

Anna SZLACHTA, Adam KOWALCZYK, Grzegorz WILK
POLITECHNIKA RZESZOWSKA, KATEDRA METROLOGII I SYTEMÓW DIAGNOSTYCZNYCH

Badanie dokładności estymacji odpowiedzi impulsowej wykorzystującej warunkowe uśrednianie sygnałów

Dr inż. Anna SZLACHTA

Absolwentka Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej – specjalność aparatura elektroniczna (1995). W 2006 r. uzyskała tytuł doktora nauk technicznych, w dyscyplinie naukowej elektrotechnika, specjalność metrologia elektryczna i elektroniczna. Adiunkt w Katedrze Metrologii i Systemów Diagnostycznych na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zajmuje się zagadnieniami przetwarzania i analizy sygnałów pomiarowych.



e-mail: annasz@prz.edu.pl

Dr hab. inż. Adam KOWALCZYK

Profesor nadzwyczajny Politechniki Rzeszowskiej, Kierownik Katedry Metrologii i Systemów Diagnostycznych. Ukończył specjalność Miernictwo Elektryczne i Przystawki Pomiarowe na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w 1973 roku. Stopień doktora uzyskał w 1983r., a doktora habilitowanego w 1992r. Dyscyplina i specjalności naukowe: elektronika, metrologia elektryczna i elektroniczna, systemy pomiarowe wielkości nieelektrycznych, przetwarzanie sygnałów stochastycznych.



e-mail: kowadam@prz.edu.pl

Mgr inż. Grzegorz WILK

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej – specjalność metrologia i systemy pomiarowe (1995). Obecnie pracownik Katedry Metrologii i Systemów Diagnostycznych Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zajmuje się projektowaniem i eksploatacją elektronicznych układów pomiarowych.



e-mail: gwilk@prz.edu.pl

Streszczenie

Przedstawiono wyniki wybranych badań teoretycznych i eksperymentalnych metody wyznaczania odpowiedzi impulsowej wykorzystującej warunkowe uśrednianie sygnałów. Omówiono wpływ progu inicjującego uśrednianie, pasma częstotliwości testowego szumu białego, skorelowania sygnałów i liczby uśrednionych realizacji na dokładność estymacji odpowiedzi impulsowej.

Słowa kluczowe: warunkowe uśrednianie sygnałów, odpowiedź impulsowa, niepewność estymatora.

Accuracy investigations of impulse response estimation obtained by conditional averaging

Abstract

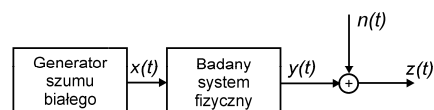
Determination of the linear system impulse response is presented in the paper. The white noise of normal distribution $N(0, \sigma_x)$ and the band limited to low frequencies has been applied as a test signal. The cross conditional averaging of the input and output signal has been performed. The paper describes a method for estimating the impulse response based on conditional averaging. The results of theoretical and practical investigations are given. The influence of the threshold x_p , the frequency band of the test noise signal and the number of averaging M have been considered. The results of algorithm testing with theoretical and practical signals are shown. At the first stage of investigations impulse responses of two systems have been obtained. The parameters of those systems have been known. The signals $x(t)$, $y(t)$ and their characteristics for identification of first order instruments are presented in Figs. 3 and 4. The conditional averaging can also be used for identification of a time delay. The algorithms of conditional averaging have been elaborated and practically realized in the LabVIEW environment.

Keywords: conditional signal averaging, impulse response, estimator uncertainty.

1. Wstęp

W klasycznym podejściu zadanie badania właściwości dynamicznych systemu wg schematu podanego na rys. 1 sprowadza się do wyznaczenia odpowiedzi impulsowej $k(\tau)$ w dziedzinie czasu

lub charakterystyki amplitudowo – częstotliwościowej $|K(j\omega)|$ w dziedzinie częstotliwości. Metodami identyfikacji właściwości dynamicznych w dziedzinie czasu i częstotliwości poświęcono wiele publikacji, w których przedstawiono wyczerpująco zalety i niedostatki tych metod [1, 2, 3].



Rys. 1. Ogólny model identyfikacji systemu fizycznego
Fig. 1. The general model for identification of a physical system

W pracy [4] zaproponowano i opisano metodę wyznaczenia odpowiedzi impulsowej systemu liniowego wykorzystującą charakterystyki probabilistyczne w dziedzinie wartości sygnałów.

Przedstawiona metoda otrzymania estymaty (1) odpowiedzi impulsowej $\hat{k}(\tau)$ systemu liniowego wykorzystuje wyznaczenie warunkowej wartości średniej $\bar{z}(\tau)_{x_p}$ M – fragmentów realizacji sygnału wyjściowego $z_i(t_i + \tau)$ przy warunku, że sygnał wejściowy (szum biały dolnopasmowy w paśmie $0 \dots B_x$) osiąga w chwilach t_i wartość progową $x(t_i) = x_p$:

$$\hat{k}(\tau) = \frac{2B_x}{x_p} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M z_i(t_i + \tau)_{x_p} = \frac{2B_x}{x_p} \bar{z}(\tau)_{x_p}, \quad (1)$$

gdzie: $\bar{z}(\tau)_{x_p}$ – warunkowa wartość średnia.

Względna niepewność tak otrzymanej oceny odpowiedzi impulsowej $\hat{k}(\tau)$ wynosi:

$$u_{rel}\{\hat{k}(\tau)\} = \frac{\sigma_{\hat{k}}(\tau)}{\hat{k}(\tau)} = \frac{\sqrt{1 - \rho_{xy}^2(\tau) + \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_y}\right)^2}}{\sqrt{M} \rho_{xy}(\tau) \cdot \frac{x_p}{\sigma_x}}, \quad (2)$$

gdzie: $\sigma_{\hat{k}}$ – odchylenie standardowe estymatora odpowiedzi impulsowej, $\rho_{xy}(\tau)$ – unormowana funkcja korelacji sygnałów $x(t)$ i $y(t)$, σ_x , σ_y , σ_n – odchylenia standardowe sygnałów $x(t)$, $y(t)$ i $n(t)$, M – liczba uśrednionych realizacji.

Ze wzoru (2) widać, iż w celu zmniejszenia niepewności oceny odpowiedzi impulsowej stosunek $x_p / \sigma_x = v$ powinien być możliwie duży. Jednak zwiększenie tego stosunku powoduje jednocześnie zmniejszenie ilości M uśrednionych realizacji (przy dużym

x_p / σ_x przekroczenie poziomu x_p odbywa się rzadziej), co powoduje zwiększenie niepewności.

Obydwa podane warunki są przeciwstawne i wymagają ustalenia kompromisowej wartości v przy wybranym praktycznym sposobie pomiaru.

2. Wybór progów inicjującego uśrednianie

Dla wejściowego sygnału stochastycznego $x(t)$ o rozkładzie $N(0, \sigma_x)$ z płaską gęstością widmową mocy w paśmie od 0 do B_x średni czas pomiędzy kolejnymi przejściami zadanego poziomu x_p wynosi [1]:

$$\bar{\tau}(x_p) = \frac{\sqrt{3}}{2B_x} e^{\frac{x_p^2}{2\sigma_x^2}}. \quad (3)$$

W układzie pomiarowo – analizującym następuje rejestracja badanych sygnałów $x(t)$ i $z(t)$ o długości T_o , a następnie analizowane są odcinki sygnału $z(t)$ o długości T_r od momentów przekroczenia przez sygnał $x(t)$ poziomu x_p . Podczas analizy każdego odcinka, układ uśredniający nie reaguje na kolejne przekroczenia przez sygnał $x(t)$ poziomu x_p . W czasie obserwacji T_o liczba analizowanych odcinków sygnału $z(t)$ wystąpi średnio M razy:

$$M = \frac{T_o}{T_r + \bar{\tau}(x_p)} = \frac{T_o}{T_r + \frac{\sqrt{3}}{2B_x} e^{\frac{x_p^2}{2\sigma_x^2}}}. \quad (4)$$

Jak wykazano w [4] wpływ addytywnego zakłócenia $n(t)$ na wyjściu jest do pominięcia. Po uwzględnieniu (2) i (4) oraz pominięciu zakłóceń $n(t)$ i wprowadzeniu upraszczających oznaczeń:

$$a = \frac{T_r}{T_o}; \quad b = \frac{\sqrt{3}}{2B_x T_o}; \quad c = \sqrt{\frac{1}{\rho_{xy}^2} - 1}; \quad (5)$$

wyrażenie względnej niepewności estymatora odpowiedzi impulsowej $\hat{k}(\tau)$ przyjmie postać:

$$u_{rel}\{\hat{k}(\tau)\} = \frac{1}{\sigma_x} \sqrt{\frac{T_r}{T_o} + \frac{\sqrt{3}}{2B_x T_o} e^{\frac{x_p^2}{2\sigma_x^2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho_{xy}^2} - 1} = \frac{c}{v} \sqrt{a + b e^{\frac{v^2}{2}}}. \quad (6)$$

Otrzymane wyrażenie pozwala wyznaczyć warunki, przy których $u_{rel}\{\hat{k}(\tau)\}$ przyjmuje wartości minimalne. W tym celu należy obliczyć pochodną $\frac{\partial u_{rel}\{\hat{k}(\tau)\}}{\partial v}$ i przyrównać ją do zera:

$$\frac{\partial u_{rel}\{\hat{k}(\tau)\}}{\partial v} = -\frac{c}{v^2} \sqrt{a + b e^{\frac{v^2}{2}}} + \frac{c}{2} \frac{b e^{\frac{v^2}{2}}}{\sqrt{a + b e^{\frac{v^2}{2}}}} = 0. \quad (7)$$

Daje to warunek do wyznaczenia optymalnej wartości v_{opt} :

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2B_x T_r} = \frac{e^{-\frac{v_{opt}^2}{2}}}{\frac{v_{opt}^2}{2} - 1}. \quad (8)$$

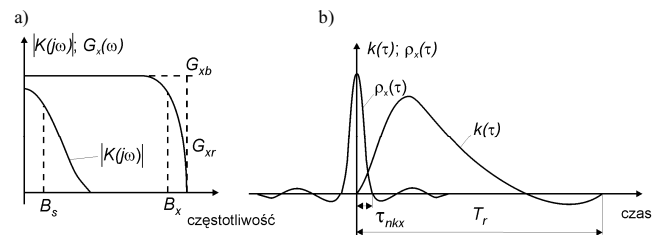
Przyjęcie warunków (parametrów) eksperymentu identyfikacji umożliwi obliczenie stosunku b/a , a następnie rozwiązanie równania (8) i wyznaczenie optymalnej wartości współczynnika v_{opt} .

W modelu identyfikacyjnym według rys. 1 zakłada się, że pasmo B_x szumu wejściowego jest znacznie szersze od pasma przenoszenia B_s identyfikowanego systemu fizycznego posiadającego charakterystykę amplitudowo – częstotliwościową $|K(j\omega)|$ rys. 2a. W dziedzinie czasu warunek ten oznacza założenie znacznie węższej funkcji autokorelacji $R_x(\tau)$ szumu wejściowego w porównaniu do okna czasowego odpowiedzi impulsowej $k(\tau)$ ($\tau_{nkx} \ll T_r$) rys. 2b. Powyższy warunek ogólny można sprowadzić do wystarczającej w praktycznych zastosowaniach zależności:

$$\frac{T_r}{\tau_{nkx}} \geq 10. \quad (9)$$

Dla testowego szumu białego istotna szerokość (pierwszego listka) funkcji autokorelacji może być obliczona z zależności:

$$\rho_x(\tau) = \frac{\sin 2\pi B_x \tau_{nkx}}{2\pi B_x \tau_{nkx}} = 0 \quad \text{i} \quad \tau_{nkx} = \frac{1}{2B_x}. \quad (10)$$



Rys. 2. Charakterystyki systemu identyfikowanego i sygnału testowego:

a) dziedzinę częstotliwości; b) dziedzinę czasu
Fig. 2. Characteristics of identification system and test signal:
a) frequency-domain; b) time-domain

Przyjęte założenia (9) i (10) pozwalają obliczyć stosunek $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2B_x T_r} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0,17$ oraz po rozwiązaniu równania (8) znaleźć dla przyjętych założeń, optymalną wartość $v_{opt} = 1,94 \approx 2,0$.

W zależności od szerokości okna czasowego T_r wymaganego dla wyznaczania przebiegu odpowiedzi impulsowej $k(\tau)$ można dobrać szerokość pasma sygnału testowego $x(t)$:

$$B_x \geq \frac{5}{T_r}. \quad (11)$$

Przykład: Dla wyznaczenia odpowiedzi impulsowej układu inercyjnego pierwszego rzędu o stałej czasowej $T = 10^{-4}$ s można przyjąć założenia dla czasu $T_r = 3T$ (po czasie $3T$ wartość $k(\tau)$ osiąga 5% wartości początkowej) co daje wartości liczbowe:

$$T_r = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}, \quad B_x \geq \frac{5}{3 \cdot 10^{-4}} = 16,6 \text{ kHz}.$$

Dla pasma $B_s = \frac{1}{2\pi T}$ odpowiadającego spadkowi charakterystyki

$|K(j\omega)|$ o 3 dB stosunek $\frac{B_x}{B_s} = 10 \frac{\pi}{3} \approx 10$.

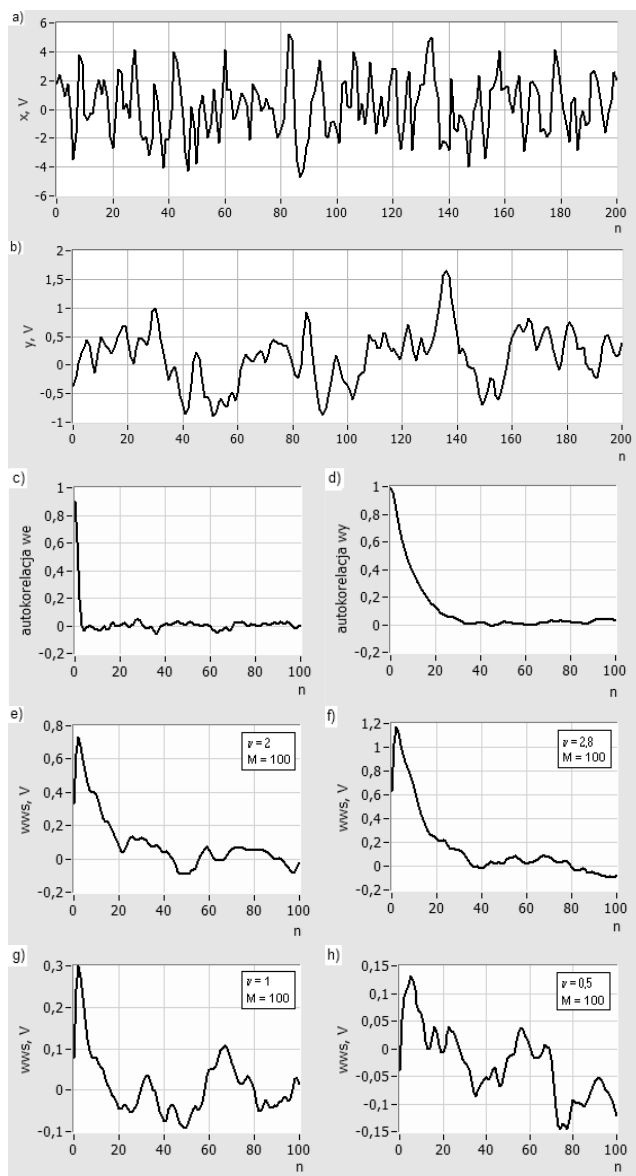
3. Wyniki badań eksperymentalnych

Stanowisko badań warunkowego uśredniania sygnałów składa się z generatorów losowych sygnałów napięciowych, oscyloskopu cyfrowego oraz komputera wyposażonego w karty pomiarowe wraz z oprogramowaniem. Oprogramowanie wspólnie w wykorzystanym systemem pozwala realizować eksperyment identyfikacji

cyjny w dwóch etapach: rejestracji cyfrowej sygnałów i ich analizie statystycznej.

W warstwie programowej aplikacji służącej do rejestracji sygnałów można m.in.: przyjąć zakres napięciowy dla sygnałów wejściowych, ustawić sposób wyzwalania karty pomiarowej, wybrać odstęp próbkowania T_p i liczbę rejestrowanych próbek N . Aplikacja do analizy statystycznej sygnałów pomiarowych wykorzystuje dane otrzymane podczas rejestracji i w post-procesie umożliwia dobór warunku progowego x_p , od którego następuje warunkowe uśrednianie sygnału $y(t)$ (charakterystyka wws), wybór liczby M i długości T , uśrednionych realizacji.

W pierwszym etapie badań eksperymentalnych zastosowano szum biały w paśmie $B_x = 20$ kHz i warunkowe uśrednianie sygnałów do wyznaczenia odpowiedzi impulsowych dwóch układów inercyjnych pierwszego rzędu dla znanych i stałych parametrów układów (T , k) i zadawanych parametrów eksperymentu (T_p , T_r , M , v). Wybrane wyniki badań przedstawiają rysunki 3, 4, (wws – charakterystyki warunkowej wartości średniej dla zadanych wartości v i M).



Rys. 3. Sygnały $x[n]$ i $y[n]$ i ich charakterystyki przy identyfikacji układu inercyjnego pierwszego rzędu ($T=47 \mu s$, $k=1$)

Fig. 3. Signals $x[n]$, $y[n]$ and their characteristics for identification of a first order instrument ($T=47 \mu s$, $k=1$)

Sygnały $x(t)$ i $y(t)$ i ich charakterystyki $\rho_x(\tau)$, $\rho_y(\tau)$, $wws(\tau)$ przedstawiane są jako dyskretne ciągi wartości $\rho_x[n]$, $\rho_y[n]$, $wws[n]$.

Przykładowo wartość $x[n]$ odpowiada wartości sygnału w chwili $t_n = n \cdot T_p = n \cdot 5 \mu s$, gdzie n jest indeksem czasu dyskretnego.

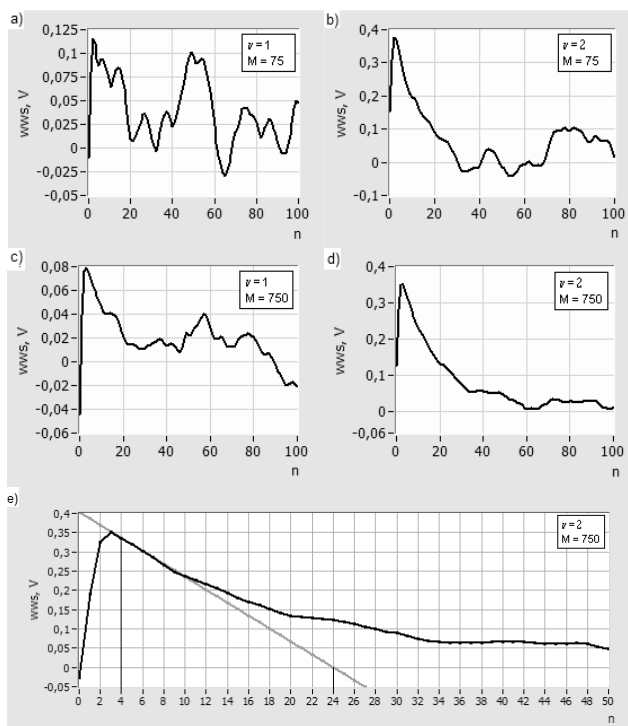
Zasada wyznaczenia stałej czasowej na podstawie estymaty odpowiedzi impulsowej układu inercyjnego pierwszego rzędu przedstawia rysunek 4e. Przebieg charakterystyki dla $\tau \geq \tau_{nkx}$ umożliwia wyznaczenie stałej czasowej. Występuje tutaj dobra dla celów praktycznych zgodność teorii i wyników eksperymentu. Wnioski dotyczące oceny dokładnościowej otrzymanych estymat, o charakterze ilościowym i jakościowym zestawiono w podsumowaniu.

4. Podsumowanie

Pasma szumowego sygnału testowego B_x powinno być znacznie szersze od pasma częstotliwościowego B_s identyfikowanego systemu. Zadowalające wyniki identyfikacji można uzyskać także dla stosunku B_x/B_s nie przekraczającego 10.

Modelowanie okna korelacji dla realnie wytworzonego szumu białego dolnopasmowego (G_{nr} na rys. 2a) za pomocą τ_{nkx} (rys. 2b) jest uzasadnione praktycznie rys. 3c.

Otrzymane w pracy zależności pozwalają, przy zadanych warunkach eksperymentu, na dobór optymalnego współczynnika v_{opt} i progu x_p inicjującego warunkowe uśrednianie.



Rys. 4. Sygnały $x[n]$ i $y[n]$ i ich charakterystyki przy identyfikacji układu inercyjnego pierwszego rzędu ($T=100 \mu s$, $k=1$)

Fig. 4. Signals $x[n]$, $y[n]$ and their characteristics for identification of a first order instrument ($T=100 \mu s$, $k=1$)

Dla założeń przyjętych w pracy optymalną wartością jest $v_{opt} \approx 2,0$. Pogorszenie dokładności estymacji odpowiedzi impulsowej (wzrost wariancji charakterystyki) jest większe przy przekroczeniu wartości v_{opt} w dół, a mniejsze po przekroczeniu v_{opt} w górę.

Wartość niepewności względnej estymatora odpowiedzi impulsowej rośnie silnie dla małych wartości unormowanej korelacji $\rho_{xy}(\tau)$ [4]. Dla $\rho_{xy}(\tau) = 0,2$ czynnik c w wyrażeniu (6) przyjmuje wartość bliską 5.

Przy niedużym skorelowaniu sygnałów na wejściu i wyjściu ($\rho_{xy}(\tau) < 0,5$) w celu zmniejszenia wariancji wyznaczanych odpowiedzi impulsowych należy stosować wartość bliską optymalnej $v_{opt} \approx 2,0$ oraz odpowiednio dużą liczbę M ($M > 1000$) uśrednionych realizacji.

Przy dużym skorelowaniu ($\rho_{xy}(\tau) > 0,8$) danych pomiarowych wystarczająco dobrą dokładność estymacji uzyskuje się przy niewielkiej liczbie uśrednionych realizacji. Przykładem może być identyfikacja opóźnienia transportowego τ_0 kiedy $\rho_{xy}(\tau) \approx \rho_x(\tau - \tau_0)$.

Metoda wyznaczania odpowiedzi impulsowej wykorzystująca warunkowe uśrednianie sygnałów charakteryzuje się prostą realizacją techniczną i może być uzupełnieniem korelacyjnych i widmowych metod identyfikacji.

5. Literatura

[1] Bendat J. S. Piersol A. G.: Random data-analysis and measurement procedures. John Wiley, New York 2000.

- [2] Eykhoff P.: Identyfikacja w układach dynamicznych. PWN, Warszawa 1980.
- [3] Eykhoff P.: Trends and progress in system identification. Pergamon Press, New York 1981.
- [4] Kowalczyk A.: Klasyczna metoda wyznaczania właściwości dynamicznych systemów liniowych z wykorzystaniem warunkowego uśredniania sygnałów. Pomiary Automatyka Kontrola, Gliwice 2008.
- [5] Mirskij G. J.: Charakteristiki stochastycznej wzaimoswiazi i ich izmierienija, Energoizdat, Moskwa 1982.
- [6] Papoulis A.: Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne. WNT, Warszawa 1972.

otrzymano / received: 15.10.2009

przyjęto do druku / accepted: 10.11.2009

artykuł recenzowany

INFORMACJE

Informacje dla Autorów

Redakcja przyjmuje do publikacji tylko prace oryginalne, nie publikowane wcześniej w innych czasopismach. Redakcja nie zwraca materiałów nie zamówionych oraz zastrzega sobie prawo redagowania i skracania tekstów oraz streszczeń.

Artykuły naukowe publikowane w czasopiśmie PAK są formatowane jednolicie zgodnie z ustaloną formatką zamieszczoną na stronie redakcyjnej www.pak.info.pl. Dlatego artykuły przekazywane redakcji należy przygotowywać w edytorze Microsoft Word 2003 (w formacie DOC) z zachowaniem:

- wielkości czcionek,
- odstępów między wierszami tekstu,
- odstępów przed i po rysunkach, wzorach i tabelach,
- oznaczeń we wzorach, tabelach i na rysunkach zgodnych z oznaczeniami w tekście,
- układu poszczególnych elementów na stronie.

Osobno należy przygotować w pliku w formacie DOC notki biograficzne autorów o objętości nie przekraczającej 450 znaków, zawierające podstawowe dane charakteryzujące działalność naukową, tytuły naukowe i zawodowe, miejsce pracy i zajmowane stanowiska, informacje o uprawianej dziedzinie, adres e-mail oraz aktualne zdjęcie autora o rozmiarze 3,8 x 2,7 cm zapisane w skali odcieni szarości lub dołączone w osobnym pliku (w formacie TIF).

Wszystkie materiały:

- artykuł (w formacie DOC),
- notki biograficzne autorów (w formacie DOC),
- zdjęcia i rysunki (w formacie TIF lub CDR),

prosimy przesyłać w formie plików oraz dodatkowo jako wydruki na białym papierze (lub w formacie PDF) na adres e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl lub pocztą zwykłą, na adres:

Redakcja Czasopisma
Pomiary Automatyka Kontrola
Asystent Redaktora Naczelnego
Agnieszka Skórkowska
ul. Akademicka 10, p.21A
44-100 Gliwice

Wszystkie artykuły naukowe są dopuszczane do publikacji w czasopiśmie PAK po otrzymaniu pozytywnej recenzji. Autorzy materiałów nadesłanych do publikacji są odpowiedzialni za przestrzeganie prawa autorskiego. Zarówno treść pracy, jak i wykorzystane w niej ilustracje oraz tabele powinny stanowić dorobek własny Autora lub muszą być opisane zgodnie z zasadami cytowania, z powołaniem się na źródło cytatu.

Przedrukowywanie materiałów lub ich fragmentów wymaga pisemnej zgody redakcji. Redakcja ma prawo do korzystania z utworu, rozporządzania nim i udostępniania dowolną techniką, w tym też elektroniczną oraz ma prawo do rozpowszechniania go dowolnymi kanałami dystrybucyjnymi.