

Ludwik KANIA, Szczepan ŚPIEWAK

POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA, INSTYTUT MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN

Wyznaczanie charakterystyk zastępczych kulek w numerycznym modelowaniu łożysk tocznych wieńcowych

Dr hab. inż. Ludwik KANIA

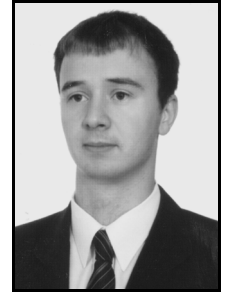
Profesor nadzwyczajny w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Częstochowskiej. Jest autorem licznych publikacji z zakresu projektowania łożysk tocznych wieńcowych. Współpracuje z firmą ZAFAMA, czołowym producentem łożysk wieńcowych w Polsce. Zajmuje się problematyką CAD, podstaw konstrukcji maszyn oraz optymalizacji. Jest autorem kilkunastu podręczników akademickich.



e-mail: ludwik@imipkm.pcz.pl

Mgr inż. Szczepan ŚPIEWAK

Doktorant w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Częstochowskiej. Jego zainteresowania naukowe dotyczą modelowania i projektowania łożysk tocznych wieńcowych, w szczególności stosowanych w siłowniach wiatrowych. Jest autorem kilku publikacji z zakresu tej tematyki.



e-mail: szczepan_spiewak@poczta.onet.pl

Streszczenie

Charakterystyki zastępcze części tocznych umożliwiają ich modelowanie za pomocą elementów prętowych w modelach numerycznych łożysk wieńcowych wykonanych przy użyciu metody elementów skończonych. W pracy omówiono sposób wyznaczania charakterystyki zastępczej kulek w łożysku wieńcowym kulkowym jednorzędowym. Wykorzystano w tym celu model strefy styku kulki z bieżnią łożyska oraz segment modelu numerycznego pierścienia łożyska z tzw. superelementem. Przedstawiono założenia budowy modelu i przykładowe wyniki obliczeń numerycznych. Obliczenia wykonano przy założeniu sprężysto-plastycznego stanu materiału z uwzględnieniem tarcia na powierzchniach styku.

Słowa kluczowe: łożyska wieńcowe, strefa styku, charakterystyka zastępcza.

Determination of equivalent characteristic of balls in numerical modelling of slewing bearings

Abstract

Equivalent characteristics of rolling elements enable their modelling with help of truss elements in finite element method based numerical models of slewing bearings [2, 3, 4]. A new method for determination of equivalent characteristics of balls in a single-row ball slewing bearing (Fig. 1) is presented in the paper. At the first stage of calculations the numerical model of the ball contact zone with the bearing raceway was developed (Fig. 2). The model is divided into sections. In the 2 and 3 contact sections there was used a material in elastic-plastic state with bilinear characteristic (Fig. 3) in 2 and 3 contact sections, while in 1 and 4 sections – an elastic one. At the second stage the numerical model of a bearing ring segment (Fig. 4) with a super-element (Fig. 5) was developed. The super-element consists of two pairs of rigid beam elements (2) and an elastic truss element (1) with nonlinear characteristic σ - ϵ . The model was loaded with a force calculated by formula (2) with the material hardness coefficient according to [9]. Numerical calculations were carried out with ADINA software [7]. Table 1 and Fig. 6. present the equivalent characteristic of the ball. The calculations results were approximated by power function (4). The new method for calculation of the bearing ball equivalent characteristic allows for accurate simulation of the bearing contact zone. It can be applied to all types of ball slewing bearings. Accurate estimation of the ball equivalent characteristic will have positive influence on accuracy of calculating the bearing capacity.

Keywords: slewing bearings, contact zone, equivalent characteristic.

