Anna ZAWADA-TOMKIEWICZ

POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA, WYDZIAŁ MECHANICZNY

Dekompozycja falkowa profilu powierzchni obrobionej po toczeniu

Dr inż. Anna ZAWADA-TOMKIEWICZ

Pracuje jako adiunkt w Zakładzie Monitorowania Procesów Technologicznych Politechniki Koszalińskiej. Stopień doktora nauk technicznych w dziedzinie Budowa i Eksploatacja Maszyn, specjalność Metrologia uzyskała w 2002 roku. W zakresie jej zainteresowań znajdują się systemy wizyjne, sieci neuronowe, techniki wytwarzania i metrologia.



e-mail: anna.zawada-tomkiewicz@tu.koszalin.pl

Streszczenie

Powierzchnię obrobioną po toczeniu można scharakteryzować jako zbiór różnych składowych częstotliwości. Jedną z metod opisu tego typu powierzchni jest dekompozycja przy zastosowaniu transformaty pakietów falkowych. Celem pracy była optymalizacja struktury drzewa uzyskanych metodą pakietów falkowych dla dekompozycji profilu powierzchni obrobionej. Dokonano rozdziału sygnału profilu dla 1480 przypadków różnych profili powierzchni i uogólniono statystycznie dobór najlepszego drzewa.

Słowa kluczowe: powierzchnia obrobiona, dekompozycja metodą pakietów falkowych, entropia.

Wavelet packet decomposition of turned surface profile

Abstract

The optimisation of wavelet packets tree structure for turned surface decomposition is the aim of the work. The machined surface after the process of turning is characterised by the set of irregularities left by tool wedge pass. Tool geometry, feed rate and tool chipping are the basic factors influencing the surface features [1, 2]. The machined surface profile can be described by a continuous spectrum of wavelength. The information about the tool chipping and other maladjustments is contained in higher frequency components [3, 4, 5]. One of the techniques of machined surface profile decomposition is a wavelet packet transform. It enables to select the appropriate wavelet function and, simultaneously, to perform deep and complete analysis [6, 7, 8]. The wavelet packet decomposition was performed with use of the Coiflet wavelet function. The previous investigations had confirmed the usefulness of this wavelet function for the turned surface description [8]. For 1480 different machined surface profiles the best tree was statistically elaborated with use of the entropy criterion [10, 11, 12]. The discrete wavelet transform tree was indicated to be optimal for 69% machined surface profile decompositions. The completion of this tree with additional detail vectors enabled the analysis to be more thorough. The statistically optimal tree contained 97% optimal subtrees (Tab. 1.) and was treated as an optimal one.

Keywords: machined surface, wavelet packet decomposition, entropy.

1. Wprowadzenie

Powierzchnia obrobiona po toczeniu stanowi zbiór mikronierówności, pozostawionych po przejściu ostrza, na który wpływ ma konfiguracja naroża i posuw oraz postępujące w trakcie procesu skrawania zużycie ostrza [1, 2]. W trakcie naturalnej pracy ostrza, zużywanie jego przebiega w sposób liniowy, a przyrost wielkości starcia na drodze skrawania jest niewielki. Zmiany w parametrach powierzchni obrobionej są niemal niewidoczne, gdyż krawędź skrawająca jest mocno wygładzona. Powierzchnia utworzona przez takie ostrze jest gładka i jednorodna. Zaobserwować to można na rysunku 1. Górny profil jest bliski idealnemu, geometrycznemu odwzorowaniu ostrza w procesie toczenia, a gęstość prawdopodobieństwa wysokości profilu skupiona wokół wartości środkowej. Z postępem czasu i drogi skrawania obserwuje się jednak wyraźne przyspieszenie ścierania ostrza, a drobne zmiany na krawędzi odwzorowują się niekorzystnie na powierzchni. Gdy zmiany są już bardziej widoczne, przy większych siłach skrawania i większej temperaturze na ostrzu, zaczyna ono osiągać stan zużycia krytycznego. Zmiany takie zauważalne są także na powierzchni w postaci nieregularnego profilu. Dolny profil na rysunku 1 obrazuje wpływ oddziaływań losowych na tworzony profil powierzchni. Szerszy kształt gęstości prawdopodobieństwa wysokości profilu świadczy o tym, że aktywny promień naroża jest bardziej płaski, a krawędź skrawająca charakteryzuje się większą szczerbatością [2].



