

Ewa SILICKA, Adrian SILICKI
ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY,
KATEDRA TEORII KONSTRUKCJI

Poliptymalizacja przekryć strukturalnych z uwzględnieniem kryteriów niezawodnościowych systemów konstrukcyjnych

Dr inż. Ewa SILICKA

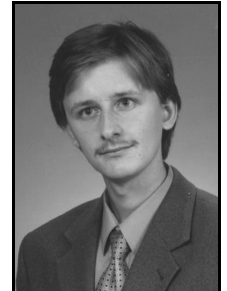
Jest adiunktem w Katedrze Teorii Konstrukcji na Wydziale Budownictwa i Architektury Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego. Tematyka pracy naukowej podejmowanej przez autorkę dotyczy zagadnień optymalizacji niezawodnościowej konstrukcji prętowych. Studia magisterskie ukończyła w roku 2001 na specjalności konstrukcje budowlane i inżynierskie. Stopień doktora nauk technicznych uzyskała w listopadzie 2004 roku.



e-mail: ewa.silicka@zut.edu.pl

Dr inż. Adrian SILICKI

Jest adiunktem w Katedrze Teorii Konstrukcji na Wydziale Budownictwa i Architektury Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Szczecińskiego. Tematyka pracy naukowej podejmowanej przez autora dotyczy zagadnień dyskretnej polioptymalizacji stalowych konstrukcji prętowych. Studia magisterskie ukończył w roku 2001 na specjalności konstrukcje budowlane i inżynierskie. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał w czerwcu 2005 roku.



e-mail: adrian.silicki@zut.edu.pl

Streszczenie

W pracy sformułowano zagadnienie dyskretnej wielokryterialnej optymalizacji niezawodnościowej przekryć strukturalnych. Przedstawiono podstawy teorii niezawodności oraz metody analizy probabilistycznej w odniesieniu do przestrzennych konstrukcji kratowych. Podjęto próbę oceny awaryjności przekryć prętowych w ujęciu lokalnym i globalnym. W tym celu określono parametry projektowe oraz obciążenia, których losowa zmienność wpływa znacząco na ich niezawodność. Zdefiniowano kryteria awarii konstrukcji jako funkcje opisanych zmiennych losowych. Kryteria te ujęto w wektorze funkcji celu zadania optymalizacji oraz w wektorze ograniczeń nierównościowych. Przedstawiono metodę oceny stanu bezpieczeństwa konstrukcji za pomocą analizy ścieżek zniszczenia. Rozpatrzono dwa modele materiału – sprężysty i kruchy. Przedstawione rozważania zilustrowano przykładem liczbowym dotyczącym realnej konstrukcji inżynierskiej.

Słowa kluczowe: przestrzenne konstrukcje kratowe, polioptymalizacja, niezawodność, prawdopodobieństwo awarii, ścieżka awarii.

Vector optimisation of spatial trusses with system reliability-based criteria

Abstract

In the paper the problem of discrete multicriteria reliability-based optimisation of spatial trusses is formulated. The bases of the reliability theory and methods of probabilistic analysis applied to space truss structures are presented. Local and global approach to probability of structure failure is taken into account. For that purpose design parameters and loads of high variation are determined. There are defined the criteria of failure as objective functions as well as inequality constraints in optimization problem formulation. The assumed criteria are of two types – the local ones concerning single elements of the analysed truss, and the global ones applied to the whole structure. The method of the reliability analysis by failure mode approach is introduced. Two models of materials are considered for that purpose – with ductile and brittle characteristic. As a practical application of the algorithm considered there is presented the reliability analysis of a real engineering structure.

Keywords: spatial trusses, multicriteria optimisation, reliability, probability of failure, failure mode.

1. Wprowadzenie

Przedmiotem przedstawionych w niniejszej pracy rozważań jest algorytm wielokryterialnej optymalizacji niezawodnościowej przestrzennych konstrukcji kratowych, ze szczególnym uwzględnieniem przekryć strukturalnych. Przez przekrycia strukturalne rozumiane są kratownice przestrzenne jedno- lub dwuwarstwowe, wykonane z elementów stalowych o przekrojach zamkniętych. Odpowiednie ukształtowanie tego typu ustrojów konstrukcyjnych zapewnia im dużą sztywność, która zwiększa się wraz ze wzrostem odległości pomiędzy górną i dolną warstwą prętów. Istotną zaletą takich struktur jest również duża swoboda kształtowania

przekrycia, co stwarza możliwość tworzenia ciekawych form architektonicznych. Wszystko to sprawia, że przekrycia strukturalne stosowane są często jako konstrukcje nośne dachów dużych centrów sportowych, handlowych czy obiektów użyteczności publicznej [1, 4]. Istotnym aspektem projektowania takich konstrukcji staje się zatem ich niezawodność, gdyż ewentualna awaria wiązałaby się z narażeniem zdrowia i życia przebywających w środku ludzi oraz znacznymi stratami materialnymi.

