Paweł FAŁAT, Andrzej MACZYŃSKI, Stanisław WOJCIECH

AKADEMIA TECHNICZNO-HUMANISTYCZNA W BIELSKU-BIAŁEJ, WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I INFORMATYKI

Optymalizacja w planowaniu ruchu urządzeń dźwigowych – część II

Dr inż. Paweł FAŁAT

Pracuje na stanowisku adiunkta w Katedrze Mechaniki i Informatyki Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej. W pracy naukowej zajmuje się głownie dynamiką układów wieloczłonowych oraz zagadnieniami związanymi z tworzeniem aplikacji webowych. Jest autorem bądź współautorem około 20 publikacji.



e-mail: falat@ath.bielsko.pl

Dr hab. inż. Andrzej MACZYŃSKI

Pracuje na stanowisku profesora w Katedrze Mechaniki i Informatyki Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej. W pracy naukowej zajmuje się głownie dynamiką i sterowaniem ruchami roboczymi maszyn, przy czym szczególnym przedmiotem jego zainteresowania są żurawie. Jest autorem bądź współautorem blisko 60 publikacji.



e-mail: amaczynski@ath.bielsko.pl

Streszczenie

W pierwszej części artykułu (str. 375) przedstawiono ogólne sformułowanie zadania optymalizacji dynamicznej poszukiwana funkcji napędowej. W drugiej części przedstawiono kolejne przykłady zastosowania omawianej metody. Jeden z przykładów został zweryfikowany na stanowisku badawczym.

Słowa kluczowe: optymalizacja, funkcje napędowe, pozycjonowanie, stabilizacja, żuraw.

Optimisation in planning motion of cranes – part II

Abstract

In the first part of the paper (p. 375) a general formulation of a dynamic optimization task is presented. In the second part different use examples of the method under discussion are shown. One example was verified on the test stand.

Keywords: optimisation, drive functions, positioning, stabilisation, crane.

1. Wstęp

W pierwszej części niniejszej pracy przedstawiono ogólne sformułowanie zadania optymalizacji dynamicznej, której celem było wyznaczenie funkcji minimalizujących pewien funkcjonał. Funkcje te opisują przebieg sił i momentów napędowych lub zmiennych konfiguracyjnych maszyn. Zaprezentowano zastosowanie proponowanej metody do ograniczenia odkształceń w linie nośnej w żurawiu onshore w trakcie podnoszenia ładunku z jednostki pływającej. W drugiej części przedstawione zostaną kolejne przykłady. Rozważany zatem będzie samochodowy żuraw teleskopowy i zadanie końcowego pozycjonowania ładunku w ruchu obrotowym nadwozia oraz żuraw offshore typu A-rama w nawiązaniu do stabilizacji położenia ładunku.

Prof. dr hab. n.t. Stanisław WOJCIECH

Jest kierownikiem Katedry Mechaniki i Informatyki Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej. Związany ze szkolnictwem wyższym od blisko czterdziestu lat. W swojej pracy naukowej zajmuje się dynamika układów wieloczłonowych. Autor bądź współautor ponad 200 publikacji.



e-mail: swojciech@ath.bielsko.pl

2. Pozycjonowanie ładunku w ruchu obrotowym nadwozia żurawia

W pracy żurawi obrotowych, w tym samojezdnych żurawi teleskopowych, istotne jest pozycjonowanie ładunku na zakończenie ruchu obrotowego wysięgnika. Zatrzymanie się ładunku w punkcie docelowym bezpośrednio po zakończeniu obrotu zwiększa efektywność i bezpieczeństwo pracy.

Schemat modelu samojezdnego żurawia teleskopowego przeznaczony do jego wszechstronnej analizy dynamicznej przedstawiono na rys. 1. Jest to model przestrzenny uwzględniający podatność i ewentualnie tłumienie:

- układu podporowego,
- wysięgnika,
- układu linowego,
- siłownika zmiany wysięgu,

mechanizmów obrotu nadwozia i bębna wciągarki.