- Rys. 1. Gęstość prawdopodobieństwa amplitudy q(y) dla dwóch różnych profili powierzchni obrobionej
- Fig. 1. Amplitude probability density q(y) for two different machined surface profiles

Szczerbatość krawędzi skrawającej odwzorowuje się w powierzchni po toczeniu tylko w niewielkim stopniu i jest trudna w identyfikacji. Dzieje się tak ze względu na wielość czynników kształtujących powierzchnię i niemożność ich pełnego opisania. Szczerbatość wpływa na wartość parametrów powierzchni dopiero w ostatnim etapie pracy ostrza, przed samym końcem okresu trwałości [1, 2, 3].

Informacja o szczerbatości krawędzi skrawającej znajduje się w wyższych składowych częstotliwościowych, w szczegółach, a nie w podstawowym kształcie powierzchni [3]. Problem polega na znalezieniu takiej techniki dekompozycji sygnału na składowe, by istniała możliwość identyfikacji zmian na ostrzu. Jednym ze sposobów rozłożenia sygnału profilu powierzchni na składowe jest transformata pakietów falkowych, która podobnie jak dyskretna transformata falkowa umożliwia dobranie podstawowej funkcji falkowej, lecz jednocześnie daje możliwość głębszej i pełniejszej dekompozycji.

Celem badań było wyznaczenie optymalnego drzewa dekompozycji dla powierzchni po toczeniu. Dokonano tego przez statystyczną ocenę jakości dekompozycji wybranych profili powierzchni. Przeprowadzono dekompozycję powierzchni za pomocą transformaty pakietów falkowych oraz zastosowano entropijną funkcję kosztu do doboru optymalnego drzewa dekompozycji.

2. Powierzchnia obrobiona i jej reprezentacja

Powierzchnia obrobiona powstaje jako odwzorowanie ruchu i geometrii ostrza narzędzia skrawającego. Ślady współdziałania ostrza i przedmiotu obrabianego stanowią podstawowy element struktury stereometrycznej powierzchni i są określane przez parametry chropowatości i falistości oraz wady struktury geometrycznej powierzchni. Mogą być one opisywane stereometrycznie, jak to pokazano na rysunku 2a. Najczęściej jednak nierówności powierzchni sprowadzane są do dwuwymiarowej płaszczyzny, na której wykreśla się profil powierzchni (rysunek 2b).



Rys. 2. a) Trójwymiarowy obraz powierzchni obrobionej, b) pojedynczy profil powierzchni

Profil powierzchni wykazuje cechy sygnału okresowego. Można w nim wyróżnić powtarzające się cyklicznie jednakowe fragmenty. W obróbce toczeniem udział części zdeterminowanej zależy od charakteru wykonywanej operacji. W wyniku zgrubnego kształtowania ostrzem o zdefiniowanej geometrii otrzymuje się struktury bardziej zdeterminowane, natomiast kształtowanie chropowatości powierzchni w dokładnym toczeniu należy zaliczyć do oddziaływań losowych. Zakłócenia procesu toczenia mają charakter przypadkowy i nie dają się przewidzieć. Stąd, nierówności profilu powierzchni modelowane są przy założeniu, że są to sygnały stochastyczne o składowych okresowych z zakłóceniami okresowo-przypadkowymi (rys. 3) [4, 5].



Rys. 3. Profil powierzchni obrobionej dla f = 0.09 mm / obr, $v_c = 130 m / min$, t = 1 min dla TNGA 16 04 08 T02520

Fig. 3. Machined surface profile for f = 0.09 mm / obr, $v_c = 130 m / min$, t = 1 min when cutting with use of TNGA 16 04 08 T02520 cutting tool