2. Ocena awaryjności przekryć strukturalnych jako układów konstrukcyjnych

Niezawodność konstrukcji inżynierskich jest istotnym kryterium projektowym, przy czym wymagany poziom bezpieczeństwa zależy od funkcji i przeznaczenia obiektu. Prętowe struktury przestrzenne stosowane są na ogół jako konstrukcje przekryć o dużych rozpiętościach, sięgających nawet ponad 100 metrów, w sytuacjach, gdy niekorzystne jest wprowadzanie podpór pośrednich.

Kratownice tego typu uważane są za konstrukcje o wysokim poziomie niezawodności, gdyż ze statycznego punktu widzenia są one wielokrotnie statycznie niewyznaczalne. Do powstania kinematycznie zmiennego mechanizmu zniszczenia może dojść jedynie w wyniku awarii prętów, które tworzą tzw. ścieżkę zniszczenia. Większość ścieżek zniszczenia składa się z kilku do kilkunastu prętów, co oznacza, że prawdopodobieństwo awarii maleje znacząco. Z drugiej jednak strony możliwa jest sytuacja, w której powstanie ścieżka awarii składająca się z jednego elementu. Prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji jest wówczas równoznaczne ze zniszczeniem pojedynczego elementu. Ponadto struktury przestrzenne są to konstrukcje składające się z dużej liczby prętów i węzłów, przy czym montaż odbywa się na ogół na placu budowy. W sytuacjach takich częściej niż przy montażu warsztatowym dochodzi do tzw. błędów ludzkich, losowe rozrzuty parametrów konstrukcji są większe, a węzły wykonywane są z mniejszą precyzją. Z powyższych względów, pamiętając jednocześnie o odpowiedzialności na ogół funkcjach konstrukcyjnych, przekrycia strukturalne powinny być projektowane z uwzględnieniem kryteriów niezawodnościowych, co w sposób znaczący przyczynia się do racjonalnego ustalenia poziomu bezpieczeństwa obiektu.

3. Algorytm polioptymalizacji niezawodnościowej przekryć strukturalnych

Sformułowanie problemu

W sposób ogólny zagadnienie polioptymalizacji niezawodnościowej sformułować można następująco – dane są wektory:

– zmiennych decyzyjnych;

$$\mathbf{x} = \{x_n\}, n = \overline{1, N} \quad (1)$$

– funkcji celu, przy czym przynajmniej jeden element wektora dotyczy niezawodności konstrukcji rozumianej jako system złożony z prętów kratowych połączonych w układy szeregowo i równoległe. Postawą do analizy konstrukcji jako systemu prętów jest wyznaczenie poziomu niezawodności poszczególnych prętów kratownicy, które następnie stanowią będą logiczne ciągi zdarzeń prowadzące do utraty nośności obiektu. Za stan awarii przyjęto sytuację, w której w układzie prętów nastąpiło przekroczenie warunków danych wektorem funkcji granicznych, co spowodowało powstanie kinematycznie zmiennego mechanizmu;

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{f_j(\mathbf{x})\}, j = \overline{1, J} \quad (2)$$

– ograniczeń, przy czym przynajmniej jeden element wektora dotyczy niezawodności konstrukcji, rozumianej jak przedstawiono powyżej;

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \{g_k(\mathbf{x}) < 0\}, k = \overline{1, K} \quad (3)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \{h_m(\mathbf{x}) = 0\}, m = \overline{1, M} \quad (4)$$

– zmiennych losowych

$$\mathbf{X} = \{X_i\}, i = \overline{1, I} \quad (5)$$

– funkcji granicznych

$$\mathbf{G}(\mathbf{X}) = \{G_t(\mathbf{X})\}, t = \overline{1, T} \quad (6)$$

oraz zbiory parametrów zadania, stałych w procesie optymalizacji. Należy wyznaczyć zbiór rozwiązań niezdominowanych X_{ND} , zgodnie z równaniami [7]

$$Y_{ND} = \{y_{ND}^k \in Y : \neg \exists_{y_i \in Y} y_i \neq y_{ND}^k \wedge y_{ND}^k \in y_i + A\} \quad (7)$$

$$X_{ND} = \mathbf{f}^{-1}(Y_{ND}) \quad (8)$$

$$\mathbf{x}_{ND}^k \in X_{ND} \Leftrightarrow \neg \exists_{x_i \in X} \forall_{j \in J} f_j(\mathbf{x}_i) \leq f_j(\mathbf{x}_{ND}^k) \wedge \exists_{j \in J} f_j(\mathbf{x}_i) < f_j(\mathbf{x}_{ND}^k) \quad (9)$$