1. Wstęp

Analiza charakteru pracy łożysk wieńcowych w odniesieniu do łożysk powszechnego stosowania pozwala jednoznacznie stwierdzić, że istnieją znaczące ograniczenia, uniemożliwiające bezpośrednie korzystanie z opracowanych technik obliczania łożysk zwykłych do modelowania łożysk wieńcowych. Szczególnie wpływają na to: duże wartości średnic tocznych d_t (dochodzące do

kilku metrów), odmienny system mocowania pierścieni łożyskowych do korpusów i głowic (najczęściej za pomocą śrub mocujących rozmieszczonych na obwodach pierścieni), statyczny charakter pracy (najczęściej pracują jako wolnoobrotowe przy prędkościach obrotowych nieprzekraczających kilku obrotów na minutę), specyfika obciążenia (duże wartości sił osiowych Q , promieniowych H i swobodnego momentu wywrotnego M przyłożonego do głowicy), duża liczba części tocznych (dochodząca nawet do kilkuset) [1].

Z uwagi na duże rozmiary pierścieni, które podlegają zginaniu i skręcaniu, odkształceniom w miejscach mocowania śrubami do struktur podparcia, wreszcie typowym dla łożysk odkształceniom w strefach styku części tocznych z bieżniami łożyska, do modelowania łożysk wieńcowych stosuje się najczęściej metodę elementów skończonych. W celu umożliwienia wykonania obliczeń łożysk wieńcowych w rozsądnym czasie i bez nadmiernego zwiększania rozmiarów zadania (tj. bez wielokrotnego modelowania zadania kontaktowego), w modelach MES łożysk wieńcowych elementy toczne (zarówno kulki jak i wałeczki) zastępuje się tzw. elementami zastępczymi. W przypadku wałeczków są to elementy prętowe [2], a w przypadku kulek tzw. superelementy [3], w których sprężysty element prętowy symuluje zachowanie się części tocznych. Dla elementów zastępczych wyznacza się tzw. charakterystyki zastępcze, które pozwalają na symulację zachowania się rzeczywistego elementu tocznego poddanego działaniu obciążenia zewnętrznego przekazywanego na części toczne za pośrednictwem pierścieni łożyskowych. Uzyskanie charakterystyk zastępczych pozwala na zdefiniowanie odpowiednich charakterystyk materiałowych σ - ϵ odwzorowujących modelowane obiekty i jest wykorzystywane w modułach obliczeniowych programów MES.

Charakterystyki zastępcze matematycznie zapisuje się jako zależność zbliżenia pierścieni łożyskowych η_z w funkcji siły obciążającej pojedynczy element toczny P [4]:

$$\eta_z = c P^w \quad (1)$$

gdzie: c – stała uwzględniająca geometrię strefy styku oraz cechy materiału, w – wykładnik potęgowy określający stopień nieliniowości charakterystyki.

Oblicza się je w trzech etapach: etap I polega na wyznaczeniu charakterystyki siła-przemieszczenie η_1 w rzeczywistej strefie styku części tocznych z bieżniami łożyska na drodze analizy możliwie dokładnego modelu strefy styku, w etapie II wyznacza się odpowiedź η_{11} uproszczonego modelu strefy styku na obciążenie przyłożone w miejscu zamocowania elementu prętowego zastępującego kulkę lub wałeczek, na fragmencie bieżni łożyska odpowiadającym segmentowi bieżni z etapu I, ale zdyskretyzowanym tak jak w modelu obliczeniowym makro całego łożyska wieńcowego. Wreszcie w etapie III oblicza się właściwą charakterystykę zastępczą η_z jako różnicę przemieszczeń wyznaczonych

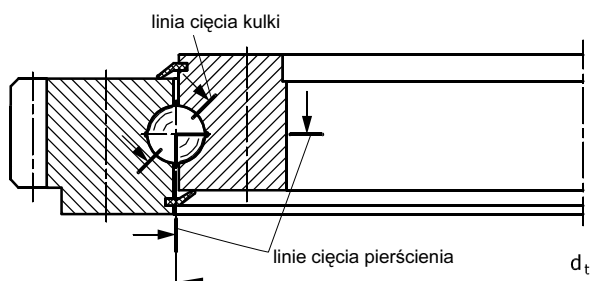
w poprzednich etapach, ta charakterystyka jest następnie przeliczana na wspomnianą wyżej charakterystykę materiałową elementu prętowego. W pracy [2] zamieszczono wyniki obliczeń charakterystyki zastępczej kulki, jednak tylko dla łożysk dwurzędowych o kącie działania wynoszącym 90° (gdzie siła obciążająca kulkę jest równoległa do osi łożyska). Jest to szczególny i raczej rzadki przypadek konstrukcji łożyska wieńcowego. Poza tym nie stosowano superelementu w budowie modelu łożyska, a obliczenia strefy styku wykonano przy założeniu sprężystego stanu materiału.

