

Dariusz JANECKI, Jarosław ZWIERZCHOWSKI
CENTRUM LASEROWYCH TECHNOLOGII METALI POLITECHNIKI ŚWIĘTOKRZYSKIEJ I PAN

Podstawy teoretyczne oceny profili walcowości obrotowych części maszyn metodą klatki

Część I: Zagadnienie optymalnego dopasowania profilu

Dr hab. inż. Dariusz JANECKI

Obecnie jest kierownikiem katedry Automatyki i Robotyki i z-cą dyr. Centrum Laserowych Technologii Metali na Wydziale Mechatroniki i Budowy Maszyn. Zainteresowania naukowe: metrologia powierzchni, automatyka i robotyka, cyfrowe przetwarzanie sygnałów, komputerowe systemy pomiarowe.



e-mail: djaneck@tu.kielce.pl

Mgr inż. Jarosław ZWIERZCHOWSKI

Asystent w Centrum Laserowych Technologii Metali. Zainteresowania: Automatyka i Robotyka, Techniki Mikroprocesorowe, Metrologia oraz cyfrowe przetwarzanie sygnałów połączone z metrologią powierzchni.



e-mail: j.zwierzchowski@tu.kielce.pl

Streszczenie

Metoda klatki pomiaru profili walcowości dostarcza najwięcej informacji o mierzonym przedmiocie. Jednak w wyniku pewnych niedokładności przyrządów pomiarowych wartości średnie profili zaobserwowanych metodą przekrojów poprzecznych i wzdłużnych mogą się nieznacznie różnić. W pracy sformułowano i rozwiązano zagadnienie optymalnego dopasowania profili, co pozwala zminimalizować różnice wartości promienia profilu w punktach przecięcia trajektorii skanowania przedmiotu.

Słowa kluczowe: walcowość, metoda pomiarowa klatki, dopasowanie profili.

Theoretical background of the cylindricity profile evaluation of rotary parts by means of bird-cage measuring method

Part 1: A problem of optimal profile matching

Abstract

The bird-cage method applied to measurement the cylindricity of rotary objects combines the principles of the cross-section and the generatrix methods, see Fig 1. Cylindricity measurement results obtained by means of the bird-cage method, show that the values of the profile radius at the points of intersection of scanning trajectories at the cross and longitudinal sections are slightly different. The difference may be due to the occurrence of measurement noise and instrument vibrations or the design imperfections of the sensor system. Note that the measurement conditions for the cross-section method are different from those for the generatrix method. This causes different distribution of forces acting on the sensor tip. As a result, the profile achieved by the cross-section method can be slightly shifted in relation to the profile achieved by the generatrix method (see Fig. 2 and Table 1). In order to reduce these errors a problem of optimal profile matching is formulated and solved. Values of the profiles in each section are shifted in such a way that the difference in the radii at the points of intersection of the scanning trajectories is the smallest as possible. To do this, a square index of profile matching (20) is defined and the required values of profile shifts (16)-(19) are derived from necessary conditions of optimality. The observed profiles are modified in accordance with the formulae (25)-(26). Additionally, it is also shown that it is possible to correct the difference in the rotation axis position during roundness measurements with the spindle in rotary motion and during straightness measurements with the spindle at standstill. The effects of the application of the profile matching algorithms are analyzed basing on the measurements of two rollers with a diameter of 52 mm and a height of 100 mm, each. One specimen was polished and the other was grounded. Results of the experiments show that due to the optimal profile matching, the root-mean-square of the difference in the radii at the points of intersection of the scanning trajectories may be decreased from several to several dozen times depending on the level of the waviness component (see Figures in Section 3).

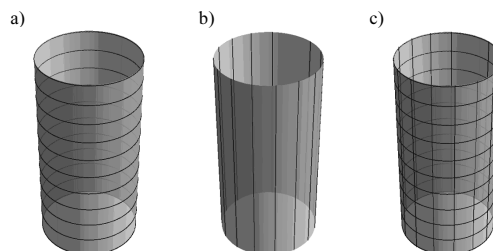
Keywords: cylindricity, bird-cage method, profile matching.

1. Wprowadzenie

Elementy obrotowe stanowią bardzo dużą i ważną grupę części maszyn. Występują one powszechnie m.in. w przemyśle motoryzacyjnym, energetycznym, papierniczym, okrętowym itd. Z tego względu dokładne pomiary odchyłek okrągłości i walcowości elementów obrotowych stanowią jeden z ważniejszych obszarów zastosowania metrologii w przemyśle [1-7].

W dotychczasowej praktyce dokładność powierzchni walcowych była oceniana zazwyczaj na podstawie odchyłek profili okrągłości w kilku wybranych przekrojach poprzecznych badanego przedmiotu. Jednak w praktyce, na współpracę elementów ma wpływ cała powierzchnia. Z tego względu elementy walcowe powinny być oceniane za pomocą parametrów, które odnoszą się do całej powierzchni elementu [8, 9].

Aby otrzymać wiarygodne wyniki pomiarów walcowości konieczne jest zastosowanie odpowiedniej metody pomiarowej, która umożliwiłaby uzyskanie prawidłowego obrazu mierzonej powierzchni oraz zastosowanie odpowiedniej gęstości rozłożenia punktów pomiarowych. Podstawowym kryterium decydującym o doborze odpowiedniej metody pomiarowej jest zakładana dominująca harmoniczna zarówno na profilu okrągłości, jak i na profilu prostoliniowości. W praktyce trudno w pełni pokryć przedmiot mierzony punktami pomiarowymi używając teoretycznej minimalnej gęstości rozłożenia punktów pomiarowych zdefiniowanej w normie ISO 12180 [10]. Dlatego też norma ta opisuje bardziej ograniczone metody pomiarowe, które dają raczej pewne szczególne informacje o mierzonym elemencie niż całościową ocenę jego walcowości. Należą do nich: metoda przekrojów poprzecznych, metoda przekrojów wzdłużnych, metoda "klatki" będąca kombinacją metody przekrojów poprzecznych i wzdłużnych oraz metoda punktowa. Ilustrację graficzną trzech pierwszych metod pomiaru walcowości przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Metody pomiaru walcowości według normy ISO 12180 [10]:

a) metoda przekrojów poprzecznych, b) metoda przekrojów wzdłużnych, c) metoda "klatki"

Fig. 1. Measurement methods of cylindricity according to the Standard ISO 12180 [10]: a) cross-section method, b) longitudinal section method, c) "cage" method

Metoda przekrojów poprzecznych oraz przekrojów wzdłużnych jest możliwa do zastosowania w praktyce w przypadku większości współczesnych przyrządów do pomiaru odchyłek kształtu metodą promieniową. Z kolei metoda punktowa jest z powodzeniem stosowana do pomiaru odchyłek kształtu za pomocą współrzędnościowych maszyn pomiarowych. Jednak najbardziej zalecana przez normę ISO 12180 metoda klatki nie była jak dotychczas powszechnie stosowana do pomiaru odchyłek walcowości pomimo, że metoda ta dostarcza najwięcej informacji o mierzonemu przedmiocie [11].