Rys. 1. Model żurawia samojezdnego Fig. 1. Model of a mobile crane

Podobnie jak w przypadku żurawia onshore, rozpatrywanego w pierwszej części artykułu, podatność wysięgnika uwzględniono stosując metodę modalną. Wektor współrzędnych uogólnionych przyjmuje postać:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_{01}, y_{01}, z_{01}, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, \varphi_{z1}, \varphi, \psi, p_1, \dots, p_m, \alpha, x_L, y_L, z_L \end{bmatrix}^T, \quad (1)$$

gdzie:

 $[x_{01}, y_{01}, z_{01}, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, \varphi_{z1}]^T$ – wektor współrzędnych podwozia, φ, ψ, α – odpowiednio, kąt obrotu nadwozia, pochylenia wysięgnika i obrotu bębna wciągarki,

 $p_1,...,p_m$ – współrzędne wysięgnika, tzw. współrzędne modalne,

m-liczba uwzględnianych postaci drgań własnych wysięgnika.

 $[x_L, y_L, z_L]^T$ – wektor współrzędnych ładunku.

Przyjęto, że wymuszenie ruchu obrotowego nadwozia (także ruchu obrotowego bębna wciągarki) realizowane jest poprzez równoległy układ elementów sprężystego i tłumiącego. W konsekwencji moment powodujący obrót nadwozia żurawia określony jest zależnością:

$$M(t) = c_R(\varphi - \varphi_R) + b_R(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_R), \qquad (2)$$

gdzie:

 c_R, b_R – odpowiednio współczynnik sztywności i tłumienia układu napędowego,

 φ_R – kinematyczne wymuszenie ruchu obrotowego.

Wobec (2) zadanie optymalizacji momentu napędowego mechanizmu obrotu nadwozia żurawia można sprowadzić do poszukiwania funkcji $\varphi_R = \varphi_R(t)$.

Równania ruchu żurawia z rys. 1 można zapisać w postaci:

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \varphi_R), \qquad (3)$$

przy czym **A** i **F** są określone w [1]. Należy wspomnieć, że w modelu uwzględniono fazę podrywania i posadawiania ładunku na podłożu, co powoduje, że liczba elementów wektora (1), a zatem liczba równań w (3), jest uzależniona od położenia ładunku. Ładunek może być zawieszony w powietrzu, przemieszczać się po podłożu lub spoczywać na nim nieruchomo.



Rys. 2.Uproszczony model żurawiaFig. 2.Simplified model of crane

Ze względu na znaczną liczbę stopni swobody omówiony powyżej model żurawia nie nadaje się do zastosowania w obliczeniach optymalizacyjnych. Dlatego też opracowano uproszczony model, przeznaczony wyłącznie do analizy ruchu obrotowego – rys. 2. W modelu założono stałą długość liny, stały kąt pochylenia wysięgnika, pominięto podatności i tłumienie w podukładach żurawia. Wektor współrzędnych uogólnionych układu ma postać:

$$\mathbf{q} = [\varphi, x_L, y_L, z_L]^T.$$
(4)

Równania ruchu modelu otrzymano stosując II zasadę Newtona, a ich wyprowadzenie znajduje się w [1].

Zadanie optymalizacji sformułowano jako zadanie bez ograniczeń, przy czym funkcjonał zdefiniowano jako:

$$\Omega = c_1 \frac{1}{2} m_L v_{LT}^2 + c_2 \| \mathbf{r}_{LT} - \mathbf{r}_{Ld} \|^2, \qquad (5)$$

gdzie:

$$\frac{1}{2}m_L v_{LT}^2 = \frac{1}{2}m_L \left(x_{LT}^2 + y_{LT}^2 + z_{LT}^2\right) - \text{ energia ładunku w chwili zakończenia obrotu nad-$$

wozia, a więc dla t = T, φ_R – kinematyczne wymuszenie ruchu obrotowego.

 \mathbf{r}_{LT} , \mathbf{r}_{Ld} – odpowiednio, wektor współrzędnych ładunku w chwili t = T oraz oczekiwanych współrzędnych ładunku w chwili t = T czyli na zakończenie obrotu,

c₁, c₂ – współczynniki (wagi).