Profil powierzchni można opisać jako ciągłe spektrum długości fal. Zbiór długości fal ograniczony jest od dołu przez promień wierzchołka pomiarowego i próbkowanie. Pierwotna eliminacja wynika też z faktu realizacji zadania uzyskania reprezentacji profilu w postaci cyfrowej oraz ze zdolności systemu pomiarowego. W ten sposób eliminowana jest informacja o wysokich częstotliwościach, odpowiadająca submikronierównościom na powierzchni. Zakładana dokładność oceny i rodzaj wyznaczanego parametru wymuszają zastosowanie odpowiedniego odcinka pomiarowego oraz granicznej długości fali filtru. Dobór kroku próbkowania i odcinka elementarnego wypływa z cech charakterystycznych powierzchni oraz z możliwości samego systemu pomiarowego. Dane profilu są przetwarzane, żeby poprawić jakość pomiarów przez eliminację niepożądanego szumu z danych i wydobycie z sygnału interesującej, z punktu widzenia przetwarzania, informacji. Reprezentacja profilu w dziedzinie czasu nie zawsze jest jednak najlepszą reprezentacją powierzchni, gdyż w wielu przypadkach szczegółowa informacja jest ukryta w częstotliwościowej zawartości profilu. Z wszystkich narzędzi, które zostały odkryte do wyznaczenia użytecznej informacji z sygnałów, analiza falkowa zapewnia kompleksową analizę czasowo-częstotliwościową. Ta analiza zapewnia dobrą adaptację dla dowolnego sygnału, gdyż istnieje duża liczba możliwych wyborów falki podstawowej.

3. Dekompozycja falkowa

Dekompozycja sygnału przy zastosowaniu cyfrowej transformaty falkowej (DWT) oparta jest na algorytmie filtracji cyfrowej [6, 7, 8]. Analizowany sygnał jest przepuszczany przez system wzajemnie się uzupełniających filtrów: dolno- i górno pasmowego, a następnie połowa próbek jest eliminowana. W wyniku działanie DWT otrzymuje się wektor współczynników szczegółów i wektor współczynników aproksymacji, które niosą informację o sygnale pierwotnym na różnych poziomach szczegółowości. Wektor współczynników aproksymacji jest niskoczęstotliwościowym, zgrubnym przybliżeniem sygnału, podczas gdy wektor współczynników szczegółów odpowiada za wysokie częstotliwości występujące w analizowanym sygnale.



Rys. 4. Drzewa dekompozycji dla a) dyskretna transformata falkowa, b) transformata pakietów falkowych
Fig. 4. Decomposition tree for a) digital wavelet transform, b) wavelet

packet transform

Dobór charakterystyk filtrów rozkładu falkowego jest podyktowany doborem kształtu falki tego rozkładu. Kształt falki jest jednoznacznie związany z charakterystyką filtru górno pasmowego, wyodrębniającego współczynniki szczegółów w rozkładzie falkowym. Istnieje jeszcze jedna bardzo charakterystyczna funkcja związana ze zbiorami falek. Jest to tzw. funkcja skalująca. Jej kształt związany jest z charakterystykami dolnopasmowych filtrów, odpowiedzialnych za wyodrębnienie współczynników aproksymacji sygnału. Kształt funkcji skalującej jest zbliżony do kształtu odpowiadającej jej falki, z tym że zawiera ona składową stałą.

W cyfrowej transformacie falkowej algorytm rozdziela sygnał Sna dwie części. Po rozdzieleniu otrzymywany jest wektor aproksymacji A i wektor szczegółów D. Informacja tracona między wektorem sygnału S a wektorem aproksymacji A jest zbierana w wektorze szczegółów D. Następny krok, to kolejne rozdzielenie wektora aproksymacji A na wektor aproksymacji AA i wektor szczegółów DA. Wektor szczegółów D nie jest już rozdzielany. Następnie wektor aproksymacji AA rozdzielany jest ponownie i tak powstaje drzewo dekompozycji dyskretnej transformaty falkowej (rys. 4a).

Natomiast w transformacie pakietów falkowych każdy wektor współczynników szczegółów jest rozdzielany podobnie jak wektor współczynników aproksymacji. Tworzone jest kompletne drzewo binarne analizy falkowej (rys. 4b). Transformata pakietów falkowych jest zatem uogólnieniem dyskretnej transformaty falkowej.

a)

366 u

Fig. 2. a) Three-dimensional view of the machined surface, b) single surface profile

Można przyjąć oznaczenie, że zbiór funkcji $w_{j,n}$ tworzy pakiet falkowy. Dla wartości dodatnich *j* i *n* pakiety falkowe są zorganizowane w drzewa. Dla każdej skali *j* możliwe są następujące wartości parametru $n = \{0,1,\ldots,2^j - 1\}$. I tak dla j = 2, *n* przyjmuje wartości $\{0,1,2,3\}$. Na poziomie drugim dekompozycji otrzymuje się następujące wektory składowych: $w_{2,0}$, $w_{2,1}$, $w_{2,2}$ oraz $w_{2,3}$. Na rysunku 5 przedstawiono drzewo dekompozycji metodą pakietów falkowych do czwartego poziomu.