W niniejszej pracy składającej się z trzech części przedstawiono podstawy teoretyczne oceny profili walcowości obrotowych części maszyn metodą klatki. W części pierwszej omówiono zagadnienie optymalnego dopasowania profili, w części drugiej metodę filtracji wykorzystującą podejście funkcyjne zaś w części trzeciej wyznaczanie linii środkowej walca zaobserwowanego. Zagadnienie wyznaczania osi walca skojarzonego profilu walcowości zaobserwowanego metodą klatki omówiono w pracy [12].

2. Opis metody i oznaczenia

Rozważmy układ współrzędnych kartezjańskich XYZ jest związany ze stołem pomiarowym w taki sposób, że oś Z pokrywa się z osią obrotu wrzeciona. Ze względu na sposób wykonywania pomiaru makrogeometrii powierzchni walcowych (skanowanie powierzchni przedmiotu w wyniku obrotu wrzeciona i przesuwu pionowego czujnika) wygodnie jest również wykorzystywać układ współrzędnych cylindrycznych. Współrzędne punktu w układzie cylindrycznym związanym z układem XYZ reprezentowane są przez trójkę liczb (φ, r, z) , gdzie φ jest współrzędną kątową punktu, r jest współrzędną promieniową (odległością punktu od osi Z) a z jest współrzędną związaną z wysokością. Dowolny profil walcowości można zapisać w sposób parametryczny za pomocą funkcji

$$r_{\text{cyl}}(\varphi, z) \quad (1)$$

przy czym

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi \text{ i } 0 \leq z \leq H. \quad (2)$$

Metoda klatki pomiaru walcowości elementów obrotowych jest kombinacją metody przekrojów poprzecznych i przekrojów wzdłużnych. Zakładamy, że przyrząd pomiarowy wyposażony jest w precyzyjne układy pomiarowe do pomiaru kąta obrotu stołu lub wrzeciona oraz do pomiaru wysokości czujnika pomiarowego.

Pomiar profilu w wybranych przekrojach poprzecznych wykonywany jest przy wyłączonym przesuwie pionowym czujnika. Po przesunięciu czujnika na żadaną wysokość i włączeniu obrotów stołu lub wrzeciona układ sterowania oczekuje na pojawienie się sygnału znacznika sygnalizującego zerowe położenie katowe. Po pojawieniu się tego sygnału rozpoczyna się pomiar promienia w wybranym przekroju poprzecznym. Pomiar dokonywany jest ze stałym kątowym odstępem próbkowania. Zakładamy, że współrzędne wysokości kolejnych przekrojów wynoszą $z_j^c, j=1,2,\dots,M_c$, gdzie M_c oznacza liczbę przekrojów poprzecznych (indeks c od terminu *cross-section*). W dalszym ciągu bez straty ogólności założymy, że współrzędne wysokości kolejnych przekrojów są uporządkowane rosnąco i

$$0 = z_1^c < z_2^c < \dots < z_{M_c}^c = H. \quad (3)$$

Kątowy odstęp próbkowania wynosi $\Delta\varphi = 2\pi/N_c$, gdzie N_c jest liczbą próbek zebranych w każdym przekroju poprzecznym. Zatem współrzędne katowe kolejnych punktów pomiarowych w każdym przekroju będą równe

$$\varphi_i^c = \frac{2\pi(i-1)}{N_c}, \quad i=1,\dots,N_c. \quad (4)$$

Wartości profilu zaobserwowanego w kolejnych punktach oznaczmy przez $r_{ij}^c, i=1,2,\dots,N_c, j=1,2,\dots,M_c$. Oczywiście pomiary wykonane metodą promieniową mają charakter względny, a zatem dla pewnej nieznannej wartości ρ

$$r_{ij}^c \cong \rho + r_{\text{cyl}}(\varphi_i^c, z_j^c), \quad i=1,2,\dots,N_c, j=1,2,\dots,M_c. \quad (5)$$

Znak przybliżenia \cong wyraża fakt, że dodatkowo pomiary promienia profilu obarczone są pewnym błędem wynikającym z istnienia szumu pomiarowego oraz pewnych niedoskonałości przyrządu. Jeżeli współrzędne z_j^c przekrojów poprzecznych są równomiernie rozmieszczone w przedziale $[0, H]$, to

$$z_j^c = \frac{H \cdot (j-1)}{M_c - 1}, \quad j=1,2,\dots,M_c. \quad (6)$$

Pomiar profilu w przekrojach wzdłużnych wykonywany jest przy wyłączonych obrotach stołu (wrzeciona). Po obróceniu stołu w żądane położenie katowe i włączeniu przesuwu pionowego czujnika rozpoczyna się pomiar profilu w wybranym przekroju wzdłużnym. W celu zapewnienia stabilnego ułożenia się układu czujnika pomiarowego można zastosować dodatkowy odcinek rozbiegowy o długości kilku mm. W takich wypadkach należy pamiętać, by wysokość czujnika w chwili włączenia przesuwu była odpowiednio mniejsza od wysokości początkowej analizowanego profilu walcowości $H_1 = 0$. Pomiar dokonywany jest ze stałym odstępem próbkowania. Zakładamy, że współrzędne katowe kolejnych przekrojów wzdłużnych wynoszą $\varphi_i^\ell, i=1,2,\dots,N_\ell$, gdzie N_ℓ oznacza liczbę przekrojów (indeks ℓ od terminu *longitudinal section*). Oznaczmy odstęp próbkowania przez $\Delta z = H/(M_\ell - 1)$, gdzie M_ℓ jest liczbą próbek w każdym przekroju wzdłużnym. Współrzędne wysokości kolejnych punktów pomiarowych w każdym przekroju będą równe

$$z_j^\ell = \frac{H(j-1)}{M_\ell - 1}, \quad j=1,2,\dots,M_\ell. \quad (7)$$

Wartości profilu zaobserwowanego w kolejnych punktach oznaczmy przez

$$r_{ij}^\ell \cong \rho + r_{\text{cyl}}(\varphi_i^\ell, z_j^\ell), \quad i=1,2,\dots,N_\ell, j=1,2,\dots,M_\ell. \quad (8)$$