Niniejszy artykuł poświęcony jest przykładowemu sposobowi wyznaczania charakterystyk zastępczych kulek łożysk wieńcowych w typowych łożyskach wieńcowych kulkowych: jednorzędowych o styku czteropunktowym.

2. Założenia budowy modeli obliczeniowych

Charakterystyki strefy styku części tocznych z bieżniami łożysk wieńcowych uzyskuje się rozwiązując zagadnienie kontaktowe Hertza na drodze numerycznej. W związku z tym założenia modelu Hertza modyfikuje się w taki sposób żeby uwzględniały geometrię i parametry materiałowe rozpatrywanych elementów, otrzymując w przypadku kulek rozwiązanie zagadnienia kontaktowego dwóch elementów o różnych krzywiznach i styku punktowym [5].

W analizie metod modelowania kulek łożyskowych wykorzystano geometrię typowego łożyska wieńcowego jednorzędowego (rys. 1) o następujących parametrach: średnica toczna $d_t = 305$ mm, średnica kulki $d_k = 20$ mm, współczynnik przylegania $k_p = 0,96$ (definiowany jako iloraz promienia elementu tocznego do promienia bieżni w przekroju promieniowym pierścienia łożyska), nominalny kąt działania $\alpha = 45^\circ$ (kąt zawarty między płaszczyzną prostopadłą do osi łożyska, a prostą łączącą punkty styku elementów tocznych z bieżniami), liczba elementów tocznych $i_k = 40$, twardość powierzchniowa kulek 62 HRC i bieżni łożyskowych 58 HRC.



Rys. 1. Przekrój łożyska wieńcowego jednorzędowego z zaznaczonymi liniami granic stref dyskretyzacji kulki i pierścienia łożyska

Fig. 1. Cross-section of four-point slewing bearing with marked boundaries of meshing zones for ball and bearing ring

Dla określania odpowiednich krzywizn styku w łożysku zdefiniowano dwie płaszczyzny. Pierwszą (indeks dolny 1), na której leżą środki wszystkich kulek przy założeniu, że rozpatrywane łożysko nie jest obciążone i drugą (indeks dolny 2) prostopadłą do płaszczyzny pierwszej – płaszczyznę przekroju średnicowego łożyska. Powierzchnie wypukłe traktuje się jako dodatnie, a powierzchnie wklęsłe jako ujemne.

W szeroko pojętym projektowaniu łożysk wieńcowych w celu obliczenia dopuszczalnego obciążenia części tocznych najczęściej przyjmuje się wytrzymałościowe kryterium dopuszczalnych względnych odkształceń plastycznych tych elementów o wartości $\delta_{pl\ dop}/d_k = 0,0002$ [1]. W związku z tym konieczne jest przeprowadzenie szczegółowej analizy odkształceń zachodzących w bezpośredniej strefie styku elementów tocznych i pierścienia łożyskowych. W analizie modeli lokalnych stref styku wykonywanej z użyciem metody elementów skończonych stosuje się odpowiednie zagęszczenia siatki elementów skończonych w bezpośredniej strefie kontaktu.

