

Waldemar MORZUCH

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA, WYDZIAŁOWY ZAKŁAD WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW
PRZY WYDZIALE MECHANICZNYM

Pomiar sztywności utwierdzenia belki przy zastosowaniu interferometrii holograficznej

Dr inż. Waldemar MORZUCH

Ukończył studia na Wydziale Mechanicznym Politechniki Wrocławskiej w 1976r. W roku 1980 uzyskał stopień doktora nauk technicznych na tym samym Wydziale. Obecnie jest adiunktem w Wydziałowym Zakładzie Wytrzymałości Materiałów przy Wydziale Mechanicznym Politechniki Wrocławskiej. Zainteresowania naukowe autora dotyczą zagadnień związanych z interferometrią holograficzną oraz zagadnień związanych ze statecznością dynamiczną układów mechanicznych.



e-mail: waldemar.morzuch@pwr.wroc.pl

Streszczenie

Przedstawiono ocenę jakości utwierdzenia belki wspornikowej metodą interferometrii holograficznej. Przedmiotem badań była belka o przekroju kwadratowym. Oceny jakości utwierdzenia belki dokonano na podstawie kąta ugięcia w miejscu mocowania oraz bezwymiarowego współczynnika wprowadzonego przez autora.

Słowa kluczowe: interferometria holograficzna, sztywność.

Measurement of beam restraint rigidity with use of holographic interferometry

Abstract

The estimation of the semibeam restraint quality with use of holographic interferometry is presented. An object of investigations was a beam of square section. The estimation of the beam restraint quality was performed on the basis of a deflection angle at the restraint point and the dimensionless coefficient introduced by the author.

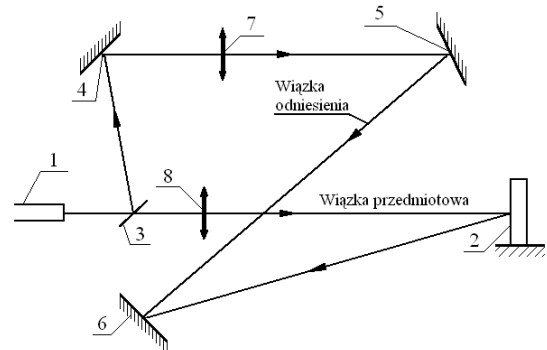
Keywords: holographic interferometry, rigidity.

1. Wstęp

Belki są często spotykanym elementem wielu konstrukcji mechanicznych, takich jak korpusy, wsporniki, kadłuby itp. Podstawowym zagadnieniem pojawiającym się w fazie konstruowania dowolnej belki jest wyznaczenie jej linii ugięcia przy zadanym obciążeniu. Podstawą do rozwiązania powyższego problemu jest równanie różniczkowe wiążące ugięcie belki z zadanym obciążeniem [1]. Rozwiązując takie równanie zakładamy znajomość warunków brzegowych, związanych najczęściej z charakterem zamocowania końców belki (koniec utwierdzony lub swobodnie podparty). Przedmiotem rozważań przedstawionych w tym artykule jest belka wspornikowa obciążona na końcu siłą skupioną. W rozwiązaniach teoretycznych z wytrzymałości materiałów wprowadza się model utwierdzenia idealnego, w którym przemieszczenie poprzeczne i kąt ugięcia są równe zeru. Jak wiadomo, w rzeczywistych konstrukcjach mechanicznych powyższy model nie występuje. Powodem jest istniejąca zawsze pewna podatność utwierdzenia, w wyniku czego przemieszczenia i kąty obrotu zamocowanego końca są różne od zera. Wynika z tego, że istnieje konieczność przeprowadzenia oceny jakości zamocowania końca belki, przyjętego jako idealnie utwierdzonego. Taka ocena jest przedmiotem rozważań przedstawionych w tym artykule. Oceny tej dokonano na podstawie holograficznego pomiaru przemieszczeń rzeczywistych belki wspornikowej, obciążonej siłą skupioną na swobodnym końcu. Zaproponowano wprowadzenie pewnego bezwymiarowego współczynnika, który umożliwia ocenę jakości utwierdzenia końca belki.