Jeżeli dodatkowo założymy, że współrzędne katowe φ_i^ℓ przekrojów wzdłużnych są równomiernie rozmieszczone w przedziale $[0, 2\pi]$, to

$$\varphi_i^\ell = \frac{2\pi(i-1)}{N_\ell}, \quad i=1,2,\dots,N_\ell. \quad (9)$$

W dalszej części opracowania istotne znaczenie odgrywać będą punkty przecięcia trajektorii skanowania powierzchni cylindrycznych. Przez i_n i j_m oznaczmy indeksy, dla których

$$\varphi_{i_n}^c = \varphi_{i_n}^\ell, \quad n=1,2,\dots,N_\ell, \quad (10)$$

$$z_{j_m}^\ell = z_{j_m}^c, \quad m=1,2,\dots,M_c. \quad (11)$$

Zatem współrzędne punktów przecięcia się trajektorii przekrojów poprzecznych i wzdłużnych będą równe

$$(\varphi_n^c, z_m^c) = (\varphi_{i_n}^c, z_{j_m}^\ell), \quad n=1,2,\dots,N_\ell, m=1,2,\dots,M_c, \quad (12)$$

zaś wartości promienia profilu zaobserwowanego w punktach przecięcia będą równe r_{im}^c , r_{jm}^l . W celu uproszczenia oznaczeń przyjmijmy

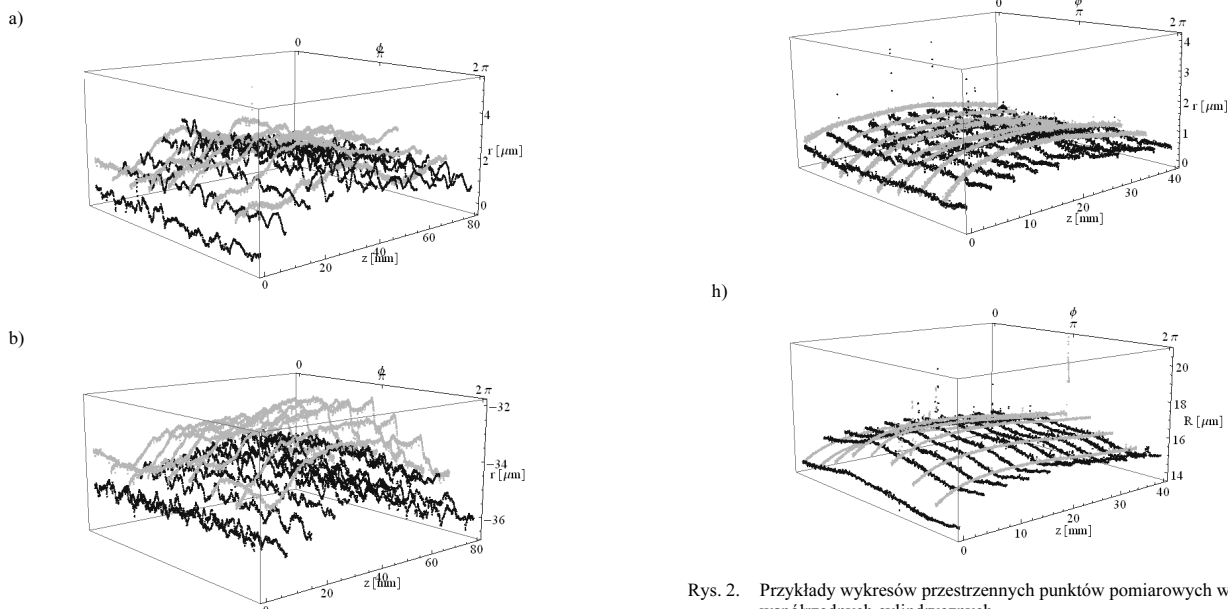
$$\tilde{r}_{nm}^c \stackrel{df}{=} r_{im}^c, \tilde{r}_{nm}^l \stackrel{df}{=} r_{jm}^l, \quad n=1,2,\dots,N_\ell, \quad m=1,2,\dots,M_c. \quad (13)$$

3. Zagadnienie optymalnego dopasowania profilu

Po dokonaniu pomiarów metodą klatki czasami można zauważyć, że wartości promienia profilu zaobserwowanych metodą przekrojów poprzecznych i wzdłużnych w punktach przecięcia się trajektorii skanowania różnią się. Różnica ta może być wynikiem błędu pomiarowego związanego z występowaniem szumu pomiarowego i drgań przyrządu oraz pewnych niedoskonałości konstrukcyjnych układu czujnika pomiarowego. Ta ostatnia przyczyna jest znacznie bardziej istotna. Zwróćmy uwagę, że czujnik pomiarowy pracuje w innych warunkach w przypadku pomiaru w przekrojach poprzecznych i przekrojach wzdłużnych, co powoduje inny rozkład sił działających na końcówkę pomiarową. W wyniku tego profil zaobserwowany uzyskany za pomocą metody przekrojów poprzecznych może być nieco przesunięty względem profilu zaobserwowanego za pomocą metody przekrojów wzdłużnych. Ponadto w wielu przyrządach (głównie z obrotowym wrzecionem) stosuje się pływające zawieszenie sań układu czujnika. Po włączeniu obrotów układ po pewnym czasie stabilizuje się w wybranym położeniu umożliwiając wykonanie pomiaru okrągłości w przekroju poprzecznym. Jednak po kilkakrotnym pionowym przesunięciu wrzeciona i ponownym ustabilizowaniu układu czujnika wartość średnia sygnału może się nieco zmienić. Zmiany te mogą sięgać nawet kilku mikrometrów. Wydawałoby się, że to całkowicie eliminuje możliwość dokładnych pomiarów walcowości. Okazuje się jednak, że zastosowanie metody pomiarowej klatki pozwala wyeliminować te błędy.

3.1. Porównanie pomiarów uzyskanych za pomocą metody przekrojów poprzecznych i wzdłużnych

Przesunięcie profilu najlepiej można zaobserwować na wykresie przestrzennym punktów pomiarowych w układzie współrzędnych cylindrycznych (φ, z, r) . Na rys. 2 przedstawiono wyniki szeregu pomiarów profili walcowych wykonanych metodą klatki za pomocą modelowego stanowiska badawczego.