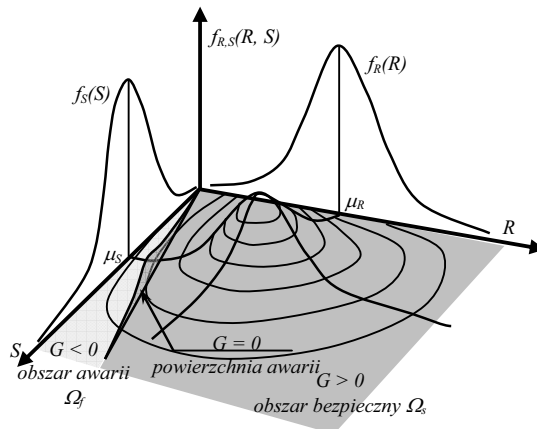
oraz rozwiązanie preferowane \mathbf{x}_p i odpowiadają mu ocenę preferowaną y_p .

Definicja prawdopodobieństwa awarii

Oszacowanie poziomu niezawodności elementów konstrukcji związane jest z uwzględnieniem losowego charakteru zmiennych projektowych i obciążeń. Ze względów obliczeniowych w analizie brane są pod uwagę te zmienne losowe, których rozrzut jest istotny z punktu widzenia awarii obiektu. Poprzez awarię elementu rozumiany jest stan uplastycznienia pręta w przypadku naprężeń rozciągających oraz uplastycznienia lub utraty stateczności w postaci wybożenia w przypadku naprężeń ściskających. Warunki graniczne, decydujące o przejściu elementu w stan awarii definiowane są za pomocą funkcji granicznych, zawartych w wektorze $\mathbf{G}(\mathbf{X})$. Zakładając, że nośność opisana jest zmienną R , zaś obciążenia zmienną losową S , za awarię uważa się stan, gdy obciążenia S przekraczają nośność R . Prawdopodobieństwo awarii definiowane jest wówczas jako

$$P_f = P[G(R, S) \leq 0] \quad (10)$$

W teorii niezawodności przyjmuje się, że zbiór zdarzeń elementarnych dzieli się na dwa dopełniające się podzbiory – obszar bezpieczny Ω_s i obszar awarii Ω_f , które oddzielone są powierzchnią awarii o równaniu $G(\mathbf{X}) = 0$. Interpretację graficzną obszaru awarii oraz powierzchni awarii przedstawia rysunek 1.



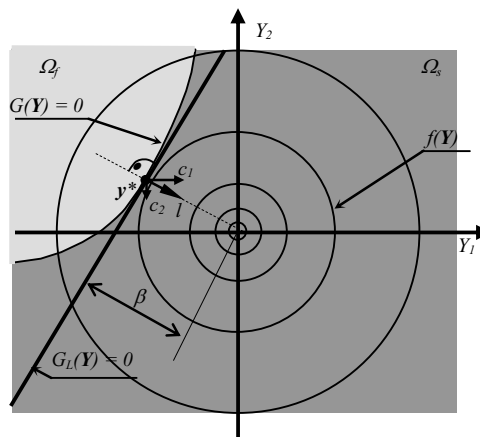
Rys. 1. Interpretacja geometryczna funkcji granicznej i obszaru awarii w przestrzeni 2D

Fig. 1. Geometric interpretation of a limit function and failure domain in 2D space

Zgodnie z klasyczną definicją prawdopodobieństwo awarii wyraża się równaniem [5, 6]

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (11)$$

W celu uniknięcia skomplikowanych i mało efektywnych numerycznie procedur całkowania po wielowymiarowym obszarze Ω_f , prawdopodobieństwo awarii wyrazić można za pomocą wskaźnika Hasofera – Lindsa β , stosując metodę FORM [5, 6]. W metodzie tej funkcja graniczna aproksymowana jest za pomocą rozwinięcia w szereg Taylora z zachowaniem wyrazów pierwszego rzędu. W przypadku nieliniowej funkcji granicznej w metodzie FORM aproksymacji dokonuje się w punkcie projektowym \mathbf{y}^* , położonym na powierzchni awarii najbliższej początkowi układu współrzędnych (rys. 2). Po dokonaniu transformacji wszystkich zmiennych losowych i funkcji granicznej do przestrzeni standardowej $YN(0,1)$ miarą poziomu bezpieczeństwa staje się odległość aproksymowanej powierzchni awarii od początku układu współrzędnych, interpretowana jako wskaźnik niezawodności β (rys. 2).