Przedział czasu $\langle 0, T \rangle$, w którym trwa obrót nadwozia żurawia, podzielono na n_d podprzedziałów. Zatem wektor zmiennych decyzyjnych przyjął postać:

$$\varphi = \left[\varphi_{R,1}, \dots, \varphi_{R,n_d-1}\right], \tag{6}$$

ponieważ wartości kątów dla chwil czasu t = 0 oraz t = T są znane i wynikają z założonego obrotu nadwozia. Przyjęto, że wewnątrz podprzedziałów funkcja $\varphi_R = \varphi_R(t)$ jest przybliżana funkcjami sklejanymi 3-go stopnia.

Zadanie optymalizacji ruchu obrotowego żurawia zostało więc sformułowane następująco:

Znaleźć $n_d - 1$ wartości kąta obrotu $\varphi_R : \varphi_{R,1}, \dots, \varphi_{R,n_d-1}$ które:

- minimalizują funkcjonał (5),

- spełniając równania ruchu uproszczonego modelu żurawia [1].

Zadanie to zostało rozwiązane metodą pełzającego simplexu (Neldera-Meada) [2]. Początkowe przybliżenie zostało zdefiniowane jako:

$$\varphi_{R,i,0} = \varphi_{R,0}(t_i) = \begin{cases} \frac{8\varphi_{R,\max}}{T^4} t^3(-t+T) & \text{dla } t \le \frac{T}{2} \\ \frac{8\varphi_{R,\max}}{T^4} (t-T)^3 t & \text{dla } t > \frac{T}{2} \end{cases}.$$
 (7)

Porównanie przykładowej funkcji napędowej mechanizmu obrotu nadwozia przed i po optymalizacji przedstawiono na rys. 3a, natomiast na rys. 3b zamieszczono trajektorię ładunku (punktu L) oraz główki wysięgnika (punkt G).



 Rys. 3. a) funkcja napędowa obrotu żurawia przed i po optymalizacji, b) trajektoria punktu G i ładunku przed i po optymalizacji
 Fig. 3. a) drive function of crane slewing before and after optimisatio

²ig. 3. a) drive function of crane slewing before and after optimisation,
 b) trajectory of point G and the load before and after optimisation

Aby oszacować efekt zastosowania tak wyznaczonej funkcji w żurawiu rzeczywistym przyjęto wyznaczoną na drodze optymalizacji funkcję napędową jako wymuszenie w modelu pełnym, opisanym równaniami (3). Na rys. 4 zamieszczono wykresy trajektorii ładunku dla różnych sztywności układu podporowego. Więcej wyników obliczeń wraz z danymi znajduje się w [1] oraz [3]. Dalszą poprawę końcowego pozycjonowania ładunku dla modelu pełnego (także dla żurawia rzeczywistego) można uzyskać stosując odpowiedni układ regulacji. Wstępne symulacje dla układu regulacji z regulatorem PID przeprowadzono w [4]. Zadaniem układu regulacji jest w szczególności kompensacja wpływu nieuwzględnionej na etapie optymalizacji podatności układu, niedokładnej znajomości parametrów geometryczno-masowych oraz zewnętrznych zakłóceń.



Rys. 4. Trajektoria ładunku i jej końcowy fragment dla różnych sztywności podpór *I - podpory sztywne,*

II – podatne $c_x = c_y = 1e6$ N/m, $c_z = 7,5e6$ N/m,

III - podatne $c_x = c_y = 1e5$ N/m, $c_z = 7,5e5$ N/m

Fig. 4. Trajectory of the load and its final part for different stiffness of the support system *I* - stiff support system,

II-flexible $c_x = c_y = 1e6$ N/m, $c_z = 7,5e6$ N/m,

III - flexible $c_x = c_y = 1e5$ N/m, $c_z = 7,5e5$ N/m.

Przedstawiona metoda pozycjonowania ładunku na zakończenie ruchu obrotowego żurawia została zweryfikowana doświadczalnie na stanowisku badawczym. Zdjęcie stanowiska przedstawiono na rys. 5. Poszczególne elementy stanowiska to: 1 – komputer PC z systemem "Test Point" oraz kartą DA, 2 – regulator, 3 – kolumna manipulatora z silnikiem, przekładnią i prądnicą tachometryczną, 4 – wysięgnik, 5 – ładunek.