Rys. 2. Przykłady wykresów przestrzennych punktów pomiarowych w układzie współrzędnych cylindrycznych
Fig. 2. Examples of three-dimensional diagrams of measurement points in cylindrical co-ordinates

Dla zwiększenia czytelności rysunków punkty pomiarowe uzyskane metodą przekrojów poprzecznych i wzdłużnych wykreślone są odpowiednio w kolorze jasno i ciemno szarym. Pierwsze pięć pomiarów dotyczy wałeczków o średnicy 52 mm i wysokości 100 mm. Trzy pierwsze z nich mają powierzchnię polerowaną, a dwa kolejne szlifowaną (jest wyraźna różnica w poziomie falistości). Wałeczki te wykonane zostały na potrzeby projektu KBN nr 4 T07D 021 27. Ostatnie trzy pomiary dotyczą wałeczków o średnicy 38 mm i wysokości 62 mm. Wałeczki to stosowane są w produkcji łożysk tocznych w FŁT Kraśnik S.A.

Zwróćmy uwagę na dość wyraźne dodatnie przesunięcie profili prostoliniowości w stosunku do profili okrągłości. Ocenę wartości przesunięcia otrzymano wyznaczając promień walca średniego oddzielnie dla pomiarów wykonanych metodą przekrojów poprzecznych i wzdłużnych. Otrzymane wartości przedstawiono w tabeli 1. Widać, że różnice wartości promienia średniego waha się od 0,2 do ponad 1,0 μm .

Tab. 1. Porównanie wartości średnich profili otrzymanych metodą przekrojów poprzecznych i wzdłużnych

Tab. 1. Comparison of average value of profiles collected by the cross-section and longitudinal section method

Próbka	$R_o^c, \mu\text{m}$ Przekroje poprzeczne	$R_o^\ell, \mu\text{m}$ Przekroje wzdłużne	$R_o^c - R_o^\ell$ Różnica
A	1,55	2,08	-0,52
B	-34,71	-33,32	-1,38
C	-0,16	0,27	-0,44
D	1,74	2,04	-0,30
E	-10,78	-10,46	-0,32
F	-7,21	-6,91	-0,30
G	0,66	0,90	-0,23
H	15,44	15,86	-0,41

3.2. Sformułowanie i rozwiązanie zagadnienia optymalnego dopasowania profilu

Rozważmy na wstępie przyrząd idealny, który bez błędów odwzorowuje profil mierzony $r_{\text{cyl}}(\varphi, z)$. W wyniku zastosowania przyrządu idealnego do pomiarów metodą klatki otrzymamy następujący zbiór wartości promienia profilu dla pewnej nieznannej wartości ρ :

$$r_{ij}^c = \rho + r_{\text{cyl}}(\varphi_i^c, z_j^c), \quad i = 1, 2, \dots, N_c, \quad j = 1, 2, \dots, M_c, \quad (14)$$

$$r_{ij}^\ell = \rho + r_{\text{cyl}}(\varphi_i^\ell, z_j^\ell), \quad i = 1, 2, \dots, N_\ell, \quad j = 1, 2, \dots, M_\ell, \quad (15)$$

W tym przypadku w punktach przecięcia trajektorii skanowania profilu o współrzędnych $(\varphi_n^\ell, z_m^c) = (\varphi_i^c, z_j^m)$, $n = 1, 2, \dots, N_\ell$, $m = 1, 2, \dots, M_c$ zachodził będzie warunek

$$r_{in}^c = r_{jm}^\ell, \quad \text{lub używając oznaczeń (13): } \tilde{r}_{nm}^c = \tilde{r}_{nm}^\ell. \quad (16)$$

W rzeczywistości w wyniku błędów pomiaru warunek ten spełniony jest jedynie w przybliżeniu. W pierwszym kroku można by założyć, że w wyniku innego rozkładu sił działających na końcówkę czujnika w pomiarach okrągłości i prostoliniowości różnica pomiędzy wartościami promienia zaobserwowanego $\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^\ell$ w punktach (φ_i^c, z_j^m) jest stała. Rozważymy jednak przypadek bardziej ogólny. Założymy, że różnica pomiędzy rzeczywistą, a zaobserwowaną wartością profilu jest różna dla każdego przekroju. Zatem przyjmujemy, że dla pewnych nieznanymi wartości ρ_j^c , ρ_i^ℓ

$$r_{ij}^c \cong \rho_j^c + r_{\text{cyl}}(\varphi_i^c, z_j^c), \quad i = 1, 2, \dots, N_c, \quad j = 1, 2, \dots, M_c, \quad (17)$$

$$r_{ij}^\ell \cong \rho_i^\ell + r_{\text{cyl}}(\varphi_i^\ell, z_j^\ell), \quad i = 1, 2, \dots, N_\ell, \quad j = 1, 2, \dots, M_\ell. \quad (18)$$

Naszym celem będzie wyznaczenie wartości ρ_j^c , ρ_i^ℓ tak, aby błąd dopasowania profilu $\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^\ell$ był możliwie najmniejszy. Zwróćmy uwagę, że z powyższych zależności otrzymujemy

$$\tilde{r}_{nm}^c - \rho_m^c \cong \tilde{r}_{nm}^\ell - \rho_n^\ell, \quad n = 1, 2, \dots, N_\ell, \quad m = 1, 2, \dots, M_c. \quad (19)$$

Otrzymana liczba równań $N_\ell M_c$ jest znacznie większa niż liczba nieznanymi parametrów. Ponadto należy pamiętać, że sygnał pomiarowy obarczony jest szumem pomiarowym. Zatem najrozsądniej jest wprowadzić wskaźnik dopasowania profilu postaci

$$J(\rho_1^c, \dots, \rho_{M_c}^c, \rho_1^\ell, \dots, \rho_{N_\ell}^\ell) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_\ell} \sum_{m=1}^{M_c} (\tilde{r}_{nm}^c - \rho_m^c - \tilde{r}_{nm}^\ell + \rho_n^\ell)^2. \quad (20)$$

Wartości $\rho_1^c, \dots, \rho_{M_c}^c, \rho_1^\ell, \dots, \rho_{N_\ell}^\ell$ minimalizujące wskaźnik J wyznaczamy przyrównując pochodne cząstkowe $\partial J / \partial \rho_m^c$, $\partial J / \partial \rho_n^\ell$ do zera. Łatwo jednak sprawdzić, że otrzymany układ równań ma nieskończenie wiele rozwiązań. Istotne, jeśli ρ_m^c , ρ_n^ℓ jest pewnym rozwiązaniem otrzymanego układu równań, to $\rho_m^c + \varepsilon$ i $\rho_n^\ell + \varepsilon$ dla pewnego ε również jest rozwiązaniem tego układu. Zatem bez straty ogólności możemy przyjąć, że przesunięcie sygnału dla pierwszego profilu okrągłości ρ_1^c jest równe zeru. Ostatecznie otrzymujemy układ równań, który można zapisać w postaci macierzowej

$$\mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{b}, \quad (21)$$

gdzie

$$\mathbf{p} = [\rho_2^c \dots \rho_{M_c}^c \rho_1^\ell \dots \rho_{N_\ell}^\ell]^T, \quad (22)$$