Rys. 2. Aproksymacja liniowa funkcji granicznej w punkcie projektowym \mathbf{y}^*

Fig. 2. Linear approximation of the limit function in the design point \mathbf{y}^*

Zależność pomiędzy wskaźnikiem β a prawdopodobieństwem awarii wyraża wówczas równanie

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (12)$$

Wyznaczenie współrzędnych punktu projektowego sprowadza się zatem do rozwiązania zagadnienia optymalizacji skalarniej z ograniczeniami, co zapisać można następująco

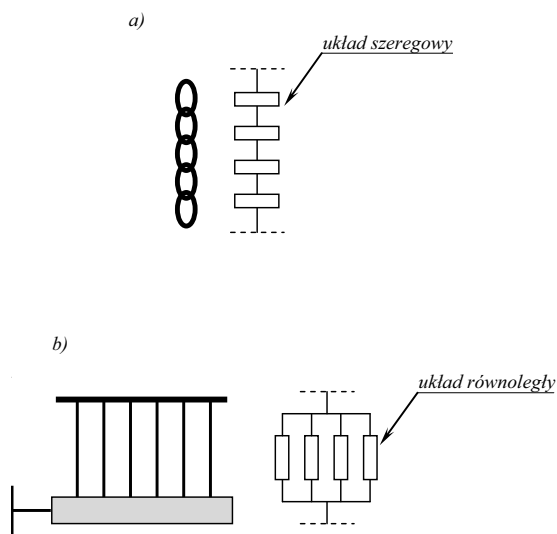
$$\beta = \min(\mathbf{y}^T \mathbf{y})^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

gdzie \mathbf{y} jest spełnia równanie powierzchni awarii $G(\mathbf{y}) = 0$.

Systemowa analiza niezawodnościowa

Analiza niezawodności konstrukcji jako systemu złożonego z poszczególnych prętów opiera się na tworzeniu logicznych ciągów zdarzeń losowych, w konsekwencji których przekrycie zmienia się w kinematycznie zmienny mechanizm. Układy prętów, których awaria doprowadza do zmiany schematu konstrukcji w kinematycznie zmienny mechanizm nazywane są ścieżkami awarii.

W najbardziej ogólny sposób systemy konstrukcyjne podzielić można na szeregowe i równoległe. Za układ szeregowy uważa się schemat, do zniszczenia którego wystarczy awaria jednego elementu. Przykładem konstrukcji szeregowej jest łańcuch złożony ze skończonej liczby ogniw. Do utraty nośności łańcucha wystarczy uszkodzenie jednego ogniwa (rys. 3a). Układami szeregowymi są wszystkie konstrukcje statycznie wyznaczalne. Z kolei układ równoległy to taki, do zniszczenia którego konieczna jest awaria wszystkich elementów wchodzących w skład schematu konstrukcji (rys. 3b).



Rys. 3. Przykłady schematów konstrukcji: a) szeregowych; b) równoległych
Fig. 3. Example scheme of: a) series; b) parallel structure

Określenie schematu pracy konstrukcji jako szeregowego lub równoległego wiąże się ściśle z prawdopodobieństwem awarii systemu P_F . W przypadku układów szeregowych prawdopodobieństwo to waha się w granicach

$$\max_i \{P[G(R_i, S_i) \leq 0]\} \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n \{1 - P[G(R_i, S_i) \leq 0]\} \quad (14a)$$

lub równoznacznie

$$\max_i (p_{fi}) \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{fi}) \quad (14b)$$

gdzie p_{fi} oznacza prawdopodobieństwo awarii i -tego elementu. Jednoznaczne wyznaczenie prawdopodobieństwa awarii P_f jest skomplikowane za względu na trudności w określeniu współczynników korelacji pomiędzy zmiennymi losowymi oraz zmianami wynikającymi z redystrybucji obciążenia po przechodzeniu kolejnych elementów w stan awarii. Granice zdefiniowane w równaniu (14) odpowiadają sytuacjom skrajnym. Dolna granica określa prawdopodobieństwo awarii w sytuacji, gdy korelacja jest pełna ($\rho_{ij} = 1$). Wówczas prawdopodobieństwo awarii systemu szeregowo determinowane jest maksymalnym prawdopodobieństwem zniszczenia elementu. Granica górna natomiast odpowiada sytuacji braku korelacji ($\rho_{ij} = 0$), co oznacza, że nośności poszczególnych elementów pozostają niezależne. Przy tym założeniu układ szeregowy pozostaje bezpieczny, o ile wszystkie elementy są w obszarze bezpiecznym [5, 6]. Alternatywne równania służące określeniu granic zaproponował Ditlevsen [5].

Dla układów równoległych prawdopodobieństwo awarii P_F waha się w granicach

$$\prod_{i=1}^n \{P[G(R_i, S_i) \leq 0]\} \leq P_f \leq \min_i \{P[G(R_i, S_i) \leq 0]\} \quad (15a)$$

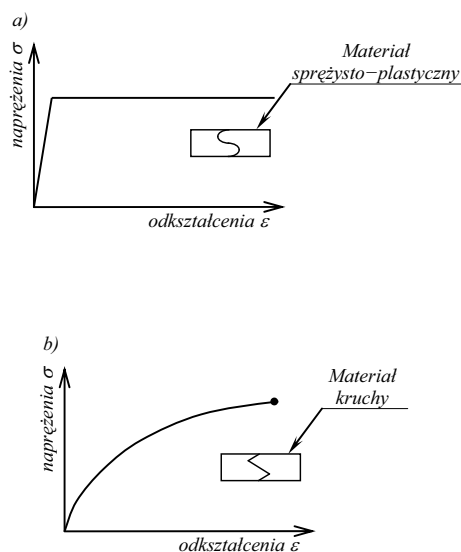
lub równoznacznie

$$\prod_{i=1}^n (p_{fi}) \leq P_f \leq \min_i (p_{fi}) \quad (15b)$$

Dolna granica odpowiada tutaj sytuacji, w której nośności elementów systemu są niezależne ($\rho_{ij} = 0$). System ulega wówczas awarii, gdy wszystkie jego elementy przekroczą warunek dany funkcją graniczną. Traktując zdarzenia te jako losowo niezależne można wyznaczyć prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń jako iloczyn prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych zdarzeń. Granica górna natomiast opisuje prawdopodobieństwo awarii P_F , przy założeniu całkowitej korelacji ($\rho_{ij} = 1$). Bezpieczeństwo systemu determinuje wówczas element o najniższym prawdopodobieństwie awarii.

Ustalenie zależności pomiędzy losowo zmiennymi parametrami projektowymi oraz obciążeniami jest zagadnieniem złożonym. Stosunkowo często przyjmuje się założenia o pełnej korelacji, która wynika z jednakowych odchyłek geometrycznych elementów, z których wykonano pręty struktury oraz charakterystyk materiałowych stali. Uzasadnieniem jest tutaj pochodzenie elementów z jednej partii produkcyjnej. Z drugiej jednak strony założenie to podważa możliwość zastosowania w konstrukcji różnych profili. Analogiczne rozumowanie przeprowadza się przy dyskusji korelacji pomiędzy obciążeniami przypadającym na poszczególne pręty. Często przyjmuje się założenie o pełnej korelacji, gdyż losowe zwiększenie obciążenia struktury przekładać się będzie na zwiększenie sił we wszystkich prętach [8].

Kolejnym zagadnieniem związanym z ustaleniem zależności pomiędzy zmiennymi jest redystrybucja sił wynikająca z awarii elementu, która wpływa na poziom niezawodności pozostałych elementów. Wpływ redystrybucji jest inny w przypadku konstrukcji wykonanych z materiałów sprężysto-plastycznych (np. stal) oraz z materiałów kruchych (np. beton). W wyniku zniszczenia elementu sprężysto-plastyczny traci swoje parametry wytrzymałościowe, natomiast powstałe w nim naprężenia utrzymują się na stałym poziomie odpowiadającym granicy plastyczności lub naprężeniom krytycznym. W przypadku elementów wykonanych z materiałów kruchych osiągnięcie naprężeń granicznych wiąże się z całkowitym wyłączeniem ich z pracy konstrukcji. Na rysunku czwartym przedstawiono najczęściej przyjmowane uproszczone modele zależności naprężeń od odkształceń dla materiałów sprężysto-plastycznych (rys. 4a) i kruchych (rys. 4b).



Rys. 4. Relacja naprężenia – odkształcenia dla materiałów:

a) sprężysto–plastycznych;

b) kruchych

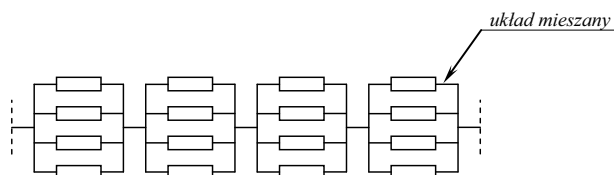
Fig. 4. Stress – strain relation for materials:

a) ductile; b) brittle

W przypadku uwzględnienia redystrybucji naprężeń po przejściu poszczególnych elementów w stan awarii konieczne jest przeprowadzenie analizy nieliniowej. Tego typu procedury numeryczne wymagają modyfikacji macierzy sztywności oraz wielokrotnych obliczeń współczynnika niezawodności β po przechodzeniu kolejnych elementów w stany plastyczne.

Analiza obiektów rzeczywistych

Przekrycia strukturalne, ze względu na skomplikowane zwykle schematy statyczne i wielokrotną statyczną niewyznaczalność, są układami mieszanymi (rys. 5). Istnieje w nich na ogół bardzo duża liczba możliwych mechanizmów zniszczenia. Każdy ze statycznie możliwych kinematycznie zmiennych mechanizmów stanowi układ równoległy – do zniszczenia konstrukcji konieczne jest przejście wszystkich elementów w stan awarii. Mechanizm taki nazywany jest ścieżką zniszczenia. Pojedyncze ścieżki natomiast tworzą układy szeregowo – do awarii struktury wystarczy jeden element. Z uwagi na niezwykle dużą liczbę możliwych ścieżek, w realnych obiektach inżynierskich ze względów numerycznych konieczne jest ograniczenie analizy do ścieżek najbardziej prawdopodobnych, zwanych dominującymi. W tym celu opracowano szereg procedur zwiększających efektywność analizy niezawodnościowej. Należy jednak zauważyć, iż w literaturze niewiele jest przykładów oceny bezpieczeństwa obiektów rzeczywistych metodą ścieżek zniszczenia. Proponowane algorytmy przedstawiane są na ogół na konstrukcjach relatywnie prostych. Wynika to z faktu, iż analizy tego typu są bardzo złożone obliczeniowo i numerycznie.



Rys. 5. Przykładowy schemat konstrukcji mieszanej

Fig. 5. Example scheme of combined structure

Proponowany algorytm rozwiązania problemu

Problem optymalizacji sformułowano jako zagadnienie dwupoziomowe. Pierwszy poziom stanowi pętla iteracyjna dobierająca optymalne przekroje do poszczególnych prętów kratownicy na podstawie dyskretnego katalogu profili dostępnych na rynku. Dobór profili odbywa się na podstawie procedur normowych. Zaprojektowana w ten sposób konstrukcja poddana jest analizie pętli zewnętrznej, gdzie zgodnie ze sformułowaniem zadania jest ona oceniana poprzez określenie wartości funkcji celu oraz modyfikowana według przyjętej metody optymalizacji. Przynajmniej jedna z przyjętych funkcji celu dotyczy niezawodności konstrukcji. Szczegółowy algorytm polioptymalizacji niezawodnościowej przedstawiono w pracach [2, 9, 10]. Istotną zaproponowaną obecnie różnicą jest włączenie do modelu analizy niezawodnościowej konstrukcji jako systemu.

W zaproponowanym w pracy algorytmie polioptymalizacji uwzględniono kryterium i ograniczenie niezawodnościowe w postaci prawdopodobieństwa awarii systemu metodą ścieżek zniszczenia. Ze względu na złożoność zagadnienia analizę systemową ograniczono do wyznaczenia dominującej ścieżki zniszczenia oraz prawdopodobieństwa jej wystąpienia. Zastosowane uproszczenie jest uzasadnione obecnymi możliwościami obliczeniowymi komputerów. Podkreślić należy fakt, iż zagadnienie optymalizacji wiąże się z wielokrotną reanalizą konstrukcji dla różnych realizacji zmiennych decyzyjnych. Analiza niezawodności systemu wykonywana jest więc wielokrotnie. Ponadto w przypadku problemu optymalizacji istotne jest ustalenie obiektywnej miary poziomu bezpieczeństwa struktury, którą wyraża się jako funkcję celu. Pozwala to na porównanie niezawodności poszczególnych realizacji. Nie jest natomiast celem pracy jednoznaczne i ścisłe ustalenie prawdopodobieństwa awarii, gdyż na ogół nie jest to możliwe ze względu na brak danych na temat korelacji zmiennych.

Dominującą ścieżkę awarii ustalono wyznaczając pręty, których awaria jest najbardziej prawdopodobna [5]. Wyznaczone w poszczególnych iteracjach pręty obarczone były największym prawdopodobieństwem awarii, pod warunkiem awarii prętów we wcześniejszych iteracjach. W procedurze wyznaczania ścieżki zniszczenia uwzględniono redystrybucję obciążenia, przyjmując biliniowy model Prandtla materiału sprężysto–plastycznego (rys. 4a) [6]. Model ten dobrze oddaje charakterystykę pracy stali konstrukcyjnych, z których wykonywane są przekrycia strukturalne, bez uwzględniania efektu wzmocnienia. Analizę nieliniową wykonano metodą przyrostową.

Ze względu na nieustaloną korelację pomiędzy zmiennymi wyznaczono granice, w których wahać się może prawdopodobieństwo wystąpienia analizowanej ścieżki zniszczenia. Z punktu widzenia optymalizacji konieczne jest jednak ustalenie jednej wartości prawdopodobieństwa awarii. Założono, że estymatorem prawdopodobieństwa awarii będzie wartość środkowa z wyznaczonego przedziału, która stanowić może wyznacznik niezawodności struktury i tym samym być kryterium porównawczym w zagadnieniu optymalizacji wektorowej. Uzasadnione wydaje się zatem wprowadzenie funkcji granicznej wyznaczającej prawdopodobieństwo awarii systemu za pomocą przedstawionego algorytmu i włączenie go do stożka dominacji problemu.

4. Przykład zaproponowanego algorytmu

Poniższy przykład obliczeniowy ograniczono do analizy niezawodnościowej jednego wariantu rozwiązania należącego do obszaru dopuszczalnego zadania optymalizacji.

Analizowana struktura jest stalową kratownicą przestrzenną o wymiarach 4×8 m i wysokości konstrukcyjnej 1 m. Warstwę górną i dolną stanowią równoległe ortogonalne siatki prętów, przy czym węzły warstwy górnej i dolnej są wzajemnie przesunięte o połowę modularnej odległości międzywęzłowej. Struktura oparta jest w trzech węzłach w każdym narożu (rys. 6). Wszystkie

pręty wykonane są z rur walcowanych ze stali R 45, połączonych w węzłach w sposób przegubowy. Na pręty przekrycia zastosowano trzy różne profile.

W zadaniu uwzględniono losowy charakter zmiennych projektowych oraz obciążeń. Wektor przyjętych zmiennych losowych X składa się z dziewięciu elementów. Założono, że losowo zmienne są średnice oraz grubości rur stanowiących profile prętów, przy czym współczynnik zmienności przyjęto równy 0,1. Ponadto jako zmienne losowe potraktowano parametry materiałowe stali – granicę plastyczności i moduł sprężystości podłużnej o współczynnikach zmienności odpowiednio 0,1 i 0,05. Przyjęto również uogólniony mnożnik obciążenia stałego oraz obciążenia śniegiem o współczynniku zmienności 0,2. Wszystkie zmienne opisano rozkładem normalnym.

Dla wszystkich prętów kratownicy wyznaczono wskaźniki niezawodności Hasofera–Linda β . Przyjęte podczas analizy elementowej funkcje graniczne mają charakter lokalny i dotyczą przekroczenia naprężeń uplastyczniających w przypadku prętów rozciąganych oraz naprężeń krytycznych według modelu Eulera w przypadku prętów ściskanych, zgodnie z równaniem

$$G_i = 1 - \frac{|\sigma_i|}{\sigma_i^{gr}} \quad (16)$$

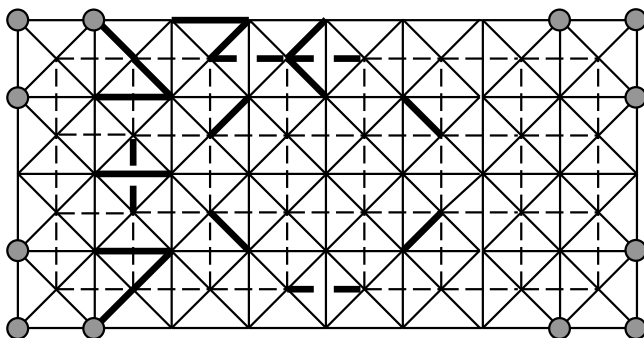
gdzie

$$\sigma_i^{gr} = \begin{cases} \sigma_i^0, & \text{gd } \sigma_i \geq 0 \\ \sigma_i^{cr}, & \text{gd } \sigma_i < 0 \end{cases}, \quad (17)$$

$$\sigma_i^{cr} = \frac{\pi^2 E_i J_i}{A_i l_i^2}$$

Na podstawie wyznaczonych wskaźników β ustalono element o największym prawdopodobieństwie awarii. Prowadząc analizę metodą przyrostową wyznaczono jego obciążenie niszczące i dokonano redystrybucji obciążenia po przejściu elementu w stan plastyczny, zgodnie z modelem Prandtla. Następnie ponownie wyznaczono wskaźniki niezawodności. Opisaną procedurę powtarzano do uzyskania kinematycznie zmiennego mechanizmu. W przypadku występowania jednakowych wskaźników β dla różnych prętów, co miało w początkowych krokach iteracji i wynikało z symetrii konstrukcji, w dalszej analizie uwzględniano jeden z nich.

Uzyskana ścieżka zniszczenia składa się z dziewiętnastu elementów, przy czym liczba prętów konstrukcji wynosi 256. Potwierdza to relatywnie dużą niezawodność przekryć strukturalnych wynikającą z ich silnej statycznej niewyznaczalności. Uzyskaną za pomocą przedstawionej procedury ścieżkę pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Dominująca ścieżka awarii w analizowanym wariantcie rozwiązania
Fig. 6. Dominated failure mode for the analysed variant of solution

Wyznaczony zgodnie z równaniem (15) przedział określający dolną i górną granicę prawdopodobieństwa awarii P_f analizowanego wariantu rozwiązania wynosi

$$6,406 \cdot 10^{-6} \leq P_f \leq 1,883 \cdot 10^{-1} \quad (18)$$

Wartość środkowa przedziału wynosi $9,414 \cdot 10^{-2}$ i stanowi wartość funkcji celu opisującej niezawodność systemu.

5. Podsumowanie

1. W przypadku dyskretnej polioptymalizacji przekryć strukturalnych uzasadnione jest wprowadzenie kryteriów niezawodnościowych ze względu na częste zastosowania tego typu konstrukcji w obiektach użyteczności publicznej. Zastosowanie metod analizy niezawodnościowej pozwala na wykluczenie z dalszych rozważań rozwiązań o zbyt niskim poziomie bezpieczeństwa oraz na wybór rozwiązania godzącego sprzeczne na ogół ekonomiczne i niezawodnościowe kryteria optymalizacji.
2. Kratownice przestrzenne, jako układy wielokrotnie statycznie niewyznaczalne, cechują się stosunkowo dużą niezawodnością.
3. W przypadku realnych konstrukcji inżynierskich niemożliwe jest wyznaczenie wszystkich możliwych ścieżek zniszczenia. Liczbę poddanych analizie mechanizmów zniszczenia należy ograniczyć do najbardziej prawdopodobnych.

6. Literatura

- [1] Bródka J. (red.): Przekrycia strukturalne. Arkady, Warszawa 1985.
- [2] Jendo S., Paczkowski W. M., Silicka E.: Discrete multicriteria reliability-based optimization of spatial trusses. CAMES, 2007, Vol. 14, pp. 485–496.
- [3] Jendo S., Putresza J.: Multicriterion reliability-based optimization of structural systems. in: Schuëller G. I., Shinozuka M., Yao J. T. P. (eds.): Structural Safety and Reliability. Proceedings of ICOSAR'93, Innsbruck 9–13 Aug. 1993.
- [4] Makowski Z. S. (ed.): Analysis, Design and Construction of Double-Layer Grids. Elsevier Applied Science Publishers, 1981.
- [5] Melchers R.E.: Structural Reliability, Analysis and Prediction. Wiley, New York 1987.
- [6] Nowak A. S., Collins K. R.: Reliability of Structures. McGraw–Hill, Boston 2000.
- [7] Paczkowski W. M.: Wybrane problemy dyskretnej optymalizacji ewolucyjnej. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej Nr 544, Szczecin 1999.
- [8] Park S., Choi S., Sikorsky C., Stubbs N.: Efficient method for calculation of system reliability of a complex structure. International Journal of Solids and Structures, 2004, Vol. 41, pp. 5035–5050.
- [9] Silicka E.: Optymalizacja niezawodnościowa przekryć strukturalnych. (w:) Garbalińska H. (red.): Prace doktorantów kierunku budownictwo, Politechnika Szczecińska, Szczecin 2004, s. 97–120.
- [10] Silicka E., Silicki A.: Polioptymalizacja niezawodnościowa przekryć strukturalnych z zastosowaniem metod ewolucyjnych. Pomiary, Automatyka, Kontrola, Vol. 54, 2008.

Artykuł recenzowany