Rys. 5. Stanowisko badawcze

Fig. 5. Laboratory stand



- Rys. 6. Końcowy fragment trajektorii ładunku przy wymuszeniu obrotu wysięgnika, a) zgodnie z początkowym przybliżeniem, b) zgodnie z funkcją zoptymalizowaną
- Fig. 6. Final part of trajectory of the load for, a) initial approximation of drive function, b) optimal drive function

Dokładny jego opis oraz przebieg eksperymentu omówiono w [5]. Na rys. 6 zaprezentowano zarejestrowane aparatem fotograficznym końcowe fragmenty trajektorii ładunku przy wymuszeniu obrotu żurawia funkcją zgodną z początkowym przybliżeniem – rys. 6a) oraz zgodną z funkcją zoptymalizowaną – rys. 6b).

Stabilizacja położenia ładunku dla żurawia typu A-rama

Żurawie offshore typu A-rama służą między innymi do opuszczania i podnoszenia jednostek podwodnych (łodzi podwodnych, batyskafów, pojazdów) lub prowadzenia podwodnych prac montażowych. Dlatego istotnym zagadnieniem bywa w ich przypadku stabilizacja położenie ładunku na zadanej głębokości. Głębokość ta winna być utrzymywana pomimo pionowych ruchów jednostki pływającej wywołanych falowaniem morza. Na rys. 7 przedstawiono schemat modelu A-ramy. Dyskretyzację struktury nośnej żurawia (ramy) przeprowadzono przy użyciu metody sztywnych elementów skończonych [6]. W modelu uwzględniono podatność i tłumienie w linie nośnej oraz przyjęto, że ruch jednostki pływającej określony jest znanymi pseudoharmonicznymi funkcjami czasu. Wektor współrzędnych uogólnionych A-ramy może być przedstawiony w postaci:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_F \\ \mathbf{q}_R \end{bmatrix},\tag{8}$$

gdzie:

q_F – wektor współrzędnych uogólnionych dyskretyzowanej ramy,

 $\mathbf{q}_{R} = \begin{bmatrix} x_{L,1} & x_{L,2} & x_{L,3} & \varphi_{H} \end{bmatrix}^{T} - \text{wektor zawierający współ$ rzędne uogólnione ładunkui kat obrotu bębna wciągarki.



Rys. 7. Schemat A-ramy Fig. 7. Schema of an A-frame

Ostatecznie model matematyczny został zapisany w postaci układu równań różniczkowych drugiego rzędu:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{Q} + \mathbf{D}\mathbf{R} \tag{9}$$

oraz układu równań więzów przedstawionych w postaci:

$$\mathbf{D}^T \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{W} \,. \tag{10}$$

Określenie poszczególnych składników powyższych równań znaleźć można w [7]. Jak wspomniano w części I artykułu łatwo powyższe równania sprowadzić do postaci:

$$\mathbf{A}_{\tau} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_{\tau} (t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}). \tag{11}$$

Model ten służyć może do wszechstronnej analizy dynamicznej A-ramy i podobnie jak model żurawia samojezdnego z rys. 1 nie nadaje się do zadań optymalizacyjnych. Stąd opracowano uproszczony model A-ramy przedstawiony na rys. 8. Założono sztywność konstrukcji nośnej – ramy, uwzględniono natomiast podatność liny nośnej, która w zagadnieniu stabilizacji położenia ładunku na duże znaczenie. Należy bowiem zwrócić uwagę, że długość liny A-ramy może przekraczać nawet 1000 m. Do wyprowadzenia równań ruchu zastosowano równania Lagrange'a II rodzaju. Szczegółowe omówienie tego zagadnienia znajduje się w [7] i [8].



Rys. 8. Uproszczony model A-ramy Fig. 8. Simplified model of an A-frame

W pracy [9] omówiono zadanie optymalizacji funkcji napędowej obrotu bębna wciągarki $\varphi_H = \varphi_H(t)$ zapewniającej stabilizację położenia ładunku (współrzędnej x_3). Rozważano dwie postacie funkcjonału:

$$\Omega_1 = \int_0^{t_k} (x_{L,3} - h)^2 , \qquad (12.1)$$

$$\Omega_2 = \max_{0 \le t \le L} |x_{L,3} - h|, \qquad (12.2)$$

gdzie:

h – oczekiwana głębokość zawieszenia ładunku,

 t_k – czas końca okresu stabilizacji położenia ładunku.

