylindrycznych części maszyn (wykorzystującą analizę harmoniczną zarysu okrągłości) dowolny zarys można przedstawić w postaci rozwinięcia funkcji opisującej jego zarys w trygonometryczny szereg Fouriera [1, 2]. Zgodnie więc z tą teorią dla każdego zarysu okrągłości można wyznaczyć określoną liczbę $n$ składowych harmonicznych opisujących ten zarys poprzez wyznaczenie amplitud $C_n$ harmonicznych i ich wzajemnych przesunięć fazowych $n\varphi_n$ lub poprzez wyznaczenie składowych tych amplitud $A_n$, $B_n$. Przyjmując, że zmierzony zarys okrągłości będzie zapisany zależnością:

$$\Delta F\left(\varphi\right)=\sum_{n=1}^{k_3} C_{Fn}\cos n\left(\varphi-\varphi_{Fn}\right) \tag{1}$$

gdzie:

$C_{Fn}$ - amplituda kolejnej $n$-harmonicznej zarysu mierzonego,
$\varphi_{Fn}$ - przesunięcie fazowe kolejnej $n$-harmonicznej zarysu mierzonego.

a następnie rozwijając równanie (1) do postaci:

$$\Delta F\left(\varphi\right)=\sum_{n=1}^{k} C_{Fn}\left(\cos n\varphi\ \cos n\varphi_{Fn}+\sin n\varphi\ \sin n\varphi_{Fn}\right) \tag{2}$$

i ostatecznie zapisując:

$$\Delta F\left(\varphi\right)=\sum_{n=1}^{k} A_{Fn}\cos n\varphi+\sum_{n=1}^{k} B_{Fn}\sin n\varphi \tag{3}$$

gdzie:

$A_{Fn}$, $B_{Fn}$ - składowe amplitudy kolejnej $n$-harmonicznej zarysu mierzonego,

to obowiązujące w tym zakresie do wyznaczenia poszczególnych parametrów, są następujące zależności używane powszechnie w obliczeniach numerycznych [1]:

- składowe amplitud poszczególnych harmonicznych

$$A_{F_n}=\frac{2}{n_p}\sum_{p=1}^{n_p} y_p\cos n\frac{2\pi p}{n_p} \tag{4}$$

$$B_{F_n}=\frac{2}{n_p}\sum_{p=1}^{n_p} y_p\sin n\frac{2\pi p}{n_p} \tag{5}$$

gdzie:

$y_p$ – zdyskretyzowane wartości funkcji $\Delta F(\varphi)$,
$n_p$ – liczba przedziałów przyjętych do dyskretyzacji,
$n$ – numer kolejnej harmonicznej.

- amplitudy poszczególnych harmonicznych

$$C_{F_n}=\sqrt{A_{F_n}^2+B_{F_n}^2} \tag{6}$$

- presuniecie fazowe kolejnych harmonicznych

$$\operatorname{tg} n\varphi_{F_n}=\frac{B_{F_n}}{A_{F_n}} \tag{7}$$

Odniesieniowe pomiary zarysów okrągłości do których należą pomiary w pryzmach charakteryzują się tym, iż zmierzony zarys okrągłości $\Delta F(\varphi)$ różni się w większym lub mniejszym stopniu od jego zarysu rzeczywistego $\Delta R(\varphi)$. Opracowane modele matematyczne dla pomiarów jednopryzmowych pozwalają jednak na transformację zmierzonego zarysu okrągłości $\Delta F(\varphi)$ na zarys przekształcony rzeczywisty $\Delta R_p(\varphi)$. Tak więc składowe amplitud $A_{Rn}$, $B_{Rn}$ zarysu rzeczywistego $\Delta R_p(\varphi)$ wyrazić można za pomocą składowych amplitud $A_{Fn}$, $B_{Fn}$ zarysu zmierzonego $\Delta F(\varphi)$ oraz parametrów metody czyli kątów $\alpha$ i $\gamma$ (kąt $\alpha$ jest to kąt określający usytuowanie trzpienia pomiarowego czujnika względem przyjętego układu współrzędnych, kąt $\gamma$ jest to kąt określający usytuowanie tzw. stałych punktów podparcia).