Wartość granicznej siły P_{dop} , jaką można obciążyć kulkę wyznaczono korzystając z kryterium dopuszczalnych względnych odkształceń plastycznych i odpowiednich zależności podanych przez Eschmanna [5]:

$$P_{dop} = \frac{9,9626 \cdot 10^7 \cdot f_H \cdot d_k^2}{\left(\frac{858}{\mu_H \cdot \nu_H} \cdot \sqrt[3]{[d_k \cdot (\rho_{k2} + \rho_{k1} + \rho_{b2} + \rho_{b1})]^2} \right)^2} \quad (2)$$

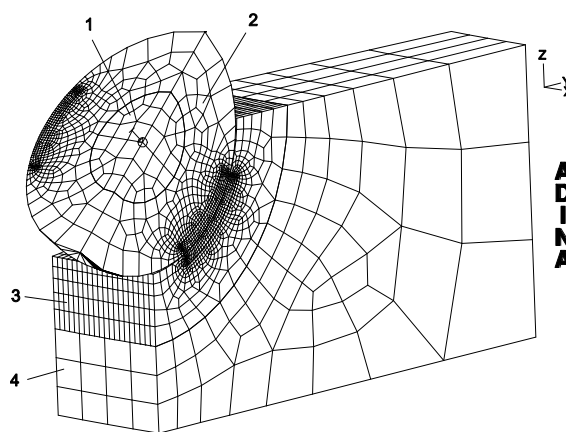
gdzie: d_k – średnica kulki, μ_H, ν_H – współczynniki Hertza [5], $\rho_{k2}, \rho_{k1}, \rho_{b2}, \rho_{b1}$ – krzywizny zastępcze części tocznych (indeks dolny k) i bieżni (indeks dolny b) dla zdefiniowanych uprzednio płaszczyzn 1 i 2 obliczone zgodnie z [4].

Ponieważ wzory Eschmanna opracowane zostały dla twardości stykających się elementów wynoszącej 750 HV, we wzorze (2) wprowadzono korekcyjny współczynnik twardości f_H [6]:

$$f_H = \left(\frac{HV}{750} \right)^2 \quad (3)$$

gdzie: HV – twardość bieżni łożyska w skali Vickersa.

Dla przyjętych parametrów łożyska i twardości bieżni 58 HRC (630 HV) otrzymano wartość obciążenia granicznego kulki $P_{dop} = 35,9$ kN. Do modelowania za pomocą metody elementów skończonych użyto programu ADINA [7]. Model numeryczny strefy styku dla regionu dyskretyzacji zaznaczonego na rysunku 1 i przedstawiono na rysunku 2. Wykorzystano w nim warunki symetrii kulki i wyodrębniono 1/4 objętości kulki z odpowiednim klinowym fragmentem bieżni łożyska o kącie klina równym połowie podziałki kątowej rozmieszczenia kulek łożyska. W modelu pominięto krzywiznę bieżni w płaszczyźnie pierwszej (prostopadłej do przekroju promieniowego pierścienia), z uwagi na duże różnice średnic bieżni i kulki oraz współpracę kulki z bieżnią wklęsłą i wypukłą [2].



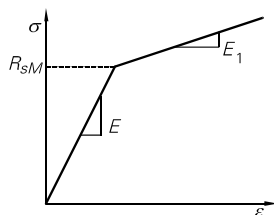
Rys. 2. Siatka modelu MES strefy styku kulki z bieżnią: 1, 2, 3, 4 - kolejne (wyszczególnione w tekście) grupy elementów skończonych

Fig. 2. FEM model mesh of the ball contact zone with the bearing race: 1, 2, 3, 4 - consecutive (detailed in text) groups of finite elements

Z uwagi na różne twardości bieżni i kulki oraz określoną głębokość hartowania modelowanych układów w każdym z nich wyodrębniono cztery objętościowe grupy elementów skończonych. Pierwszą grupę stanowi tzw. wewnętrzny, miękki rdzeń kulki, drugą – zewnętrzną zahartowaną do określonej twardości i głębokości warstwę kulki, trzecią – utwardzoną warstwę bieżni oraz czwartą – nieutwardzony rdzeń pierścienia łożyskowego. Założono, że do określonej głębokości hartowania bieżni czy kulki stan materiału w całej objętości grupy jest jednorodny, podobnie jak dla nieutwardzonych rdzeni kulki i bieżni. Głębokość, na jaką

najczęściej udaje się zahartować elementy łożyska wieńcowego oszacowano w oparciu o pracę [8] i dla rozpatrywanego łożyska określono ją na 6 mm. Wszystkie grupy elementów skończonych utworzono za pomocą 8-węzłowych elementów typu 3D-solid. Pomiędzy zewnętrznymi powierzchniami bieżni i kulki zdefiniowano odpowiednie warunki kontaktu uwzględniające również siły tarcia. W modelowanych obiektach od granicy styku na pewnej objętości utworzono odpowiednio gęstą siatkę elementów skończonych, tak by obejmowały one strefę o największym wyężeniu materiału (punkt Bielajewa).