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cccccc} M_c & 0 & -1 & \dots & -1 & \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & M_c & -1 & \dots & -1 \\ -1 & \dots & -1 & N_\ell & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ -1 & \dots & -1 & 0 & 0 & N_\ell \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} M_c - 1 \\ \\ \\ N_\ell \end{array}, \quad (23)$$

$$\mathbf{b} = \left[\begin{array}{l} \sum_{n=1}^{N_\ell} (\tilde{r}_{n2}^c - \tilde{r}_{n2}^\ell) \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^{N_\ell} (\tilde{r}_{nM_c}^c - \tilde{r}_{nM_c}^\ell) \\ - \sum_{m=1}^{M_c} (\tilde{r}_{1m}^c - \tilde{r}_{1m}^\ell) \\ \vdots \\ - \sum_{m=1}^{M_c} (\tilde{r}_{N_\ell m}^c - \tilde{r}_{N_\ell m}^\ell) \end{array} \right]. \quad (24)$$

Po wyznaczeniu odpowiednich wartości parametrów ρ_j^c , ρ_i^ℓ modyfikujemy wartość profilu zaobserwowanego zgodnie ze wzorem

$$r_{im}^c := r_{im}^c - \rho_m^c, \quad i = 1, 2, \dots, N_c, \quad m = 2, \dots, M_c, \quad (25)$$

$$r_{nj}^\ell := r_{nj}^\ell - \rho_n^\ell, \quad n = 1, 2, \dots, N_\ell, \quad j = 1, 2, \dots, M_\ell. \quad (26)$$

Opisane podejście można jeszcze nieco uogólnić. W przyrządach z obrotowym stołem położenie osi obrotu może w niewielkim stopniu zależeć od prędkości obrotowej stołu (rys. 3). W szczególności różnić się może położenie osi obrotu przy pomiarach metodą przekrojów poprzecznych (pomiarzy przy włączonych obrotach stołu) i metodą przekrojów wzdłużnych (pomiarzy przy wyłączonych obrotach). Zmianę położenia osi obrotu stołu możemy skompensować modyfikując profil zgodnie z zależnością

$$r_{im}^c := r_{im}^c - \rho_m^c, \quad i = 1, 2, \dots, N_c, \quad m = 2, \dots, M_c, \quad (27)$$

$$r_{nj}^\ell := r_{nj}^\ell - \rho_n^\ell - (\Delta E_x + \Delta D_x z_j^\ell) \cos \varphi_n^\ell - (\Delta E_y + \Delta D_y z_j^\ell) \sin \varphi_n^\ell, \quad n = 1, 2, \dots, N_\ell, \quad j = 1, 2, \dots, M_\ell. \quad (28)$$

gdzie $\Delta E_x, \Delta D_x, \Delta E_y, \Delta D_y$ są dodatkowymi parametrami definiującymi wzajemne położenie osi obrotu stołu. Oczywiście, podobnie jak poprzednio należy przyjąć $\rho_1^c = 0$. Ponadto zauważmy, że kompensacja względnej niecentryczności $\Delta E_x, \Delta E_y$ zapewniona jest przez swobodny dobór parametrów ρ_n^ℓ . Zatem należy przyjąć $\Delta E_x = \Delta E_y = 0$. Ostatecznie, parametry zapewniające dopasowanie profili otrzymujemy minimalizując wskaźnik

$$J(\rho_2^c, \dots, \rho_{M_c}^c, \rho_1^\ell, \dots, \rho_{N_\ell}^\ell, d_x, d_y) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_\ell} \sum_{m=1}^{M_c} \left(\tilde{r}_{nm}^c - \rho_m^c - \tilde{r}_{nm}^\ell + \rho_n^\ell + \Delta D_x z_m^c \cos \varphi_n^\ell + \Delta D_y z_m^c \sin \varphi_n^\ell \right)^2, \quad (29)$$

skąd

$$\mathbf{A}_1 \boldsymbol{\rho}_1 = \mathbf{b}_1, \quad (30)$$

gdzie

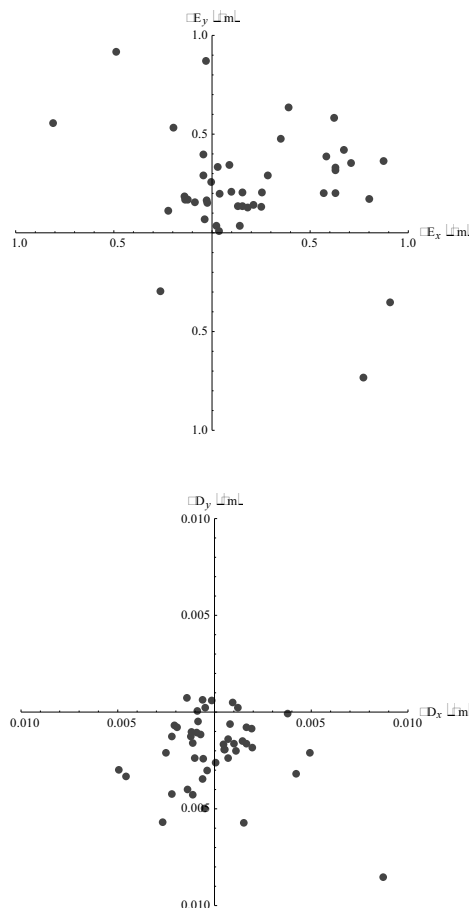
$$\boldsymbol{\rho}_1 = [\boldsymbol{\rho}^T \mid \Delta D_x \quad \Delta D_y]^T, \quad (31)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{L}^T \\ \mathbf{L} & \mathbf{K} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -z_2^c \sum_{n=1}^{N_\ell} \cos \varphi_n^\ell & \dots & -z_{M_c}^c \sum_{n=1}^{N_\ell} \cos \varphi_n^\ell & \cos \varphi_1^\ell \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c & \dots & \cos \varphi_{N_\ell}^\ell \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c \\ -z_2^c \sum_{n=1}^{N_\ell} \sin \varphi_n^\ell & \dots & -z_{M_c}^c \sum_{n=1}^{N_\ell} \sin \varphi_n^\ell & \sin \varphi_1^\ell \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c & \dots & \sin \varphi_{N_\ell}^\ell \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{N_\ell} \cos^2 \varphi_n^\ell & \sum_{n=1}^{N_\ell} \cos \varphi_n^\ell \sin \varphi_n^\ell \\ \sum_{n=1}^{N_\ell} \cos \varphi_n^\ell \sin \varphi_n^\ell & \sum_{n=1}^{N_\ell} \sin^2 \varphi_n^\ell \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \sum_{n=1}^{N_\ell} \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c \sin \varphi_n^\ell (\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^\ell)^2 \\ \sum_{n=1}^{N_\ell} \sum_{m=1}^{M_c} z_m^c \sin \varphi_n^\ell (\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^\ell)^2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$



Rys. 3. Graficzne przedstawienie różnicy położenia osi przedmiotu wyznaczonej metodą przekrojów wzdłużnych i poprzecznych $\Delta E_{x,y} = E_{x,y}^c - E_{x,y}^\ell$, $\Delta D_{x,y} = D_{x,y}^c - D_{x,y}^\ell$ (wyniki otrzymane z wielu pomiarów różnych przedmiotów walcowych)

Fig. 3. Graphical presentation of the object axis difference $\Delta E_{x,y} = E_{x,y}^c - E_{x,y}^\ell$, $\Delta D_{x,y} = D_{x,y}^c - D_{x,y}^\ell$, measured by the longitudinal method and cross-section method (results received from many measurements of different cylindrical objects)

3.3. Badania eksperymentalne

Efekty działania algorytmów dopasowania profili przeanalizujemy na podstawie pomiarów dwóch wałeczków o średnicy 52 mm i wysokości 100 mm. Powierzchnia pierwszego z nich została wypolerowana. Powierzchnia drugiego jest szlifowana. Pomiarzy wykonano dla następujących wartości liczby próbek i przekrojów

$$M_c = 11; N_c = 2^{10}, M_\ell = 2^{11}, N_\ell = 8.$$

Przekroje poprzeczne i wzdłużne rozłożone są równomiernie.

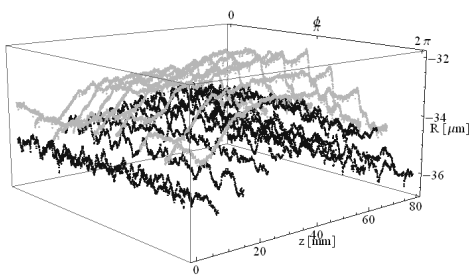
Waleczek z powierzchnią polerowaną

Na rysunku 4 przedstawiono wykres punktów pomiarowych przedstawiony w układzie współrzędnych cylindrycznych. Na rysunku widać wyraźne dodatnie przesunięcie profili przekrojów wzdłużnych w stosunku do przekrojów poprzecznych. Różnica ta jest jeszcze bardziej wyeksponowana na rysunku 5 przedstawiającym jedynie wykres punktowy wartości promienia w punktach przecięcia. Dla zwiększenia czytelności punkty o tych samych współrzędnych (φ_n^l, z_m^c) połączono czerwoną linią. Średnia kwadratowa i arytmetyczna różnicy promieni $\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^l$ wyniosły odpowiednio

$$\Delta R_{QM} = \sqrt{\frac{1}{N_\ell M_c} \sum_{n=1}^{N_\ell} \sum_{m=1}^{M_c} (\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^l)^2} = 1,326,$$

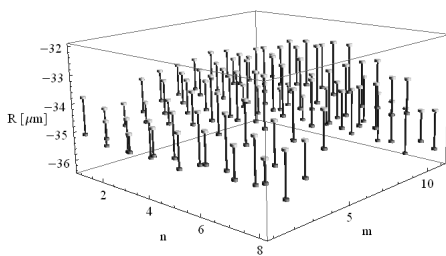
$$\Delta R_{AM} = \frac{1}{N_\ell M_c} \sum_{n=1}^{N_\ell} \sum_{m=1}^{M_c} (\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^l) = -1,286.$$

Widzimy, że przesunięcie profili przekracza 1 μm .



Rys. 4. Wykres przestrzenny punktów pomiarowych w układzie współrzędnych cylindrycznych (powierzchnia po polerowaniu)

Fig. 4. Three-dimensional diagram of measurement points in cylindrical co-ordinates (polished element surface)



Rys. 5. Wykres punktowy wartości promienia w punktach przecięcia trajektorii przekrojów poprzecznych i wzdłużnych

Fig. 5. Point diagram of radius values for trajectory intersection points of cross-section and longitudinal section

W wyniku zastosowania algorytmu uzyskano następujące wartości parametrów dopasowania:

$$\rho_2^c, \dots, \rho_{M_c}^c : \{-0,56139; -0,170674; -0,477659; -0,398797; -0,4487825; -0,52142; -0,360236; -0,337582; -0,235581; -0,437865\} \mu\text{m}$$

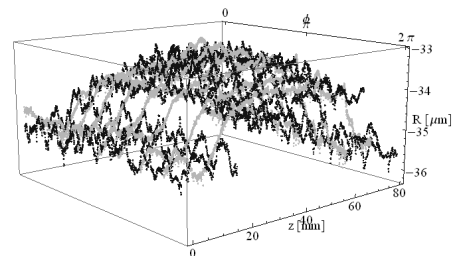
$$\rho_1^l, \dots, \rho_{N_\ell}^l : \{0,826792; 0,681831; 0,668199; 0,992521; 1,12382; 1,17622; 1,08581; 0,859522\} \mu\text{m}$$

$$\Delta D_x, \Delta D_y : \{-0,0021617; -0,001809\} \mu\text{m/mm}.$$

Średnie kwadratowa i arytmetyczna różnicy promieni po dokonaniu dopasowania wyniosły odpowiednio

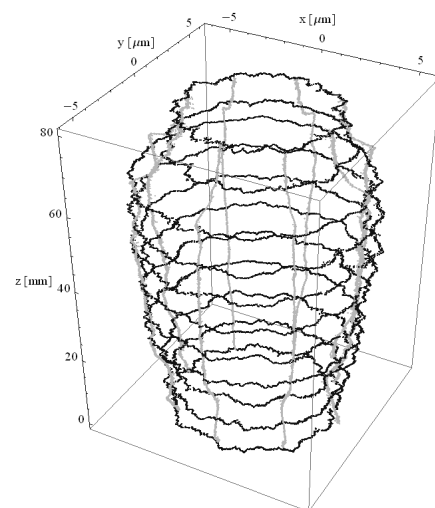
$$\Delta R_{QM} = 0,08722, \quad \Delta R_{AM} = 0.$$

Widzimy, że rezultaty dopasowania są bardzo dobre. Średnia kwadratowa różnicy promieni zmniejszyła się blisko dwudziestokrotnie. Zerowa wartość średniej arytmetycznej jest zrozumiała i wynika z zasady najmniejszych kwadratów. Na kolejnych rysunkach przedstawiono wykresy profilu po dopasowaniu: wykres w układzie współrzędnych cylindrycznych, wykres w układzie współrzędnych prostokątnych i wykres punktowy wartości promienia w punktach przecięcia.



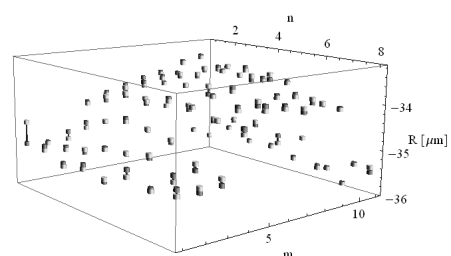
Rys. 6. Wykres przestrzenny punktów pomiarowych w układzie współrzędnych cylindrycznych po dopasowaniu profili

Fig. 6. Three-dimensional diagram of measurement points in cylindrical co-ordinates for well-fitting profiles



Rys. 7. Wykres przestrzenny punktów pomiarowych w układzie współrzędnych prostokątnych po dopasowaniu profili

Fig. 7. Three-dimensional diagram of measurement points in Cartesian co-ordinates for well-fitting profiles



Rys. 8. Wykres punktowy wartości promienia w punktach przecięcia trajektorii przekrojów poprzecznych i wzdłużnych po dopasowaniu profili

Fig. 8. Point diagram of radius values for trajectory intersection points of cross-section and longitudinal section after well-fitting profiles

Walec z powierzchnią szlifowaną

Badania powtórzone dla waleczka z powierzchnią szlifowaną. Średnia kwadratowa i arytmetyczna różnicy promieni $\tilde{r}_{nm}^c - \tilde{r}_{nm}^l$ wyniosły odpowiednio

$$\Delta R_{QM} = 0,480425, \Delta R_{AM} = -0,276946.$$

Widać, że przesunięcie profili jest znacznie mniejsze niż poprzednio. Świadczy to o dużej przypadkowości zjawiska przesunięcia. W wyniku zastosowania algorytmu uzyskano następujące wartości parametrów dopasowania:

$$\rho_2^c, \dots, \rho_{M_c}^c : \{0,0763101; 0,452171; -0,334644; \\ 0,0463824; -0,10062; -0,11645; 0,0498365; \\ -0,0082145; 0,0357696; -0,343175\} \mu\text{m}$$

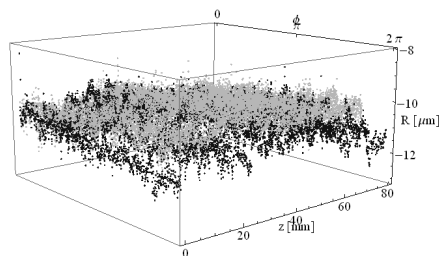
$$\rho_1^l, \dots, \rho_{N_l}^l : \{-0,00555966; -0,148586; -0,154116; \\ 0,0255606; 0,418901; 0,519038; 0,796243; 0,587623\} \mu\text{m}$$

$$\Delta D_x, \Delta D_y : \{-0,000490431; 0,00530184\} \mu\text{m/mm}.$$

Średnie kwadratowa i arytmetyczna różnicy promieni po dokonaniu dopasowania wyniosły odpowiednio

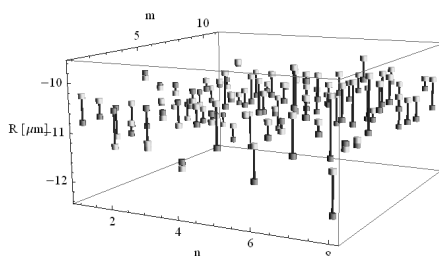
$$\Delta R_{QM} = 0,235418, \Delta R_{AM} = 0.$$

Widzimy, że obecnie średnia różnica promieni zmalała jedynie dwukrotnie. Główną tego przyczyną jest fakt występowania silnej składowej falistości profilu. Wpływ falistości na wartość profilu w danym punkcie ma charakter w dużej mierze przypadkowy ze względu na występujące błędy pomiaru (drgania, szумы pomiarowe). Zjawisko to badane było w pracy [13].



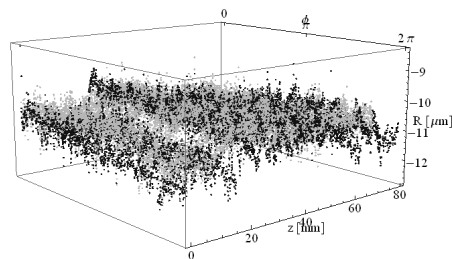
Rys. 9. Wykres przestrzenny punktów pomiarowych w układzie współrzędnych cylindrycznych (powierzchnia po szlifowaniu)

Fig. 9. Three-dimensional diagram of measurement points in cylindrical co-ordinates (grinded element surface)



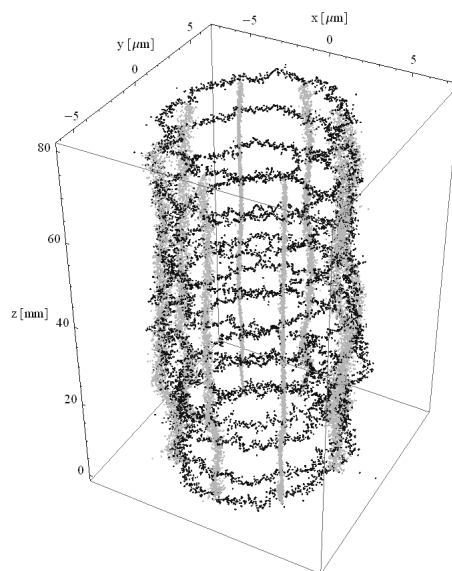
Rys. 10. Wykres punktowy wartości promienia w punktach przecięcia trajektorii przekrojów poprzecznych i wzdłużnych

Fig. 10. Point diagram of radius values for trajectory intersection points of cross-section and longitudinal section



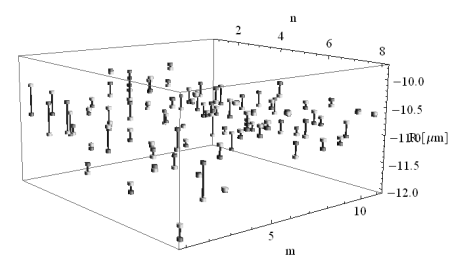
Rys. 11. Wykres przestrzenny punktów pomiarowych w układzie współrzędnych cylindrycznych po dopasowaniu profili

Fig. 11. Three-dimensional diagram of measurement points in cylindrical co-ordinates after well-fitting profiles



Rys. 12. Wykres przestrzenny punktów pomiarowych w układzie współrzędnych prostokątnych po dopasowaniu profili

Fig. 12. Three-dimensional diagram of measurement points in Cartesian co-ordinates after well-fitting profiles



Rys. 13. Wykres punktowy wartości promienia w punktach przecięcia trajektorii przekrojów poprzecznych i wzdłużnych po dopasowaniu profili

Fig. 13. Point diagram of radius values for trajectory intersection points of cross-section and longitudinal section after well-fitting profiles

4. Podsumowanie

Na podstawie wielu pomiarów walcowości metodą klatki różnych przedmiotów walcowych zaobserwowano przesunięcie wartości średnich profilu otrzymanego metodą przekrojów poprzecznych i wzdłużnych. Wartość tego przesunięcia może sięgać dziesiątych części mikrometra, a w skrajnych przypadkach ponad mikrometr. Główną przyczyną tego przesunięcia jest prawdopodobnie inny rozkład sił działających na końcówkę czujnika w czasie pomiarów w przekrojach poprzecznych i przekrojach wzdłużnych. W celu wyeliminowania tych błędów sformułowano i rozwiązano zagadnienie optymalnego dopasowania profili. Optymalne dopasowanie polega na odpowiednim przesunięciu

wartości profili w kolejnych przekrojach, tak aby różnica promieni w punktach przecięcia się trajektorii skanowania powierzchni walca była możliwie mała. Dodatkowo wprowadzono możliwość korekcji różnicy pomiędzy położeniem osi obrotu w czasie pomiarów okrągłości przy włączonych obrotach wrzeciona i pomiarów prostoliniowości przy nieruchomym wrzecionie. Przedstawione wyniki badań eksperymentalnych pokazują, że w wyniku optymalnego dopasowania profili średnia kwadratowa różnic wartości promieni w punktach przecięcia się trajektorii skanowania może się zmniejszyć od kilku do kilkudziesięciu razy (w zależności od poziomu składowej falistości).

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 4 T07D 021 27. Oprogramowanie komputerowe, w którym zaimplementowano przedstawione algorytmy dostępne są na stronie <http://cltm.tu.kielce.pl/~djanecki/PB4T07D02127>.

5. Literatura

- [1] Skuo-Yan Chou, Chung-Wei Sun: Assessing cylindricity for oblique cylindrical features, *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, vol. 40, 2000, pp. 327–341.
- [2] Summerhays K.D., Henke R.P., Balwin J.M., Cassou R.M., Brown C.W.: Optimizing discrete point sample patterns and measurement data analysis on cylindrical surfaces with systematic form deviations, *Precision Engineering*, vol. 26, 2002, pp. 105–121.
- [3] Gao W., Yokoyama J., Kojima H., Kiyono S.: Precision measurement of cylinder straightness using a scanning multi-probe system, *Precision Engineering*, vol. 26, 2002, pp. 279–288.
- [4] Lao Y.-Z., Leong H.-W., Preparata F.P., Singh G.: Accurate cylindricity evaluation with axis-estimation preprocess-ing, *Precision Engineering*, vol. 27, 2003, pp. 429–437.
- [5] Adamczak S., Janecki D.: Koncepcja odniesieniowych pomiarów zarysów walcowości części maszyn, IX Konferencja Naukowo-Techniczna „Metrologia w Technikach Wytwarzania Maszyn”, Politechnika Częstochowska 2001, Materiały konferencyjne, t.1, s. 189–196.
- [6] Chetwynd D.G.: A unified approach to the measurement analysis of nominally circular and cylindrical surfaces. Doctoral Thesis, University of Leicester, 1980.
- [7] Adamczak S., Janecki D.: Skomputeryzowane systemy pomiarów i oceny zarysów kształtu powierzchni walcowych metodami odniesieniowymi, Materiały na naukowe posiedzenie Komitetu Budowy Maszyn PAN, Kielce 2002, s. 47–60.
- [8] Wieczorowski M., Cellary A., Chajda J.: Charakterystyka chropowatości powierzchni - przewodnik. Politechnika Poznańska, Instytut Technologii Maszyn, Zakład Metrologii i Systemów Pomiarowych, Poznań 1996.
- [9] Dvořák R.: Metrologie geometrických vlastností povrchu, Rozpr. habilitacyjna, Praga: ČVUT FS, Ústav strojírenské technologie, 2002, 116 s.
- [10] NORMA: ISO/TS 12180: 2003, Geometrical Product Specifications (GPS) - Cylindricity – Part 1: Vocabulary and parameters of cylindrical form, Part 2: Specification operators.
- [11] Adamczak S., Janecki D., Świdorski J.: Kombinowana metoda pomiarów okrągłości i prostoliniowości stosowana do oceny zarysów części maszyn. *Pomiary Makro – i Mikrogeometrii Powierzchni, Przegląd Mechaniczny*, nr 9/2007 Suplement, s. 107 – 110.
- [12] Janecki D., Adamczak S., Stępień K.: Calculating associated cylinder axis for elements measured by the „Bird-Cage” strategy, 9th ISMQ, Chennai, India, 2007, pp. 156-160.
- [13] Adamczak S., Janecki D., Domagalski R.: Eksperymentalna istotność wyznaczania harmonicznych zarysów okrągłości i falistości powierzchni, *Pomiary Automatyka Kontrola*, nr 5, Warszawa 2000, s. 17–20.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

Cennik publikacji reklam w miesięczniku naukowo-technicznym PAK

REKLAMA	w skali odcieni szarości [ceny netto]	kolor [ceny netto]
I okładka (212(s) x 213(w) mm)	-	1 800,00
II okładka (212x301 mm)	-	1 600,00
III okładka (212x301 mm)	-	1 500,00
IV okładka (212x301 mm)	-	1 700,00
1 strona (200x297 mm)	900,00	1 100,00
½ strony (200x145mm) - pozioma	500,00	700,00

Reklamę należy przygotować zgodnie z obowiązującymi wytycznymi znajdującymi się na stronie internetowej: www.pak.info.pl