

Józef KUŚMIERZ
POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA

Wykorzystanie zależności określającej impedancję przetworników indukcyjnościowych w bezstykowych pomiarach konduktywności elektrycznej

Dr hab. inż. Józef KUŚMIERZ

Ukończył studia ze specjalnością Metrologia Elektryczna w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej w 1972 roku. Stopień doktora uzyskał w 1981 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej. Stopień doktora habilitowanego uzyskał na Wydziale Elektrycznym Politechniki Wrocławskiej w 2008 roku. Autor kilkudziesięciu publikacji z zakresu bezstykowych pomiarów konduktywności elektrycznej materiałów oraz współautor 5 patentów.

e-mail: kusmierz@tu.kielce.pl



Streszczenie

W pracy podano zależność określającą względną zmianę impedancji na zaciskach cewki pomiarowej przetwornika jednocewkowego spowodowaną konduktywnością badanego materiału. Przedstawiono także sposób wykorzystania odpowiednich charakterystyk otrzymanych na podstawie analizy numerycznej tej zależności w bezstykowych pomiarach konduktywności. Przetwornik był zaprojektowany do pomiaru próbek w kształcie prętów umieszczonych współosiowo z cewką.

Słowa kluczowe: bezstykowe pomiary konduktywności, przetwornik indukcyjnościowy.

Application of the dependence determining the inductive transducer impedance for the contactless electrical conductivity measurements

Abstract

This paper presents a dependence determining a relative change of the impedance at measurement coil terminals of the single-coil inductive transducer. The change is caused by the conductivity of the test sample, the dimensions of the sample and of the transducer coil, and the frequency of the current supplied to the excitation coil. In the literature concerning contactless measurements of conductivity of different materials with the use of inductive principle (eddy current method) [1, 3, 4], one cannot find a complete analysis of metrological properties of such transducers. An analytical formula for the processing function (11) is derived; analysis of graphs of this function in different formats (Fig. 2, 3) enables the evaluation the influence of all essential parameters of the transducer. This is a necessary step for both transducer optimization and carrying out the conductivity measurement of the investigated materials. Also, a method of the application of the appropriate characteristics (Fig. 4) obtained by means of the numerical analysis of this dependence (12, 14) in the contactless measurements of the conductivity has been shown. The transducer was designed for the measurements of rod-shaped samples when inserted coaxially with the coil.

Keywords: contactless measurement electrical conductivity, inductive transducer.

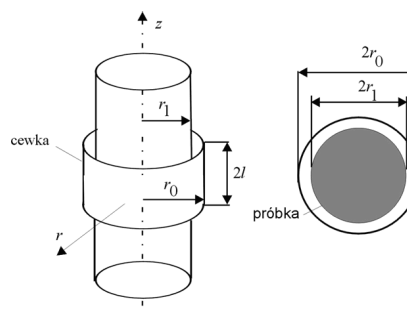
1. Wstęp

Konduktywność charakteryzująca materiał pod względem przewodnictwa prądu elektrycznego jest mierzona zawsze w sposób pośredni [1] i to zarówno metodami stykowymi jak i bezstykowymi. W układach pomiarowych opartych na metodach stykowych, konduktywność określa się na podstawie pomiaru rezystancji próbki o stałej objętości znajdującej między elektrodami pomiarowymi. Rezystancja takiej próbki zawiera się przeważnie w przedziale wartości (10^{-5} ... 10^{-2}) Ω i jest funkcją konduktywności materiału, z którego wykonano próbkę i jej wymiarów

geometrycznych. Wymiary geometryczne próbki na ogół określa się bez większych problemów. Poprawny pomiar rezystancji może natomiast być kłopotliwy. Jest to spowodowane - w przypadku próbek metalowych - porównywalnością rezystancji samej próbki oraz zestyków utworzonych z próbki i elektrod. Z praktyki pomiarowej wynika, że niepewność pomiaru z tego powodu może osiągać niekiedy 100% wartości rezystancji próbki badanej. Natomiast przy pomiarze konduktywności materiałów w stanie ciekłym mogą powstać dodatkowo znaczne niepewności na skutek polaryzacji elektrod. Wymienione szkodliwe zjawiska nie występują w przetwornikach opartych o metody bezstykowe. W metodach bezstykowych wykorzystuje się oddziaływania pola elektrycznego lub magnetycznego na materiał odpowiednio przygotowanej próbki.