2. Opis stanowiska badawczego

W pomiarach zastosowano stanowisko badawcze, którego schemat przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat stanowiska badawczego: 1 - laser, 2 - badany obiekt (belka wspornikowa), 3 - płytka dzieląca światło, 4, 5 - zwierciadła, 6 - płyta holograficzna, 7, 8 - soczewki

Fig. 1. Test stand: 1 - laser, 2 - investigated object (semibeam), 3 - plate of light division, 4, 5 - mirrors, 6 - holographic plate, 7, 8 - lens

Zasadniczym elementem stanowiska badawczego jest laser ILA 120 firmy Carl Zeiss-Jena, który jest laserem jonowym, argonowym, emitującym światło zielone o długości fali $\lambda = 514,5$ nm. Układ optyczny składa się ze zwierciadeł 3, 4, 5, soczewek 7 i 8 oraz z płyty holograficznej 6. Zadaniem tego układu jest wytworzenie wiązek światła laserowego i ich rejestracja. Obiektem badań jest belka wspornikowa o przekroju kwadratowym, obciążona na końcu siłą skupioną P. Belkę umieszczono w szczękach imadła, przymocowanego śrubami do stołu holograficznego.

3. Pomiar przemieszczeń poprzecznych belki

Przemieszczenia poprzeczne belki (ugięcia) mierzono wykorzystując holograficzną metodę dwukrotnej ekspozycji [2].

Metoda ta polega na wykonaniu dwóch naświetleń tej samej płyty holograficznej w dwóch stanach badanego obiektu. Na hologramie zarejestrowane są wtedy dwie fale przedmiotowe, które rozchodziły się od powierzchni obiektu w czasie trwania kolejnych naświetleń. Oświetlenie tak wykonanego hologramu wiązką odniesienia powoduje rozchodzenie się za hologramem dwu zarejestrowanych fal. Fale te interferują ze sobą wytwarzając układ prążków zawierających informację o wzajemnej różnicy między zarejestrowanymi stanami. W rozważanym wypadku pierwsze naświetlenie następowało przy braku obciążenia, natomiast drugie po obciążeniu belki zadaną siłą. Przemieszczenia poszczególnych punktów belki wyznaczono z następującego wzoru [2]

$$W = \frac{\lambda}{2} n \quad (1)$$

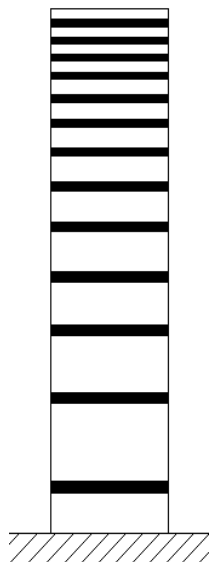
gdzie:

- n - numer kolejnego prążka, przy czym prążkowi przypisuje się numer o wartości równej zeru, gdy występuje na tle punktów, o których wiadomo, że nie uległy przemieszczeniu,
- λ - długość fali światła spójnego emitowanego przez laser, wynosząca 514,5 nm.

W przypadku utwierdzenia idealnego, prążek zerowy powinien leżeć na belce w miejscu utwierdzenia, a kolejny prążek powinien mieć rząd równy jedności. W rzeczywistej belce utwierdzenie doznaje przemieszczenia i obrotu, w związku z tym rząd prążka występującego na utwierdzeniu jest różny od zerowego. W dalszej analizie założono, że pierwszy widoczny prążek, leżący na belce w pobliżu szczęk imadła ma rząd pierwszy.

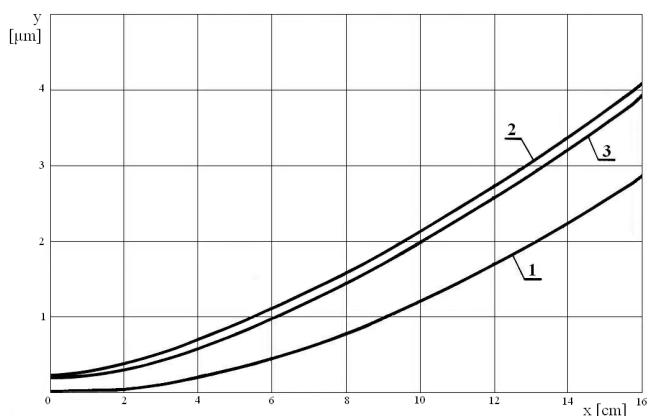
Z zależności (1) wynika, że przy danym obciążeniu prążki interferencyjne powinny mieć kształt poziomych linii równoległych do siebie.

Prążki interferencyjne przeniesione z odpowiedniej fotografii przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Obraz prążków interferencyjnych
Fig. 2. Image of interferometry striae

Na podstawie zależności (1) wyznaczono ugięcie y belki w funkcji położenia danego przekroju opisanego współrzędną x . Linię ugięcia wyznaczoną na podstawie równania (1) przedstawiono na rys. 3 (krzywa 2).



Rys. 3. Wykres ugięcia badanej belki: 1 – krzywa teoretyczna, 2 – krzywa doświadczalna, 3 – krzywa ugięcia belki przy uwzględnieniu niezerowych warunków brzegowych

Fig. 3. Tested beam deflection; curves: 1 - theoretical, 2 - experimental, 3 - when taking into account non-zero boundary conditions

W celu porównania, na tym rysunku przedstawiono linię ugięcia belki utwierdzonej w sposób idealny (zerowe przemieszczenie i zerowy kąt ugięcia). Przypomnijmy, że linia ta jest opisana zależnością [1].

$$y = \frac{Pl^3}{6EJ} x^2 \left(3 - \frac{x}{l} \right) \quad (2)$$

w której:

- E - moduł Younga materiału belki,
- J - moduł bezwładności przekroju poprzecznego belki,
- l - długość belki.

Krzywą opisaną wzorem (2) oznaczono cyfrą 1.

Z wykresów przedstawionych na rys. 3 widać, że występują duże różnice w rozwiązaniu teoretycznym i rzeczywistym. Zmierzone ugięcia są o 40-50% większe od ugięć teoretycznych. Aby uzyskać prawidłowe rozwiązanie równania różniczkowego osi ugiętej (1)

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (3)$$

(gdzie M - oznacza moment gnący) należy wyznaczyć przemieszczenie i kąt ugięcia belki w przekroju utwierdzonym. W tym celu dokonano aproksymacji krzywej ugięcia otrzymanej doświadczalnie. Funkcję otrzymaną z pomiarów aproksymowano wielomianem czwartego stopnia

$$y(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (4)$$

Aproksymację przeprowadzono numerycznie wykorzystując odpowiedni program do mikrokomputera. Po wprowadzeniu wyników pomiarów do pamięci mikrokomputera otrzymano następujące wartości współczynników wielomianu (4)

$$a_0 = 18,55 \cdot 10^{-6} \text{ cm}, \quad a_1 = 5,7735 \cdot 10^{-6},$$

$$a_2 = 1,5254 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}, \quad a_3 = 61,2966 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-2},$$

$$a_4 = -5,1756 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{-3} \quad (5)$$

Znajomość analitycznej postaci funkcji ugięcia umożliwiła wyznaczenie ugięcia $y(0)$ i kąta ugięcia $y'(0)$ w przekroju utwierdzonym belki.

$$y(0) = a_0, \quad y'(0) = a_1 \quad (6)$$

Rozwiązanie równania różniczkowego (3) przy tak sformułowanych warunkach brzegowych wyraża się w postaci

$$y = \frac{Plx^2}{6EJ} \left(3 - \frac{x}{l} \right) + Cx + D \quad (7)$$

Stałe całkowania C i D są równe:

$$C = y'(0), \quad D = y(0) \quad (8)$$

W przypadku utwierdzenia idealnego otrzymuje się:

$$y(0) = 0 \quad \text{i} \quad y'(0) = 0, \quad \text{czyli} \quad C = 0, \quad D = 0 \quad (9)$$

Po uwzględnieniu zależności (6) ostatecznie otrzymuje się funkcję:

$$y = \frac{Plx^2}{6EJ} \left(3 - \frac{x}{l} \right) + a_1 x + a_0 \quad (10)$$

Wykres tej funkcji przedstawiono na rys. 3 i oznaczono cyfrą 3. Z wykresu wynika, że funkcja ta stosunkowo dobrze przybliża krzywą 2 otrzymaną z pomiarów.

4. Ocena jakości utwierdzenia belki

W celu oceny jakości utwierdzenia belki autor proponuje wprowadzenie pewnego bezwymiarowego współczynnika zdefiniowanego jako iloraz:

$$\alpha = \frac{S_1}{S_2} \quad (11)$$

gdzie:

- S_1 - pole pod wykresem ugięcia belki utwierdzonej w sposób idealny,
- S_2 - pole pod wykresem ugięcia belki rzeczywistej.

Współczynnik opisany wzorem (11) jest analogiczny do współczynnika α_x wprowadzonego przez autora do płyt [2].