Rys. 5. Oznaczenie wektorów pakietów falkowych Fig. 5. Specification of wavelet packet vectors

Sposób dekompozycji zależy od rodzaju sygnału i celu jego analizy. Wskazane jest, aby struktura czasowo-częstotliwościowa była dopasowana do cech sygnału. Kryterium jej doboru powinna być minimalizacja niezerowych współczynników dekompozycji sygnału, czyli dopasowanie kształtu falki podstawowej do kształtu sygnału. Efektywna dekompozycja charakteryzuje się małą liczbą niezerowych współczynników rozwinięcia. Im kształt falki podstawowej jest lepiej dopasowany do analizowanego sygnału powierzchni, tym mniejsza liczba tych funkcji wystarczy do jego aproksymacji.

W pracy [9] zostały zaprezentowane wyniki badań analizy falkowej profili zebranych z powierzchni obrobionej przy zastosowaniu cyfrowej transformaty falkowej. Profile były modelowane z użyciu zbioru funkcji falkowych o różnych kształtach i właściwościach. Następnie dla wektora szczegółów został przeprowadzony test szumu białego. W ten sposób sprawdzano, na ile wektor aproksymacji jest modelem sygnału oryginalnego. Im lepiej funkcja falkowa opisywała sygnał oryginalny, tym bardziej wektor szczegółów stawał się białym szumem. Analiza wykazała, że najlepsze rezultaty uzyskano dla funkcji falkowej Coiflet. Wszystkie funkcje falkowe wybrane przez test szumu białego były podobne w kształcie i właściwościach. Sam kształt funkcji falkowej przypominał podstawową nierówność struktury geometrycznej powierzchni.

Ze względu jednak na to, że drzewo dekompozycji uzyskane metodą pakietów falkowych może przyjmować różny wygląd a liczba możliwych rozszerzeń drzewa jest duża, znalezienie optymalnej dekompozycji staje się istotnym zagadnieniem. Jedną z możliwości doboru właściwej dekompozycji profilu powierzchni jest optymalizacja struktury drzewa przy zastosowaniu funkcji kryterialnej, która zdolna będzie opisać jakość rozdziału w poszczególnych węzłach drzewa.

Na rysunku 6 przedstawiono dekompozycję dwóch profili powierzchni po toczeniu. Dla górnego profilu powierzchni optymalnym drzewem dekompozycji jest drzewo dyskretnej transformaty falkowej, dla dolnego profilu jest to drzewo o pełnej dekompozycji metodą pakietów falkowych. Wizualna ocena poszczególnych wektorów składowych nie pozwala jednoznacznie sądzić o dekompozycji. Nasuwa jednak przypuszczenie, że dla każdego węzła drzewa dekompozycji istnieje potrzeba wyznaczenia pewnego kryterium opisującego jego zawartość informacyjną. Jeśli okazałoby się, że rozdział wektora składowych pozwala na korzystniejszy zapis informacji, to taka dekompozycja byłaby wskazana. Gdyby jednak okazało się, że rozdział wektora składowych nie prowadzi do ujawnienia zawartej w sygnale informacji, to taki rozdział jest zbędny, a wyznaczony do tej pory rozdział jest w tym zakresie optymalnym.



Rys. 6. Dekompozycja metodą pakietów falkowych profili powierzchni obrobionejFig. 6. Wavelet packet decomposition of the machined surface profiles

4. Dobór optymalnej dekompozycji

W celu zdefiniowania najlepszego rozdziału sygnału na poszczególne wektory składowe należy zdefiniować kryterium, według którego następować będzie rozstrzyganie o poszczególnych dekompozycjach [10, 11, 12]. Takie kryterium wyrażone jest w formie funkcji kosztu.

Dla danego wektora sygnału $x = (x_1, x_2..., x_n)$ funkcja kosztu musi spełniać warunek addytywności, czyli $C(x) = \sum_i \mu(|x_i|)$, gdzie μ jest funkcją taką, że $\mu(0) = 0$. Addytywność funkcji

kosztu jest decydująca dla szybkiej implementacji algorytmu wyszukiwania najlepszej struktury drzewa dekompozycji.