2. Zasada pomiaru

W niniejszej pracy wykorzystano oddziaływanie pola magnetycznego na badany materiał, zrealizowane za pomocą przetwornika indukcyjnościowego jednocewkowego. Pomiar konduktywności realizowany jest nadal w sposób pośredni, z tym, że interpretacja otrzymanych wyników w postaci składowych impedancji mierzonych na zaciskach cewki pomiarowej jest znacznie trudniejsza, niż w metodach stykowych. Określenie konduktywności badanej próbki z wykorzystaniem tej metody wymaga znajomości - otrzymanego na drodze analitycznej - modelu matematycznego przetwornika, w postaci funkcji przetwarzania. Dla jej otrzymania przyjęto model konstrukcyjny przetwornika indukcyjnościowego jednocewkowego w wersji przepływowej (rys. 1). Założono że, materiał próbki jest liniowy, izotropowy i jednorodny o konduktywności elektrycznej σ i przenikalności magnetycznej $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m. Cewka o promieniu r_0 i długości $2l$ jest zasilana prądem o harmonicznej zależności czasowej z pulsacją ω .



Rys. 1. Struktura geometryczna przetwornika jednocewkowego
Fig. 1. Geometrical structure of the one-coil transducer

W przyjętym modelu obliczeniowym parametry występujących ośrodków są następujące:

- próbka badana: $0 \leq r \leq r_1$, $\mu = \mu_0$, $\sigma > 0$
- obszar o właściwościach izolacyjnych:
 $r_1 < r < r_0$, $\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$,
- cewka wzbudzająca/pomiarowa: $r = r_0$,

$$i_{s\varphi}(z) = \begin{cases} \frac{I_w}{2l} & \text{gdymy } |z| \leq l \\ 0 & \text{gdymy } |z| > l \end{cases}$$

w - liczba zwojów, $2l$ - długość cewki.

Prąd płynący przez uzwojenie cewki wzbudzającej ($\underline{I}=I\exp(j\omega t)$, $j=\sqrt{-1}$) jest źródłem pola elektromagnetycznego działającego na badany ośrodek. W rozpatrywanym modelu wyjściowymi równaniami pola są równania Maxwella [2], których rozwiązaniem poszukuje się za pomocą składowej kątowej potencjału wektorowego $A_\varphi(r,z)$. Wynika to z symetrii układu przetwornika oraz przyjętego modelu cewki wzbudzenia w postaci prądów powierzchniowych o składowych kątowych płynących na powierzchni walca kołowego o zadanym promieniu (r_0) i wysokości (2l). Wobec tego równanie określające potencjał wektorowy w walcowym układzie współrzędnych walcowych (r, φ, z) ma postać:

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} A_\varphi + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} - j\omega\mu\sigma A_\varphi = -\mu J_\varphi \quad (1)$$

Rozważane są dwa podobszary pracy przetwornika (rys. 1):

- podobszar obejmujący próbkę badanego materiału; w którym $0 \leq r \leq r_1$,
- podobszar poza badaną próbką (powietrze); w którym $r_1 \leq r \leq r_0$.

Równanie (1) w podobszarze próbki upraszcza się do jednorodnego równania Helmholtza:

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} A_\varphi + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} - j\omega\mu\sigma A_\varphi = 0, \quad (2)$$

a w podobszarze powietrza (w którym znajduje się cewka pomiarowa), upraszcza się do równania Laplace'a:

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} A_\varphi + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

Rozwiązanie równań (2) i (3) przeprowadzono w następujący sposób [3, 4]. Najpierw obliczono rozkład pola związany z gęstością prądu źródłowego cewki wzbudzenia. Następnie przyjęto, że w powietrzu występuje superpozycja pola wzbudzenia i pola prądów wirowych spełniającego równanie Laplace'a. Natomiast w obszarze zajęтым przez materiał próbki wyznaczono rozkład pola poprzez rozwiązanie równania Helmholtza.