Do wyznaczania poszczególnych parametrów opisujących zmierzony zarys okrągłości mogą być wykorzystywane obecnie gotowe programy obliczeniowe. Realizacja obliczeń w oparciu o opracowane programy, w których do wyznaczania przesunięcia fazowego zastosowana będzie funkcja tangens (zależności 4, 5 i 7) nie zawsze daje jednoznaczne wyniki, bowiem funkcja tangens ma okres powtarzalności $\pi$. Poprawność tych obliczeń jest trudna do zweryfikowania gdy zależność funkcyjna opisująca zarys okrągłości zapisana będzie w postaci składowych harmonicznych o przesunięciach fazowych w zakresie $2\pi$. Dla poprawnej realizacji obliczeń konieczna jest znajomość zależności zmian wartości składowych amplitud poszczególnych harmonicznych, od zmian wartości parametrów wpływających związanych zależnością funkcyjną ze składowymi $A_{Fn}$, $B_{Fn}$. Uwzględnienie wartości i poprawna interpretacja znaku składowych $A_{Fn}$ i $B_{Fn}$ amplitud harmonicznych przy wyznaczaniu ich wzajemnych przesunięć fazowych (zweryfikowana w oparciu o funkcję sinus lub cosinus kąta $n\varphi_{Fn}$) pozwala uzyskać w rezultacie prawidłowe i jednoznaczne wyniki obliczeń poszukiwanych parametrów ocenianego zarysu okrągłości.

## 2. Podstawy teoretyczne wyznaczania składowych amplitud harmonicznych transformowanego zarysu okrągłości dla pomiarów dwupryzmowych

Dla odniesieniowych pomiarów zarysu okrągłości realizowanych w dwóch pryzmach, zmierzony zarys zapisać można w następującej postaci [3]:

$$\begin{aligned}\Delta F_3(\varphi) = {} & \sum_{n_3=2}^{k_3} C_{Rn_3} \cos n_3(\varphi - \varphi_{Rn3}) + e\cos(\varphi + \omega) + \\ & \left\{ \sum_{n_1=2}^{k_1} C_{Rn_1} \cos n_1\left(\varphi + \pi - \alpha + \gamma - \varphi_{Rn1}\right) \frac{\sin(\gamma + \alpha)}{\sin 2\gamma} + \right. \\ & \left. - \sum_{n_1=2}^{k_1} C_{Rn_1} \cos n_1\left(\varphi - \alpha - \gamma - \varphi_{Rn1}\right) \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin 2\gamma} \right\} \frac{l_i}{l} + \\ & + \left\{ \sum_{n_2=2}^{k_2} C_{Rn_2} \cos n_2\left(\varphi + \pi - \alpha + \gamma - \varphi_{Rn2}\right) \frac{\sin(\gamma + \alpha)}{\sin 2\gamma} + \right. \\ & \left. - \sum_{n_2=2}^{k_2} C_{Rn_2} \cos n_1\left(\varphi - \alpha - \gamma - \varphi_{Rn2}\right) \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin 2\gamma} \right\} \frac{(l - l_i)}{l}\end{aligned} \tag{8}$$

Jednocześnie można też zapisać, że:

$$\Delta F_3(\varphi) = \sum_{n_3=1}^{k_3} C_{Fn_3} \cdot \cos n_3\left(\varphi - \varphi_{Fn_3}\right) \tag{9}$$

Porównując równia (8) i (9) oraz dokonując ich rozwinięcia i kolejno przekształcając, wykazano iż można wyznaczyć składowe amplitud poszczególnych harmonicznych zarysu przekształconego rzeczywistego $\Delta R_3(\varphi)$ przy znanych wartościach składowych amplitud harmonicznych zarysu zmierzonego $\Delta F_3(\varphi)$, składowych amplitud harmonicznych zarysów przekształconych rzeczywistych $\Delta R_{p1}(\varphi)$, $\Delta R_{p2}(\varphi)$ (wynikających ze znanych wcześniej zmierzonych zarysów okrągłości stykających się z tworzącymi pryzm ustalających $\Delta F_1(\varphi)$, $\Delta F_2(\varphi)$), parametrów układu pomiarowego (kąty $\alpha$ i $\gamma$) oraz parametrów obiektu mierzonego (współrzędne $l_i$ i $l$). Składowe te wyrażone w postaci zależności funkcyjnych można zapisać następująco [3]:

$$A_{Rn3} = f\left(A_{Fn3}, A_{Fn2}, A_{Fn1}, B_{Fn2}, B_{Fn1}, M_n, N_n, l_i, l\right) \tag{10}$$

$$B_{Rn3} = f\left(A_{Fn2}, A_{Fn1}, B_{Fn3}, B_{Fn2}, B_{Fn1}, M_n, N_n, l_i, l\right) \tag{11}$$

Natomiast przyjęta ostatecznie do obliczeń weryfikacyjnych postać zależności umożliwiających wyliczenie składowych amplitud poszczególnych harmonicznych $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ poszukiwanego zarysu rzeczywistego $\Delta R_3(\varphi)$ zapisać można w postaci następujących zależności:

$$\begin{aligned}A_{Rn3} = {} & A_{Fn3} - A_{Fn2} + (A_{Fn2} - A_{Fn1})\frac{l_i}{l} - \left[\frac{B_{Fn_2} N_n - A_{Fn_2} M_n}{M_n^2 + N_n^2}\right] + \\ & + \left[\frac{(B_{Fn_2} - B_{Fn_1}) N_n - (A_{Fn_2} - A_{Fn_1}) M_n}{M_n^2 + N_n^2}\right]\frac{l_i}{l}\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}B_{Rn3} = {} & B_{Fn3} - B_{Fn2} + (B_{Fn2} - B_{Fn1})\frac{l_i}{l} + \left[\frac{B_{Fn_2} M_n + A_{Fn_2} N_n}{M_n^2 + N_n^2}\right] + \\ & + \left[\frac{(B_{Fn1} - B_{Fn_2}) M_n + (A_{Fn_1} - A_{Fn_2}) N_n}{M_n^2 + N_n^2}\right]\frac{l_i}{l}\end{aligned} \tag{13}$$

Przy czym składowe $M_n$ i $N_n$ zależne są od parametrów metody czyli kątów $\alpha$ i $\gamma$.

## 3. Obliczenia weryfikacyjne składowych $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ amplitud harmonicznych zarysu przekształconego rzeczywistego $\Delta R_3(\varphi)$

W celu potwierdzenia poprawności dokonanych przekształceń i transformacji mierzonego zarysu okrągłości na zarys rzeczywisty dla pomiarów realizowanych przy podparciu dwupryzmowym, przeprowadzono symulacyjne obliczenia komputerowe składowych amplitud harmonicznych $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ dla przyjętego określonego zestawu danych wejściowych. Przyjęty zestaw danych wejściowych tworzyły wartości amplitud i przesunięć fazowych składowych harmonicznych zarysów zmierzonych $\Delta F_1(\varphi)$, $\Delta F_2(\varphi)$ i $\Delta F_3(\varphi)$ wyznaczonych wcześniej według programu Matlab. Wcześniej więc dla założonego zestawu przyjętych amplitud $C_{Rn3}$ i ich przesunięć fazowych $\varphi_{Rn3}$ dla $n_3$ - harmonicznych zarysu rzeczywistego $\Delta R_3(\varphi)$ oraz amplitud $C_{Rn1}$, $C_{Rn2}$ i ich przesunięć fazowych $\varphi_{Rn1}$, $\varphi_{Rn2}$ dla $n_1$ i $n_2$ - harmonicznych rzeczywistych zarysów $\Delta R_1(\varphi)$, $\Delta R_2(\varphi)$ stykających się z tworzącymi pryzm ustalających zapisano funkcje $\Delta F_1(\varphi)$, $\Delta F_2(\varphi)$ [1] oraz $\Delta F_3(\varphi)$ (zależność (8)) ich zarysów zmierzonych. Funkcje te następnie rozwinięto kolejno w szereg Fouriera wyznaczając w ten sposób amplitudy $C_{Fn1}$, $C_{Fn2}$, $C_{Fn3}$ i przesunięcia fazowe $\varphi_{Fn1}$, $\varphi_{Fn2}$, $\varphi_{Fn3}$. Obliczenia te stanowiły podstawę do wyznaczenia składowych $A_{Fn1}$, $B_{Fn1}$, $A_{Fn2}$, $B_{Fn2}$ oraz $A_{Fn3}$, $B_{Fn3}$, w oparciu o które zrealizowano obliczenia weryfikacyjne składowych $A_{Rpn3}$, $B_{Rpn3}$ (zgodnie z zależnościami (12) i (13)). Wyliczone w ten sposób wartości składowych $A_{Rpn3}$, $B_{Rpn3}$ odpowiadały założonym wartościom składowych $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ co potwierdziło poprawność przyjętych założeń, prawidłowość dokonanych przekształceń i słuszność wyprowadzonych zależności.

W tabeli 1 przedstawiono przykładowy zestaw danych wejściowych przyjętych do obliczeń weryfikacyjnych oraz wyniki obliczeń składowych $A_{Rpn3}$, $B_{Rpn3}$. W kolumnach oznaczonych jako $\Delta F_1(\varphi)$, $\Delta F_2(\varphi)$, $\Delta F_3(\varphi)$ zamieszczone są wartości amplitud $C_{Fn1}$, $C_{Fn2}$, $C_{Fn3}$ i przesunięć fazowych $n_1\varphi_{F1}$, $n_2\varphi_{F2}$, $n_3\varphi_{F3}$ oraz składowych amplitud $A_{Fn1}$, $B_{Fn1}$, $A_{Fn2}$, $B_{Fn2}$ i $A_{Fn3}$, $B_{Fn3}$ wyliczone według programu Matlab po rozwinięciu tych funkcji w szereg Fouriera (dla harmonicznych w zakresie $n$=2÷15).

Tab. 1. Zestaw przyjętych danych wejściowych oraz wyniki obliczeń symulacyjnych transformacji zarysu zmierzonego $\Delta F_3(\varphi)$ na zarys przekształcony rzeczywisty $\Delta R_{p3}(\varphi)$

Tab. 1. Set of assumed input data and computation results for transformation of measured shape $\Delta F_3(\varphi)$ onto transformed real shape $\Delta R_{p3}(\varphi)$