Można zdefiniować funkcję kosztu wektora x, pokrewną funkcji entropii Shannona, która spełnia warunek addytywności, o następującej postaci:

$$C(x) = -\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2 \log |x_i|^2.$$
 (1)

Załóżmy, że $C(w_{j,n})$ jest kosztem pojedynczego wektora $w_{j,n}$. Niech wektory $w_{j+1,2n}$ i $w_{j+1,2n+1}$ będą potomkami wektora $w_{j,n}$. Jeżeli $C(w_{j,n}) > C(w_{j+1,2n}) + C(w_{j+1,2n+1})$, to wektor $w_{j,n}$ spełnia założenia korzystnej dekompozycji i dokonywany jest rozdział wektora $w_{j,n}$ na wektory składowe $w_{j+1,2n}$ oraz $w_{j+1,2n+1}$.

W poszukiwaniu najlepszej dekompozycji, porównania są zawsze wykonywane między dwoma przyległymi pokoleniami drzewa. Dlatego złożoność poszukiwań jest proporcjonalna do liczby węzłów drzewa.

Poszukiwanie najlepszego drzewa dekompozycji profili powierzchni obrobionej

W celu znalezienia optymalnego drzewa dekompozycji profili powierzchni obrobionej przygotowano badania umożliwiające uzyskanie zbioru różnych sygnałów, stanowiących reprezentację powierzchni po toczeniu. Badania przeprowadzono w zakresie toczenia wykończeniowego. Obejmowały zakres posuwów od 0,06 mm/obr do 0,2 mm/obr. Skrawano z prędkościami od 150 m/min do 300 m/min, w zakresie czasów skrawania do 30 min. Używano ostrzy z węglika spiekanego bez pokrycia, pokrywanego TiN i TiCN oraz ostrza ceramiczne z ceramiki białej i szarej. W sumie przebadano 1480 różnych profili powierzchni po toczeniu pozyskanych profilometrem stykowym. Przykładowy profil powierzchni obrobionej zestawiono na rysunku 3.

Dla każdego z profili powierzchni przeprowadzono dekompozycję przy zastosowaniu transformaty pakietów falkowych, dla poziomu czwartego, przy zastosowaniu funkcji falkowej Coiflet rzędu 1. Następnie dokonano redukcji drzewa według kryterium (1) i procedury opisanej w rozdziale 4. Rejestrowano struktury optymalnych drzew dekompozycji poszczególnych profili powierzchni. Następnie przeanalizowano statystycznie uzyskane wyniki.

Analiza statystyczna wykazała, że niezależnie od stanu powierzchni obrobionej nie jest potrzebne zastosowanie do opisu powierzchni po toczeniu pełnej dekompozycji metodą pakietów falkowych. Redukcja drzewa przy zastosowaniu funkcji kosztu pozwoliła uzyskać korzystniejszą reprezentację sygnału.

Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że w 69% przypadków profili redukcja drzewa doprowadziła do pozostawienia struktury drzewa, jaką uzyskujemy przy cyfrowej transformacie falkowej, tzn. wektor sygnału $w_{0,0}$ rozdziela się na dwa wektory – $w_{1,0}$ i $w_{1,1}$, następnie $w_{1,0}$ rozdziela się ponownie na dwa podzbiory $w_{2,0}$ i $w_{2,1}$, i po dwóch kolejnych dekompozycjach wektorów aproksymacji uzyskujemy ciąg sygnałów do analizy: wektor aproksymacji poziomu czwartego $w_{4,0}$ oraz wektory szczegółów z poziomów od pierwszego do czwartego $w_{4,1}$, $w_{3,1}$, $w_{2,1}$ oraz $w_{1,1}$ (tab. 1).

Tab. 1.Analiza drzewa dekompozycji profili powierzchniTab. 1.Analysis of the surface profile decomposition tree



Tylko w 1% przypadków drzewo dekompozycji metodą pakietów falkowych pozostało niezmienione lub proces optymalizacji zredukował tylko pojedyncze gałęzie. Obrazuje to wiersz 7 tablicy 1.