Pola S_1 i S_2 można wyrazić zależnościami:

$$S_1 = \int_0^l \frac{Plx^2}{6EJ} \left(3 - \frac{x}{l} \right) dx \quad (12)$$

$$S_2 = \int_0^l (a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0) dx$$

Po wykonaniu całkowania otrzymuje się:

$$S_1 = \frac{Pl^4}{8EJ} \quad (13)$$

$$S_2 = \left(\frac{1}{5} a_4 l^4 + \frac{1}{4} a_3 l^3 + \frac{1}{3} a_2 l^2 + \frac{1}{2} a_1 l + a_0 \right) \cdot l$$

W obliczeniach przyjęto następujące dane:

$$P = 9,81N, \quad l = 0,203m,$$

$$E = 2,06 \cdot 10^5 MPa, \quad J = 3,2552 \cdot 10^{-8} m^4$$

Po podstawieniu tych danych otrzymano:

$$S_1 = 3,1052 \cdot 10^{-7} m^2, \quad S_2 = 4,9114 \cdot 10^{-7} m^2, \quad \alpha = 1,58$$

W przypadku, gdyby brzeg był idealnie utwierdzony, współczynnik α przyjąłby wartość równą 1. Podatność utwierdzenia powoduje, że:

$$S_2 > S_1 \quad \text{i} \quad \alpha > 1$$

Z tego wynika, że wartość tego współczynnika może być miernikiem oceny jakości utwierdzenia. Utwierdzenie jest tym bardziej podatne im bardziej współczynnik α jest większy od 1.

W tym przypadku współczynnik $\alpha = 1,58$ jest dość daleki od $\alpha = 1$, a więc utwierdzenie jest dalekie od idealnego.

Wyznaczony współczynnik α dotyczy najczęściej spotykanego obciążenia belki wspornikowej siłą skupioną na jej swobodnym końcu. Przy innych obciążeniach, np. obciążeniem ciągłym lub momentem skupionym, współczynnik α będzie miał inną postać, do której można dojść w wyniku analogicznych rozważań.

Na podstawie pomiaru holograficznego można dokonać oceny jakości utwierdzenia belki wspornikowej.

W wyniku znajomości krzywej eksperymentalnej wyznaczono ugięcie belki w utwierdzeniu. Wielkości te jako rzeczywiste warunki brzegowe umożliwiają wyznaczenie poprawnej postaci linii ugięcia belki. Ocenę jakości utwierdzenia belki można przeprowadzić na podstawie wartości kąta ugięcia w miejscu mocowania, a także przy wykorzystaniu bezwymiarowego współczynnika zdefiniowanego przez autora. Postępując w podany sposób można ocenić sztywność wielu innych elementów konstrukcyjnych.

5. Literatura

- [1] A. Jakubowicz, Z. Orłoś: Wytrzymałość materiałów. WNT, Warszawa 1966.
- [2] W. Morzuch: Holograficzny pomiar przemieszczeń rzeczywistych płyty umożliwiający określenie jej sztywności i sił wewnętrznych. Przegląd Mechaniczny nr 12/1989.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

VIII Sympozjum nt. Niepewności Pomiaru

Świnoujście, 16 – 20 lutego 2009 r.

Pod patronatem Prezesa Głównego Urzędu Miar

VIII Sympozjum nt. Niepewności Pomiaru, organizowane w cyklu rocznym przez Zakład Metrologii Instytutu Automatyki Przemysłowej (Wydział Elektryczny Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie), zgromadziło 32 uczestników. Sympozjum, zgodnie z podstawowym założeniem, było forum szerokiej wymiany wiedzy i doświadczeń między „teoretykami” i „praktykami”. Uczestniczyli w nim pracownicy Głównego Urzędu Miar z wiceprezesem GUM, mgr Włodzimierzem Popiołkiem oraz pracownicy Okręgowych Urzędów Miar, Centralnego Wojskowego Ośrodka Metrologii, instytutów naukowo-badawczych, laboratoriów akredytowanych i uczelni wyższych. Czasu trwania referatów i dyskusji nie ograniczono, co jest drugim założeniem Sympozjum. Żywe dyskusje świadczyły o zaintereso-

waniu siedmioma referatami „praktyków” (zagadnienia spójności pomiarowej i porównań międzylaboratoryjnych, zagadnienia niepewności w bezstykowych pomiarach temperatury, w pomiarach potencjometrycznych oraz w pomiarach medycznych) i pięcioma – „teoretyków” (zbiory rozmyte w analizie dokładności pomiaru, algebraiczna teoria pomiarów, regresja z niepewnościami obu zmiennych, przedział niepewności przy silnej nieliniowości równania pomiaru oraz identyfikacja parametryczna metodą Monte Carlo). Odybła się także dyskusja okrągłego stołu nt. *ogólnych problemów analizy dokładności pomiarów*.

Organizatorzy: Stefan Kubisa, Stanisław Moskowicz