Ze względu na cel analizy, którym jest poszukiwanie zależności określającej impedancję na zaciskach cewki pomiarowej w funkcji konduktywności badanego materiału, wymagana jest znajomość rozkładu pola w obszarze, w którym umieszczone jest uzwojenie tej cewki. Zgodnie z przyjętym sposobem rozwiązania, rozkład pola wypadkowego w obu rozważanych podobszarach ma postać:

$$\underline{A}_\varphi = \begin{cases} \underline{A}_{\varphi 1}, & \text{dla } 0 \leq r \leq r_1, \\ \underline{A}_{\varphi 10} + \underline{A}_{\varphi 2}, & \text{dla } r_1 \leq r \leq r_0, \end{cases} \quad (4)$$

gdzie: $\underline{A}_{\varphi 1}$ – potencjał wektorowy w obszarze zajmowanym przez próbkę; spełnia on równanie Helmholtza, $\underline{A}_{\varphi 10}$ – składowa potencjału wektorowego pochodząca od prądu źródłowego płynącego przez uzwojenie cewki wzbudzenia przy braku próbki badanej ($\sigma=0$), $\underline{A}_{\varphi 2}$ – składowa potencjału wektorowego, wynikająca z prądów wirowych zaindukowanych w badanej próbce; składowa ta spełnia równanie Laplace'a ($\nabla^2 \underline{A}_\varphi = 0$).

Zależności określające potencjał wektorowy \underline{A}_φ w poszczególnych podobszarach otrzymuje się po zastosowaniu do równań (2) i (3) całkowego kosinusowego przekształcenia Fouriera [5] względem zmiennej z. Wówczas

$$\hat{A}_\varphi(r, \lambda) = \int_0^\infty \underline{A}_\varphi(r, z) \cos \lambda z dz,$$

przy czym λ jest zmienną występującą w kosinusowym przekształceniu Fouriera. W tym przypadku równania (2) i (3) można przekształcić do postaci zmodyfikowanych równań Bessela:

$$\frac{d^2 \hat{A}_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \hat{A}_\varphi}{dr} - \left(q^2 + \frac{1}{r^2} \right) \hat{A}_\varphi = 0, \quad (5)$$

gdzie: $q = \sqrt{\lambda^2 + k^2}$, a $k^2 = j\omega\mu_0\sigma$ oraz

$$\frac{d^2 \hat{A}_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \hat{A}_\varphi}{dr} - \left(\lambda^2 + \frac{1}{r^2} \right) \hat{A}_\varphi = 0. \quad (6)$$

Rozwiązanie powyższych równań z uwzględnieniem warunków brzegowych dotyczących:

- a) ciągłości funkcji potencjału wektorowego,
- b) porównania różnicy składowych stycznych wektora natężenia pola magnetycznego z gęstością powierzchniową prądu na granicy dwóch rozważanych podobszarów, oraz dodatkowego założenia, że potencjał wektorowy zanika na osi symetrii przetwornika ($A_\varphi(0, z) = 0$) i w nieskończoności od źródła:

$$\left(A_\varphi(r, z) \right) \Big|_{(r^2+z^2) \rightarrow \infty} \rightarrow 0,$$

po zastosowaniu odwrotnego przekształcenia Fouriera [5], (wtedy

$\underline{A}_\varphi(r, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \hat{A}_\varphi(r, \lambda) \cos \lambda z d\lambda$) – pozwala na uzyskanie,

dla podobszaru $r_1 \leq r \leq r_0$ (rys. 1), następującej zależności:

$$\underline{A}_\varphi(r, z) = \frac{\mu_0 I w n_0}{\pi l} \int_0^\infty f_1(\lambda, r) K_1(\lambda r_0) \frac{\sin \lambda l \cos \lambda z}{\lambda} d\lambda \quad (7)$$

gdzie:

$$f_1(\lambda, r) = I_1(\lambda r) + \frac{\lambda I_0(\lambda r_0) I_1(q r_0) - q I_1(\lambda r_0) I_0(q r_0)}{\lambda K_0(\lambda r_0) I_1(q r_0) + q K_1(\lambda r_0) I_0(q r_0)} K_1(\lambda r) \quad (8)$$

przy czym I_p i K_p są tzw. zmodyfikowanymi funkcjami Bessela p -tego rzędu ($p=0,1$) oraz, odpowiednio, pierwszego i drugiego rodzaju.