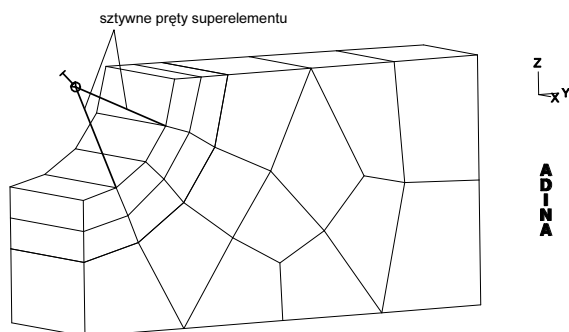
Dla elementów stref utwardzonych założono sprężysto-plastyczny stan odkształceń. Przyjęto dla nich dwuliniową charakterystykę materiałową σ - ϵ (rys. 3) wykorzystującą tzw. modelową granicę sprężystości [9], której wartości wynoszą odpowiednio dla kulki o twardości 62 HRC: $R_{sM} = 1316,1$ MPa, i dla bieżni o twardości 58 HRC: $R_{sM} = 1136,8$ MPa i przyjmując $E = 2,1 \cdot 10^5$ i $E_1 = 2,1 \cdot 10^4$. Materiały grup elementów skończonych ze stref nieutwardzonych przyjęto jako sprężyste o liniowej charakterystyce.



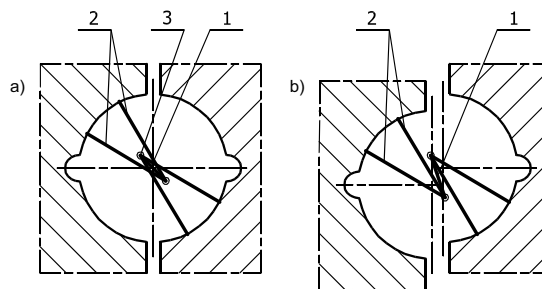
Rys. 3. Dwuliniowa charakterystyka materiałowa
Fig. 3. Bilinear material characteristic

Tak zbudowany model numeryczny obciążono siłą skupioną przyłożoną w centralnym węźle kulki. Kierunek działania wektora siły był zgodny z kierunkiem linii nominalnego kąta działania łożyska. Na górną powierzchnię kulki nałożono odpowiednie warunki przemieszczeń zgodne z przemieszczeniem węzła centralnego. Dolną powierzchnię bieżni utwierdzono, na boczne powierzchnie bieżni i kulki nałożono więzy wynikające z symetrii modelu.

Do obliczeń etapu II użyto modelu będącego fragmentem modelu pierścienia łożyskowego (rys. 4) wraz z superelementem. Geometria segmentu pierścienia łożyska jest taka sama jak w modelu z etapu I, inna jest natomiast siatka modelu, taka, jak w modelu obliczeniowym całego łożyska. Superelement wprowadzony do modelowania przez Smolnickiego [3] pozwala zastąpić zespołem prostych elementów liniowych oddziaływanie kulki z bieżniami łożyska wieńcowego, w szczególności pozwala na symulacje zmian kąta działania łożyska wywołanych obciążeniem kulek. W przedstawionym modelu zastosowano model superelementu nieco odmienny od modelu Smolnickiego – jego budowę ilustruje rysunek 5.