W 20% przypadków redukcja doprowadziła do pozostawienia struktury drzewa jak dla cyfrowej transformaty falkowej z dodatkowym rozdziałem wybranego wektora szczegółów. Były to wektory składowych $w_{1,1}$, $w_{2,1}$ lub $w_{3,1}$. Oznaczało to wykrycie w szczegółach dodatkowej informacji. W tych 20% przypadków aż 60% stanowił rozdział wektora $w_{3,1}$, w 27% przypadków wektora $w_{2,1}$ a w 13% - wektora $w_{1,1}$.

Tam, gdzie redukcja pozostawiła dwa lub więcej pokoleń drzewa, dominował rozdział wektora $w_{2,1}$ (70%), wektora $w_{1,1}$ (60%) oraz wektora $w_{3,1}$ (37%). Analiza rozdziału profili powierzchni po toczeniu ujawniła, że drzewo dyskretnej transformaty falkowej aż w ponad połowie przypadków było optymalnym drzewem do analizy. Stwierdzono jednak, że dodatkowa dekompozycja wektorów szczegółów w_{11} ,

 $w_{2,1}$ i $w_{3,1}$ pozwoliła uzupełnić drzewo w ten sposób, że 97% optymalnych poddrzew znalazło się w wybranym drzewie analizy falkowej. Tak skomponowane drzewo zostało uznane w pracy jako statystycznie optymalne.

6. Wnioski

W artykule przeanalizowano zagadnienie dekompozycji profilu powierzchni przy zastosowaniu pakietów falkowych. Zdefiniowano funkcję kosztu, która posłużyła do doboru najlepszego drzewa dekompozycji. Problem optymalizacji drzewa dekompozycji został przeanalizowany dla wybranych profili różnych powierzchni po toczeniu. Dokonano wyboru drzewa dekompozycji uwzględniającego statystykę wyboru optymalnego drzewa dla przebadanych przykładów profili.

W ten sposób problem analizy czasowo-częstotliwościowej profili powierzchni po toczeniu sprowadził się do przeprowadzenia odpowiedniego schematu dekompozycji przestrzeni czasowoczęstotliwościowej i wyznaczenia wektorów składowych. Dobór drzewa dekompozycji pozwolił na ograniczenie liczby analizowanych wektorów składowych do ośmiu: $w_{2,2}$, $w_{2,3}$, $w_{3,2}$, $w_{3,3}$,

 $w_{4,0}, w_{4,1}, w_{4,2}, w_{4,3}.$

7. Literatura

- R. Pawel, I. Marinescu, M. Deis, J. Pillar: Effect of Tool Wear on Surface Finish for a Case of Continuous and Interrupted Hard Turning, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 170, 2005, pp. 341-349.
- [2] B. Storch: Zjawiska przykrawędziowe i monitorowanie chropowatości powierzchni po obróbce jednoostrzowej, Monografie Wydziału Mechanicznego 124, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, 2006.
- [3] A. Zawada-Tomkiewicz, B.Storch: Tool wear estimation based on wavelet analysis of a machined surface image, Advances in Manufacturing Science and Technology, Vol. 30, No 1, 2006, pp. 119-130.
- [4] A. Boryczko: Metoda analizy częstotliwościowej nierówności powierzchni toczonych w diagnozowaniu układu obróbkowego. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2003. Monografie Politechniki Gdańskiej 42.
- [5] A. Zawada-Tomkiewicz: Przydatność parametru Sa obrazu powierzchni obrobionej do oceny powierzchni po toczeniu, PAK Vol. 4, 2008, pp. 208-212.
- [6] S.G. Mallat: A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 7, 1989.
- [7] D.B. Percival, A.T. Walden: Wavelet Methods for Time Series Analysis, Cambridge University Press, 2000.
- [8] B. Vidakovic: Statistical Modeling by Wavelets, John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [9] A. Zawada-Tomkiewicz, B. Stroch: Introduction to the Wavelet Analysis of the Machined Surface Profile, Advances in Manufacturing Science and Technology, Vol. 28, No 2, 2006, pp. 91-100.
- [10] R.R. Coifman, M.V. Wickerhauser: Entropy-based algorithms for best basis selection, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 38, No. 2, 1992, pp. 713–718.
- [11] D.L. Donoho, I.M. Johnstone: Ideal Denosing in an orthonormal basis chosen from a library of bases, C.R.A.S. Paris, Ser. I, t. 319, 1994, pp. 1317–1322.

Artykuł recenzowany