Korzystając z zależności $\underline{E}_\varphi(r, z) = -j\omega \underline{A}_\varphi$ (\underline{E}_φ oznacza zespoloną reprezentację składowej w kierunku φ wektora \underline{E} natężenia pola elektrycznego), uzyskuje się wyrażenie opisujące napięcie \underline{U} (reprezentacja zespolona) na zaciskach cewki pomiarowej (wówczas $r=r_0$), a po podzieleniu tego wyrażenia przez prąd otrzymuje się zależność określającą impedancję:

$$\underline{Z} = j\omega \frac{2\mu_0 w^2 r_0^2}{l^2} \int_0^\infty f_1(\lambda, r_0) K_1(\lambda r_0) \left[\frac{\sin \lambda l}{\lambda} \right]^2 d\lambda \quad (9)$$

3. Funkcja przetwarzania

Z przedstawionej analizy wynika, że pod wpływem pola magnetycznego prądów wirowych wzbudzonych w próbce całkowita impedancja cewki wynosi:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{\Delta Z} \quad (10)$$

gdzie: \underline{Z}_0 – impedancja cewki pustej, $\underline{\Delta Z}$ – zmiana impedancji spowodowana oddziaływaniem pola magnetycznego prądu źródłowego i prądów wirowych. W celu zmniejszenia liczby parametrów wpływających na funkcje przetwarzania, analizę przetworni-

ka przeprowadzono dla zmiany impedancji w postaci unormowanej według następującej definicji [4, 6]:

$$\frac{\Delta Z}{X_0} = \frac{j \int_0^{\infty} F_1(y) \left[K_1(y\delta) \frac{\sin y\delta\xi}{y} \right]^2 dy}{\int_0^{\infty} I_1(y\delta) K_1(y\delta) \left[\frac{\sin y\delta\xi}{y} \right]^2 dy}, \quad (11)$$

a następnie rozdzielając numerycznie prawą stronę wyrażenia (11) na składową reaktancyjną

$$\frac{\Delta X}{X_0} = \frac{X_0 - X}{X_0} \quad (12)$$

i rezystancyjną

$$\frac{\Delta R}{X_0} = \frac{R - R_0}{X_0} \quad (13)$$

wyznaczono charakterystykę określającą jej fazę

$$\theta = \arctg \frac{\Delta X}{\Delta R} \quad (14)$$

Takie przedstawienie poszukiwanych zależności uprościło analizę i umożliwiło łatwiejsze przedstawienie wyników na wykresach. We wzorze (11) poszczególne symbole oznaczają:

$$F_1(y) = \frac{y I_0(y\delta\alpha) I_1(\alpha\delta) \sqrt{y^2 + j} - \sqrt{y^2 + j} I_1(y\alpha\delta) I_0(\alpha\delta) \sqrt{y^2 + j}}{y I_0(y\delta\alpha) I_1(\alpha\delta) \sqrt{y^2 + j} + \sqrt{y^2 + j} K_1(y\delta\alpha) I_0(\alpha\delta) \sqrt{y^2 + j}}$$

I_0, I_1, K_0, K_1 – zmodyfikowane funkcje Bessela pierwszego i drugiego rodzaju zerowego i pierwszego rzędu, $\delta = r_0 \sqrt{\omega\mu_0\sigma}$, $\alpha = r_1/r_0$, $\xi = l/r_0$, $y = \lambda/\sqrt{\omega\mu_0\sigma}$ jest unormowaną zmienną całkowania, natomiast we wzorach (12), (13), (14) R_0, R jest odpowiednio rezystancją cewki pustej i z próbką, X_0, X jest składową reaktancyjną cewki pustej i z próbką, θ oznacza kąt fazowy zmiany impedancji, oraz

$$\Delta X = \text{Im}(\Delta Z), \Delta R = \text{Re}(\Delta Z)$$

4. Analiza numeryczna

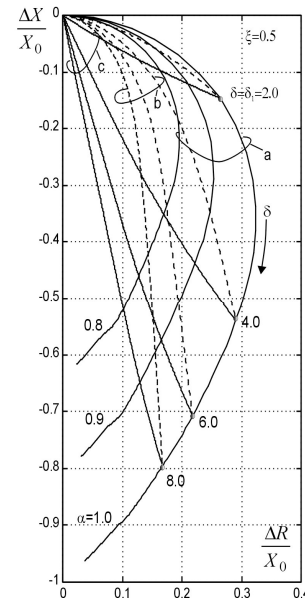
W celu "ujawnienia" właściwości metrologicznych przetwornika indukcyjnościowego, wynikających z opisującej go funkcji przetwarzania (11), zależność tę poddano analizie numerycznej z wykorzystaniem programów przygotowanych w środowisku Matlab.

Wyniki eksperymentów numerycznych przedstawiono w formie wykresów prezentujących funkcję przetwarzania na płaszczyźnie zespolonej ($\text{Im}(\Delta Z)/X_0, \text{Re}(\Delta Z)/X_0$) w funkcji nominalnych parametrów δ, α, ξ przetwornika w postaci trzech rodzin krzywych (oznaczonych symbolami, odpowiednio, "a", "b" i "c"):

rodzina a): $\frac{\Delta X}{X_0} = f\left(\frac{\Delta R}{X_0}\right)$ dla $\alpha = \frac{\eta}{r_0} = (1.0; 0.9; 0.8)$ i $\delta = \text{var}$,

rodzina b): $\frac{\Delta X}{X_0} = f\left(\frac{\Delta R}{X_0}\right)$ dla $\delta = r_0 \sqrt{\omega\mu_0\sigma} = \text{const}$ i $\alpha = \text{var}$,

rodzina c): $\frac{\Delta X}{X_0} = f\left(\frac{\Delta R}{X_0}\right)$ dla $\delta_1 = r_1 \sqrt{\omega\mu_0\sigma} = \text{const}$ i $\alpha = \text{var}$.

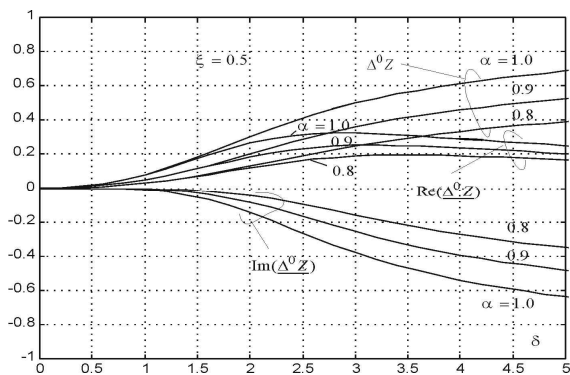


Rys. 2. Zależności między składową rzeczywistą i urojoną funkcji przetwarzania
Fig. 2. Real versus imaginary component of the processing function

Na krzywej zewnętrznej $\Delta^0 X = f(\Delta^0 R)$ będącej geometrycznym miejscem punktów pracy przy zmianie konduktywności w warunkach całkowitego wypełnienia wnętrza cewki badaną próbką ($\alpha=1$) można wyróżnić dwa charakterystyczne punkty o współrzędnych $[0, 0]$ i $[0, -1]$. Punkt $[0, 0]$ oznacza brak próbki albo próbkę wykonaną z materiału o bardzo małej konduktywności. Zmiany składowych impedancji ($\Delta^0 R$ i $\Delta^0 X$) dla tego punktu osiągną wartości zerowe. Natomiast punkt $[0, -1]$ oznacza wprowadzenie do wnętrza cewki próbki z materiału o nieskończenie dużej konduktywności. Wówczas $\Delta X/X_0 = -1$, a z tej relacji wynika, że składowa reaktancyjna impedancji obserwowana na zaciskach cewki osiąga wartość zerową. Jest to następstwem całkowitej kompensacji pola magnetycznego źródłowego przez pole magnetyczne prądów wirowych. Z wykresu tej krzywej wynika, że zmiana składowej rezystancyjnej osiąga wartości zerowe zarówno dla próbek o nieskończenie małych, jak i o nieskończenie dużych konduktywnościach. Przedstawione wykresy pozwalają również sformułować wnioski mogące mieć zastosowanie w rozwiązywaniu konkretnych sytuacji pomiarowych. Można je wyrazić następująco:

- względne zmiany składowych impedancji spowodowane wpływem próbek o różnych parametrach i obserwowane na zaciskach cewek różniących się wymiarami osiągną takie same wartości, jeżeli dla każdego zestawu złożonego z cewki i próbki parametry δ, α, ξ charakteryzujące go pozostaną niezmiennie,
- w przypadku zastosowania jednej i tej samej cewki do pomiaru konduktywności różnych próbek przy stałym współczynniku wypełnienia ($\alpha = \text{const}$), względne zmiany składowych impedancji po każdej wymianie próbki pozostaną takie same, pod warunkiem zapewnienia stałości parametru δ ,
- analiza krzywych „a” i „b” pozwala zorientować się, jakie będą dla danego punktu pracy kierunki zmian impedancji przy zmianach konduktywności lub średnicy próbki. Można zauważyć, że przy małych wartościach δ kierunki te są prawie zgodne, a w miarę wzrostu δ kąt między nimi rośnie. Właściwość ta pozwala na zaprojektowanie układu pomiarowego do mierzenia konduktywności niezależnie od zmian średnicy.

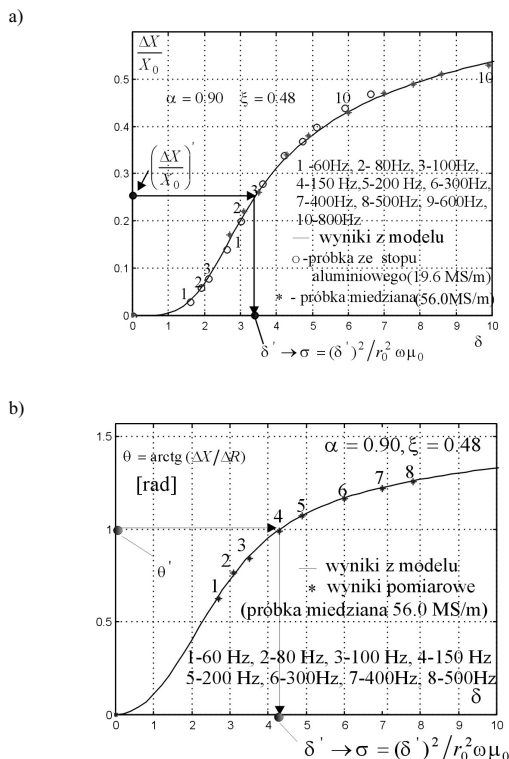
Wyniki powyższej analizy numerycznej można również przedstawić w równoważny sposób w postaci modułu $|\Delta^0 Z|$ oraz zależności części rzeczywistej $\text{Re}\Delta^0 Z$ i części urojonej $\text{Im}\Delta^0 Z$ modelu $\Delta^0 Z$ (11) w funkcji parametru δ dla wszystkich rozważanych wartości pozostałych parametrów. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Funkcje przetwarzania przetwornika
Fig. 3. Transfer functions of the transducer

5. Badania eksperymentalne

Wyznaczenie wartości konduktywności badanego materiału przy zastosowaniu opisanego przetwornika wymaga przygotowania próbki w kształcie walca, wprowadzenia jej w zmienne pole magnetyczne przetwornika i pomiarze zmian składowych impedancji obserwowanych na zaciskach cewki pomiarowej. Następnie otrzymane wyniki na podstawie pomiarów $(\Delta X/X_0)$, lub θ porównywane są za pomocą programu opracowanego w środowisku Matlab z wynikami $(\Delta X/X_0)$, lub θ obliczonymi z wykorzystaniem funkcji przetwarzania przetwornika.