Założono dwie postacie funkcji $\varphi_H = \varphi_H(t)$ opisującej obrót bębna wciągarki. Pierwsza stosowana była w [7] i jest to metoda analogiczna do omówionych w rozdziale 4 części I artykułu oraz rozdziale 2 części II. Wektor zmiennych decyzyjnych można zatem przedstawić w postaci:

$$\mathbf{X} = \left[\boldsymbol{\varphi}_{H}^{0}, \boldsymbol{\varphi}_{H}^{1}, \dots, \boldsymbol{\varphi}_{H}^{m}\right]^{T},$$
(13)

gdzie *m* oznacza liczę przedziałów, na które podzielono czas stabilizacji ładunku. Funkcja $\varphi_H = \varphi_H(t)$ jest natomiast interpolowana przedziałami splajnami trzeciego stopnia.

Druga rozważana postać funkcji $\varphi_H = \varphi_H(t)$ to funkcja pseudoharmoniczna [4]:

$$\varphi_H(t) = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \alpha_{i,0}) \, \operatorname{dla} t \in \langle 0, t_k \rangle, \qquad (14)$$

gdzie:

 A_i – amplitudy,

 ω_i – częstości,

- $\alpha_{i,0}$ kąty fazowe,
- n liczba składowych harmonicznych.

Wówczas wektor zmiennych decyzyjnych jest definiowany następująco:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} A_0, A_1, \omega_1, \alpha_{1,0}, \dots, A_n, \omega_n, \alpha_{n,0} \end{bmatrix}^T.$$
 (15)

Postać funkcji (14) wynikała z pesudoharmonicznego ruchu bazy żurawia i przewidywanego charakteru ruchu ładunku.

Szczegółowe zadanie zostało tym razem sformułowane następująco: Znaleźć *wartości wektora zmiennych decyzyjnych (13) lub (15):* $\varphi_{H}^{0}, \varphi_{H}^{1}, ..., \varphi_{H}^{m}$ *lub A*₀, *A*₁, $\omega_{1}, \alpha_{1,0}, ..., A_{n}, \omega_{n}, \alpha_{n,0}$, *które:*

- minimalizują funkcjonał (12.1) lub (12.2),

 spełniając równania ruchu uproszczonego modelu A-ramy [7]. W efekcie uzyskano cztery różne warianty. Do rozwiązania zadania optymalizacji nieliniowej zastosowano metodę Neldera-Meada. Na rys. 9 przedstawiono przykład wyników otrzymanych z symulacji numerycznych. Obliczenia przeprowadzono według modelu z rys. 7.

Rys. 10 dotyczy wyłącznie ruchu ładunku po optymalizacji, przy czym widać różnice w zależności od przyjętego wariantu.



Rys. 9. Współrzędna $x_{L,3}$ ładunku przed i po optymalizacji Fig. 9. Coordinate $x_{L,3}$ of the load before and after optimisation



 Rys. 10. Współrzędna x_{L3} po optymalizacji dla różnych funkcjonałów i postaci funkcji napędowej: H - funkcje pseudoharmoniczne, S - splajny 3-go stopnia
 Fig. 10. Coordinate x_{L3} after optimisation for different functionals and kind of driver functions: H – pseudoharmonic functions, S – spline of 3-rd order

4. Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono zastosowanie metod optymalizacji dynamicznej do doboru funkcji napędowych maszyn na przykładzie różnych konstrukcji żurawi. W pierwszej części, stanowiącej wprowadzenie, sugerowano aby poszukiwane funkcje napędowe przybliżać funkcjami sklejanymi 3-go stopnia. Jednak czasem korzystna jest inna postać poszukiwanej funkcji. Przykładem może być stabilizacja położenia ładunku A-ramy przy pesudoharmonicznym wymuszeniu ruchu jej bazy.