| Nr harm. | $\Delta R_1(\varphi)$ | | | | $\Delta F_1(\varphi)$ | | | | $\Delta R_2(\varphi)$ | | | | $\Delta F_2(\varphi)$ | | | | $\Delta R_3(\varphi)$ $\Delta R_{p3}(\varphi)$ | | | | $\Delta F_3(\varphi)$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | $C_{R1}$ | $n\varphi_{R1}$ | $A_{R1}$ | $B_{R1}$ | $C_{F1}$ | $n\varphi_{F1}$ | $A_{F1}$ | $B_{F1}$ | $C_{R2}$ | $n\varphi_{R2}$ | $A_{R2}$ | $B_{R2}$ | $C_{F2}$ | $n\varphi_{F2}$ | $A_{F2}$ | $B_{F2}$ | $C_{R3}$ | $n\varphi_{R3}$ | $A_{R3}$ | $B_{R3}$ | $C_{F3}$ | $n\varphi_{F3}$ | $A_{F3}$ | $B_{F3}$ |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 42.0 | 52.4 | | |
| 2 | 28.0 | 14.7 | 27.08 | 7.1 | 45.9 | 17.78 | 43.7 | 14.01 | 12.3 | 10.5 | 12.09 | 2.24 | 20.17 | 13.58 | 19.6 | 4.73 | 35.8 | 5.5 | 35.6 | 3.43 | 47.09 | 9.22 | 46.48 | 7.54 |
| 3 | 18.1 | 44.7 | 12.86 | 12.73 | 15.9 | 24.7 | 14.46 | 6.65 | 22.1 | 36.8 | 17.7 | 13.24 | 19.43 | 16.8 | 18.6 | 5.61 | 26.4 | 38.2 | 20.75 | 16.32 | 23.79 | 22.93 | 21.93 | 9.27 |
| 4 | 30.1 | 93.8 | -1.99 | 30.03 | 29.01 | 131.8 | -19.4 | 21.6 | 10.9 | 63.2 | 4.91 | 9.73 | 10.51 | 101.37 | -2.07 | 10.3 | 14.8 | 86.5 | 0.91 | 14.77 | 15.58 | 129.46 | -9.9 | 12.031 |
| 5 | 2.4 | 14.5 | 2.32 | 0.6 | 4.16 | 344.5 | 4.0 | -1.11 | 3.4 | 19.2 | 3.21 | 1.12 | 5.81 | 349.2 | 5.72 | -1.1 | 6.4 | 26.4 | 5.73 | 2.84 | 8.02 | 5.8 | 7.98 | 0.81 |
| 6 | 1.0 | 232.4 | -0.61 | -0.79 | 1.07 | 298.78 | 0.51 | -0.94 | 2.4 | 120.2 | -1.2 | 2.07 | 2.58 | 186.54 | -2.563 | -0.29 | 3.6 | 112.4 | -1.37 | 3.33 | 2.54 | 135.7 | -1.818 | 1.77 |
| 7 | 6.7 | 37.9 | 5.28 | 4.11 | 11.6 | 7.9 | 11.48 | 1.592 | 4.3 | 80.5 | 0.71 | 4.24 | 7.44 | 50.5 | 4.737 | 5.74 | 5.8 | 48.6 | 3.83 | 4.35 | 9.71 | 26.82 | 8.66 | 4.38 |
| 8 | 2.7 | 246.4 | -1.08 | -2.47 | 2.13 | 286.4 | 0.601 | -2.04 | 3.8 | 230.6 | -2.41 | -2.94 | 3.0 | 270.6 | 0.0314 | -3.00 | 4.2 | 90.5 | -0.037 | 4.2 | 4.814 | 63.75 | 2.128 | 4.318 |
| 9 | 2.6 | 46.0 | 1.8 | 1.87 | 3.5 | 46.0 | 2.43 | 2.52 | 2.1 | 120.1 | -1.05 | 1.817 | 2.83 | 120.1 | -1.42 | 2.453 | 2.1 | 145.2 | -1.72 | 1.194 | 2.52 | 133.24 | -1.73 | 1.836 |
| 10 | 0.9 | 119.5 | -0.44 | 0.78 | 0.71 | 79.5 | 0.13 | 0.695 | 0.9 | 230.5 | -0.57 | -0.69 | 0.71 | 190.5 | -0.695 | -0.13 | 1.6 | 160.5 | -1.50 | 0.535 | 1.62 | 148.0 | -1.37 | 0.86 |
| 11 | 0.4 | 114.6 | -0.16 | 0.36 | 0.69 | 144.6 | -0.562 | 0.4 | 1.6 | 206.0 | -1.41 | -0.7 | 2.77 | 236.0 | -1.554 | -2.3 | 0.8 | 210.1 | -0.69 | -0.4 | 1.67 | 236.97 | -0.91 | -1.4 |
| 12 | 1.1 | 209.1 | -0.96 | -0.53 | 1.18 | 142.75 | -0.936 | 0.717 | 0.6 | 46.0 | 0.417 | 0.43 | 0.65 | 339.7 | 0.603 | -0.23 | 1.4 | 49.2 | 0.917 | 1.06 | 1.52 | 46.66 | 1.044 | 1.1 |
| 13 | 3.1 | 18.2 | 2.94 | 0.96 | 5.37 | 48.2 | 3.575 | 3.984 | 2.5 | 310.5 | 1.62 | -1.9 | 4.33 | 340.5 | 4.07 | -1.44 | 3.6 | 260.3 | -0.606 | -3.55 | 2.45 | 298.85 | 1.18 | -2.146 |
| 14 | 4.3 | 352.1 | 4.26 | -0.59 | 4.14 | 313.92 | 2.876 | -2.99 | 2.6 | 285.0 | 0.67 | -2.51 | 2.51 | 246.82 | -0.988 | -2.30 | 4.8 | 300.5 | 2.434 | -4.133 | 4.96 | 280.19 | 0.877 | -4.88 |
| 15 | 1.7 | 102.3 | -0.36 | 1.66 | 1.49 | 122.3 | -0.797 | 1.263 | 1.0 | 110.8 | -0.36 | 0.935 | 0.88 | 130.8 | -0.575 | 0.666 | 0.6 | 190.4 | -0.59 | -0.106 | 0.98 | 205.51 | -0.88 | -0.422 |