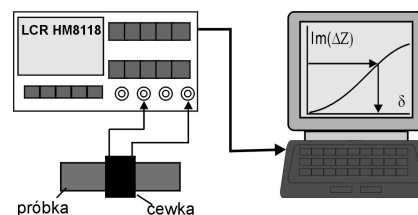


Rys. 4. Porównanie wyników uzyskanych z modelu i eksperymentu: (a) składowej reakcyjnej zmiany impedancji, (b) kąta fazowego zmiany impedancji
Fig. 4. Comparison of theory and experiment: (a) imaginary part of the impedance change, (b) phase angle of the impedance change

Punkty na osi rzędnych (rys. 4a, 4b), będące wynikiem tego porównania przerzutowane przez odpowiednie charakterystyki umożliwiają określenie wartości argumentu δ , a następnie konduktywności σ ze wzoru:

$$\sigma = \frac{(\delta')^2}{r_0^2 \omega \mu_0} \quad (15)$$

Wymienione czynności realizowane są za pomocą cyfrowego systemu pomiarowego przedstawionego na rysunku 5. Wyniki pomiarów składowych impedancji cewki bez próbki i z próbką uzyskane za pomocą mostka HM8118 przy wybranych częstotliwościach są przesyłane magistralą interfejsu RS232 do odpowiedniego programu w pamięci komputera. Program najpierw oblicza wybrane przez użytkownika do realizacji charakterystyki modelowe dla wartości parametrów $\alpha=0,91$, $\xi=0,48$ wynikających ze struktury geometrycznej wykonanego przetwornika.



Rys. 5. System pomiarowy
Fig. 5. Measurement system

W następnej kolejności generuje punkty pomiarowe otrzymane w wyniku obliczeń na podstawie pomiarów składowej reakcyjnej (X_0 , X) i rezystancyjnej (R_0 , R) cewki dla próbek wykonanych w tym przypadku ze stopu aluminiowego i miedzi. Wyniki tej analizy przedstawione są na rysunku 4. Poszczególne punkty pomiarowe na tych charakterystykach otrzymano na skutek zmiany częstotliwości prądu zasilającego cewkę przetwornika. Takie postępowanie wynikało z faktu, że taki sam wpływ na wartość argumentu δ ma częstotliwość, jak i konduktywność.

6. Zakończenie

Przedstawione wyniki otrzymane na drodze teoretycznej i eksperymentalnej potwierdzają dużą wiarygodność otrzymanego modelu w postaci zdefiniowanych funkcji przetwarzania. Uzyskano przez to możliwość wykorzystania tych charakterystyk w bezstykowych pomiarach konduktywności za pomocą cyfrowego systemu pomiarowego. Analiza charakterystyk pozwala również na zaprojektowanie przetwornika tak, aby punkty jego pracy znajdowały się w obszarze charakterystyk o największym nachyleniu. Można to osiągnąć przez dobór częstotliwości, gdy struktura geometryczna jest ustalona, lub przez dobór zarówno częstotliwości, jak i struktury geometrycznej przetwornika. Algorytm programowego doboru częstotliwości podczas pomiaru na podstawie kryterium przedstawionym w pracy [7] jest opracowywany i będzie przedmiotem następnej publikacji.

7. Literatura

- [1] Bakhtiyarov S.I., Overfelt R.A.: Electrical conductivity measurements in liquid metals by rotational technique. *Journal of Materials Science*, Vol.34, No. 5, 1999, pp. 945-949.
- [2] Dudziewicz J.: *Podstawy elektromagnetyzmu*. WNT, Warszawa, 1972.
- [3] Dodd C.V., Deeds W.E.: Analytical Solutions to Eddy-current Probe-coil Problems. *J. Appl. Phys.*, Vol. 39, No. 6, 1968, pp. 2829-2838.
- [4] Kuśmierz J.: Conductivity Measurement of Conducting Materials with the Use of Inductive Transducer in Digital Measurement System. IMEKO-TC7, Proceedings of the IMEKO-TC7 Symposium, Cracow, Poland, 2002, pp. 192-196.
- [5] Fichtenholz G.M.: *Rachunek różniczkowy i całkowy*. PWN, Warszawa 1978.
- [6] Ma X., Peyton A.J., Zhao Y.Y.: Measurement of the electrical conductivity of open-celled aluminum foam using non-contact eddy current techniques. *NDT & E International*, Vol. 38, Issue: 5, July, 2005, pp. 359-
- [7] Kuśmierz J.: Mathematical model of a double-coil inductive transducer for measuring electrical conductivity. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 78, No.8, 084704, 2007.