Prezentowane w pracy przypadki wskazują także, że w zadaniach optymalizacyjnych istnieje pewna dowolność w definiowaniu wektora zmiennych decyzyjnych (np. sterowanie wciągarką żurawia onshore) czy funkcjonału (A-rama). Ich dobór zależy od doświadczenia badacza lub konstruktora. Na podkreślenie zasługuje fakt eksperymentalnego zweryfikowania skuteczności prezentowanej metody dla żurawia obrotowego.

Warto także zaznaczyć, że pomimo zastosowania w dwóch przypadkach modeli uproszczonych, optymalizacja jest procesem czasochłonnym. Przykładowo czasy wyznaczenia funkcji napędowej mechanizmu obrotu nadwozia, zapewniającej końcowe pozycjonowanie ładunku, w zależności od przypadku, dochodziły do kilkunastu minut na średniej klasy komputerze PC. Powoduje to, że metoda ta nie może być użyta do sterowania maszynami w czasie rzeczywistym. Możliwe jest jednak wcześniejsze wyznaczenie szeregu "bazowych" funkcji napędowych dla pewnych, zadanych parametrów eksploatacyjnych. Mogłyby być one zapamiętane w układzie sterującym urządzeniem tworząc tak zwaną "mapę funkcji bazowych". Funkcje napędowe dla innych parametrów byłby obliczane na podstawie tej mapy w czasie rzeczywistym na drodze aproksymacji. Koncepcja ta, dla pozycjonowania ładunku w ruchu obrotowym żurawia, była prezentowana w [4]. Podobnym, bazującym na nowoczesnych narzędziach, rozwiązaniem byłoby przeliczenie odpowiedniej liczby przypadków a następnie zbudowanie sztucznej sieci neuronowej i jej nauczenie. Sieć ta mogłaby być stosowana w sterowaniu w czasie rzeczywistym.

W prezentowanych przykładach, a także we wcześniejszych pracach, autorzy stosowali różne sposoby opisu funkcji napędowych, w tym także z wyraźnie wyodrębnioną fazą rozpędzania, ruchu jednostajnego i hamowania. Dotychczasowe doświadczenia wskazują, że uniwersalnym sposobem ich opisu jest zastosowanie funkcji sklejanych (splajnów). W zagadnieniach dotyczących urządzeń typu onshore lub offshore uwidaczniają się jednak zalety funkcji pseudoharmonicznych. Pozwalają bowiem uzyskać optymalne przebiegi przy relatywnie małej liczbie zmiennych decyzyjnych, co w oczywisty sposób skraca czas obliczeń.

Praca została częściowo zrealizowana w ramach Projektu Badawczego nr N N502 464934.

5. Literatura

- Maczyński A., Wojciech S.: Dynamics of a Mobile Crane and Optimisation of the Slewing Motion of its Upper Structure, Nonlinear Dynamics, 32, 2003, pp. 259-290.
- [2] Wit R.: Metody programowania nieliniowego. Minimalizacja funkcji gładkich, WNT, 1986.
- [3] Maczyński A.: Dynamika żurawia samojezdnego w aspekcie sterowania jego napędami. Praca doktorska. Politechnika Łódzka Filia w Bielsku-Białej, 2001.
- [4] Maczyński A.: Pozycjonowanie i stabilizacja położenia ładunku żurawi wysięgnikowych, ZN, ATH, Seria Rozprawy Naukowe, 2005.
- [5] Maczyński A., Płosa J.: Experimental verification of a method of final load positioning for rotary cranes, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, z. 2, t. 46, 2008, pp. 443-455.
- [6] Kruszewski J. i inni: Metoda Sztywnych Elementów skończonych, Arkady, Warszawa, 1975.
- [7] Fałat P.: Analiza dynamiczna żurawia okrętowego typu A-rama, Praca doktorska, Bielsko-Biała, 2004.
- [8] Fałat P., Wojciech S.: Application of non-linear optimisation methods to stabilise motion of a sea probe, ZN. Budowa i Eksploatacja Maszyn/ATH w Bielsku-Białej, 2003, Ser. 4 Publikacje z.6, str. 29-40.
- [9] Maczyński A., Fałat P.: Dynamika żurawi typu offshore stabilizacja położenia ładunku, ZN. Budowa i Eksploatacja Maszyn, Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, nr 26, 2006, 69-86.

Artykuł recenzowany