Rys. 4. Siatka modelu segmentu pierścienia z superelementem
Fig. 4. The mesh of model of ring segment with superelement



Rys. 5. Idea superelementu: 1 – sprężysty element prętowy, 2 – sztywne elementy prętowe, 3 – środek krzywizny profilu bieżni

Fig. 5. Idea of the super-element: 1 – elastic truss element, 2 – rigid truss element, 3 – center of raceway profile curvature

Składa się on z dwóch par elementów prętowych o sztywności znacznie większej niż sztywność pozostałych elementów modelujących łożysko oraz z elementu zastępczego (podatnego). Elementy o dużej sztywności (można je nazwać nieodkształcalnymi w stosunku do elementów modelu pierścienia łożyska) połączono z jednej strony z węzłami siatki bieżni, a z drugiej strony ze sobą w punkcie odpowiadającym środkowi krzywizny profilu bieżni łożyska. Pomiędzy dwoma parami tak usytuowanych elementów znajduje się element zastępczy, dla którego wyznacza się charakterystykę zastępczą. W celu lepszej czytelności rysunku pominięto na nim superelement drugiej pary bieżni.

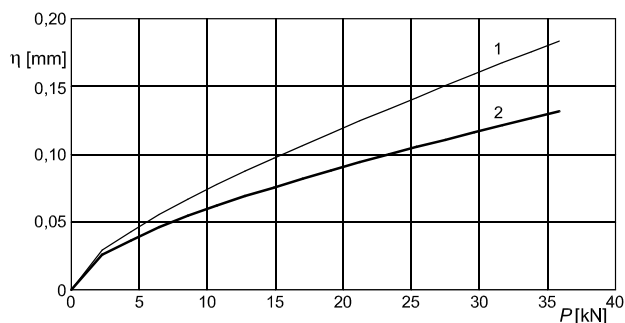
3. Wyniki przeprowadzonych obliczeń

Wykorzystując opracowane modele przeprowadzono przykładowe obliczenia charakterystyki strefy styku oraz charakterystyki zastępczej dla przyjętych powyżej parametrów modelu, tj. dla siły obciążającej kulkę równej dopuszczalnemu obciążeniu strefy styku przy twardości bieżni 58 HRC: $P = 35,9$ kN. Z obliczeń dla modelu strefy styku otrzymano maksymalną wartość nacisku w centralnym punkcie styku wynoszącą $p_0 = 4173$ MPa, co jest dobrym przybliżeniem wartości obliczonej wg wzorów Eschmanna [5]: $p_{0H} = 4265$ MPa, zważywszy, że obliczenia modelowe MES zostały wykonane przy założeniu sprężysto-plastycznego stanu materiału.

Wyniki obliczeń zamieszczono w tabeli 1, a ich graficzną interpretację na rysunku 6.

Tab. 1. Wyniki obliczeń charakterystyki zastępczej kulki
Tab. 1. Calculation results of the ball equivalent characteristic

Siła P [N]	charakterystyka strefy styku η_1 [mm]	charakterystyka zastępcza η_2 [mm]
2279	0,029143	0,025847
4379	0,042793	0,036459
6479	0,055496	0,046125
8580	0,067104	0,054715
10680	0,077612	0,062209
12780	0,087597	0,069139
14880	0,097019	0,075552
16980	0,106278	0,081797
19080	0,115580	0,088077
21180	0,124586	0,094054
23280	0,133336	0,099768
25380	0,141961	0,105345
27480	0,150442	0,110777
29580	0,158935	0,116182
31680	0,167492	0,121647
33780	0,175819	0,126914
35880	0,183670	0,131712



Rys. 6. Wykresy charakterystyki strefy styku (1) i charakterystyki zastępczej (2)
Fig. 6. Contact zone (1) and equivalent (2) characteristics

Obliczoną charakterystykę zastępczą aproksymowano funkcją potęgową i otrzymano następującą zależność:

$$\eta_z = c P^w = 0,0002458 P^{0,5975444} \quad (4)$$

Otrzymano nieco inny wynik niż w pracy [2], w której wykładnik potęgowy równania charakterystyki zastępczej miał wartość $w = 0,619583$. Różnica jest spowodowana przede wszystkim innym rodzajem łożyska, może również wynikać z innego poziomu uproszczeń modelu. Tym samym oznacza to, że charakterystyki zastępcze powinny być określane oddzielnie dla każdego analizowanego łożyska. Należy pamiętać o tym, że model z pracy [2] nie pozwalał na obliczanie charakterystyk łożysk o kątach działania innych niż 90° .