Założone wartości amplitud i przesunięć fazowych zarysów rzeczywistych $\Delta R_1(\varphi)$, $\Delta R_2(\varphi)$, $\Delta R_3(\varphi)$, w oparciu o które dokonano zapisu matematycznego i rozwinięcia funkcji opisujących zarysy zmierzone $\Delta F_1(\varphi)$, $\Delta F_2(\varphi)$ i $\Delta F_3(\varphi)$ zamieszczone są w kolumnach oznaczonych jako $\Delta R_1(\varphi)$, $\Delta R_2(\varphi)$ i $\Delta R_3(\varphi)$. Wyliczone z kolei w oparciu o wzory (12) i (13) wartości składowych amplitud $C_{Rn1}$, $C_{Rn2}$, $C_{Rn3}$ zamieszczone są w kolumnach odpowiadających zarysom rzeczywistym $\Delta R_1(\varphi)$, $\Delta R_2(\varphi)$ i $\Delta R_3(\varphi)$ pod oznaczeniami $A_{Rn1}$, $B_{Rn1}$, $A_{Rn2}$, $B_{Rn2}$ oraz $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$. Stwierdzono iż wyliczone w ten sposób wartości $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ odpowiadają dokładnie wartościom, które otrzymane byłyby w wyniku uwzględnienia zależności (sinus i cosinus kąta $n\varphi_{Rn}$) pomiędzy założonymi wartościami amplitud $C_{Rn1}$, $C_{Rn2}$, $C_{Rn3}$ i ich przesunięciami fazowymi $n_1\varphi_{Rn1}$, $n_2\varphi_{Rn2}$, $n_3\varphi_{Rn3}$. Wyprowadzone zależności matematyczne mają bardzo istotne znaczenie praktyczne, pozwalają bowiem wnioskować, że składowe $A_{Rn3}$, $B_{Rn3}$ dla określonych harmonicznych $n_3$, zależą tylko od składowych $A_{Fn1}$, $B_{Fn1}$, $A_{Fn2}$, $B_{Fn2}$ i $A_{Fn3}$, $B_{Fn3}$ o tych samych numerach harmonicznych $n_1$, $n_2$, $n_3$ oraz parametrów $\alpha$, $\gamma$, $l_i$ i $l$.

Pozwalają więc również po dokonaniu pomiarów zarysów $\Delta F_1(\varphi)$, $\Delta F_2(\varphi)$ i $\Delta F_3(\varphi)$ oraz ich dyskretyzacji a następnie wyznaczeniu składowych $A_{Fn1}$, $B_{Fn1}$, $A_{Fn2}$, $B_{Fn2}$ oraz $A_{Fn3}$ i $B_{Fn3}$ wyznaczyć składowe $A_{Rn3}$ i $B_{Rn3}$ amplitud rzeczywistego zarysu okrągłości $\Delta R_3(\varphi)$ przy znanych parametrach układu pomiarowego oraz obiektu mierzonego ($\alpha$, $\gamma$, $l_i$ i $l$).

## 4. Podsumowanie

Przedstawione w artykule zagadnienia stanowią podstawy transformacji i wyznaczania ze zmierzonego metodą odniesieniową zarysu okrągłości, parametrów rzeczywistego zarysu okrągłości. Procedura ta jest niezbędna dla prawidłowej oceny geometrii cylindrycznych części maszyn, które z uwagi na znaczne gabaryty i masy wymagają ustalenia ich w pryzmach. Opracowany model matematyczny wyznaczanych składowych amplitud $A_{Rn3}$ i $B_{Rn3}$ został zweryfikowany pozytywnie za pomocą symulacyjnych obliczeń w oparciu o autorski program obliczeniowy NKŁN.

## 5. Literatura


[1] Adamczak S.: Odniesieniowe metody pomiaru zarysów okrągłości części maszyn. Monografie, Studia, Rozprawy. Politechnika Świętokrzyska, Kielce 1998r.

[2] Fita S.: Analiza błędów metod pomiaru kształtu przedmiotu o przekroju kołowym. Rozprawa doktorska. Politechnika Wrocławska 1977r.

[3] Nozdrzykowski K.: Nowe ujęcie matematycznego zapisu zarysu okrągłości przy podparciu dwupryzmowym. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr12/2007.



*otrzymano / received: 07.10.2009*

*przyjęto do druku / accepted: 10.11.2009* *artykuł recenzowany*