4. Uwagi końcowe

Opracowany model obliczeniowy pozwala wyznaczyć charakterystykę *siła-przemieszczenie* strefy styku kulki z bieżnią łożyska wieńcowego przy uwzględnieniu najważniejszych parametrów strefy styku: rzeczywistego kierunku działania siły obciążającej kulkę, sprężysto-plastycznego stanu materiału stykających się elementów, tarcia na powierzchniach styku. Otrzymana charakterystyka zastępcza została otrzymana przy uwzględnieniu superelementu o nowej budowie. Model ten może być wykorzystany także do analizy zmian kąta działania łożyska wywołanych obciążeniem.

Otrzymana charakterystyka zastępcza pozwala na dokładną symulację działania kulki w modelu obliczeniowym łożyska. Wpływie to niewątpliwie na wzrost dokładności obliczania nośności łożysk wieńcowych.

Opracowana metodyka obliczania charakterystyk zastępczych może być z powodzeniem wykorzystana we wszystkich rodzajach łożysk wieńcowych kulkowych: jednorzędowych, dwurzędowych i podwójnych. Analiza zagadnienia będzie kontynuowana w celu dokładnego określenia wpływu geometrii przekroju pierścieni łożyska i sposobu ich dyskretyzacji na przebieg charakterystyki zastępczej.

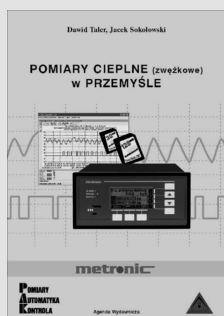
5. Literatura

- [1] Mazanek E.: Zagadnienia konstrukcyjne i wytrzymałościowe w wielkogabarytowych łożyskach tocznych wieńcowych. Seria monografie, nr 105. Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2005
- [2] Kania L.: Analiza obciążenia wewnętrznego łożysk tocznych wieńcowych w aspekcie ich nośności statycznej. Seria monografie, nr 111. Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2005.
- [3] Smolnicki T.: Fizyczne aspekty koherencji wielkogabarytowych łożysk tocznych i odkształcalnych konstrukcji wsporczych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [4] Kania L.: Modelling of rollers in slewing bearing calculations with the use of finite elements. *Mechanism and Machine Theory*, 41 (2006): 11, 1359–1376.
- [5] Eschmann P., Hasbergen L., Weigand K.: *Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen.* Oldenbourg Verlag – Wien, München 1987.
- [6] Krzemiński-Freda H.: *Łożyska toczne.* PWN, Warszawa 1989.
- [7] ADINA. Theory and Modeling Guide. Volume 1: ADINA. ADINA R&D, Inc., Watertown 2008.
- [8] Mazanek E.: Modele obliczeniowe i charakterystyki nośności statycznej łożysk tocznych wieńcowych. Monografie, nr 60. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1999.
- [9] Kania L.: Wyznaczanie dopuszczalnego obciążenia wałeczków w łożyskach wieńcowych. *Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej*, 40 (2007): 135–142.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

Książka Wydawnictwa PAK



Książka „Pomiary cieplne (związkowe) w przemyśle” przedstawia problematykę pomiarów strumienia masy i ciepła płynów przepływających w przewodach przy użyciu zwęzek pomiarowych. Książka przeznaczona jest dla inżynierów i techników zajmujących się zagadnieniami ciepło-przepływowymi w przemyśle, energetyce i ogrzewnictwie. W książce omówiono przyrządy i układy do pomiarów zwęzkowych strumienia ciepła, produkowane przez firmę Metronic.

Zamówienia prosimy składać na adresy PAK:

Wydawnictwo PAK
00-050 Warszawa, ul. Świętokrzyska 14A,
tel./fax: 022 827 25 40

Redakcja PAK
44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, p. 30b,
tel./fax: 032 237 19 45
e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl