

Zbigniew LACH

POLITECHNIKA LUBELSKA, KATEDRA ELEKTRONIKI

Parametry rozkładu statystycznego składowych wektora dyspersji polaryzacyjnej w linii światłowodowej z rozłożonym skramblingiem polaryzacji

Dr inż. Zbigniew LACH

Otrzymał dyplom magistra inżyniera elektronika w Politechnice Łódzkiej w 1981 r. W 1994 r. uzyskał stopień doktora nauk technicznych w Politechnice Lubelskiej, gdzie obecnie pracuje jako adiunkt. Prowadzi działalność naukowo-badawczą w dziedzinie telekomunikacyjnych i niefunkcyjnych zastosowań techniki światłowodowej. Zainteresowania naukowe koncentrują się na zagadnieniach analizy i modelowania sieci światłowodowych i ich elementów.



e-mail: lach@elektron.pol.lublin.pl

Streszczenie

Poddano analizie linię światłowodową zbudowaną z segmentów, każdy w postaci światłowodu i wielostopniowego skramblera polaryzacji. Zaproponowano metodę wyznaczania wartości oczekiwanych i wariancji a także kowariancji współrzędnych wyjściowego wektora dyspersji polaryzacyjnej (PMD). Stwierdzono, że rozkłady współrzędnych różnią się od siebie wartościami wariancji i zależą od właściwości dyspersyjnych światłowódów chyba, że podzielić linię na dostatecznie dużą liczbę segmentów lub użyć dużej liczby stopni w skramblerach.

Słowa kluczowe: światłowód, dyspersja polaryzacyjna, skrambler polaryzacji.

Expected values, variances and covariances of dispersion polarisation vector coordinates in a multisegment fibre optic line with distributed polarisation scrambling

Abstract

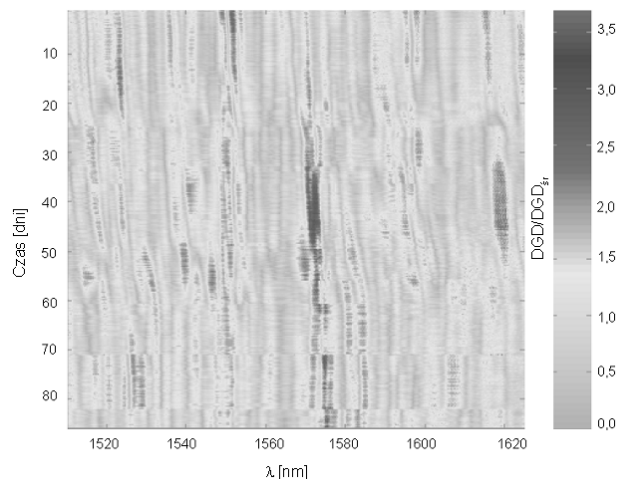
Distributed polarisation scrambling (Fig. 2) associated with error correction was proposed as a Polarisation Mode Dispersion (PMD) mitigation technique for optical fibre transmission [2]. Knowledge on statistical parameters of the scrambling resultant distribution of PMD vector coordinates can facilitate quantification of effects of this mitigation technique. In the paper a multisegment fibre optic line is analysed. Each line segment consists of a fibre section and a multistage polarisation scrambler. Basing on the results presented in [3], there is proposed a method for calculating expected values and variances, as well as covariances of the PMD vector coordinates at the output of such a line. It is valid if statistical distributions of control signals of scramblers in all segments are uniform and mutually independent. The analysis begins with a study of an elementary segment of the cascade under consideration. Upon this basis the formulas for calculating the parameters of interest were derived. The relation between the number of segments, the number of scrambler stages and the values of variances were quantified through simulations. The results are presented in Figs. 4 and 5. It is shown that for any pair of the PMD vector coordinates their respective variances differ and depend on polarisation dispersion properties of the component fibre sections. Both these effects can be mitigated provided the fibre line is enough segmented or, alternatively, scramblers consist of adequately large number of stages.

Keywords: optical fibre, polarisation mode dispersion, polarisation scrambler.

1. Wstęp

Działające na światłowód niestałe czynniki zewnętrzne, takie jak temperatura i naprężenia mechaniczne, powodują zmienną dwójłomność światłowodu na jego długości i w czasie, a w konsekwencji - losowo zmienną w czasie i zróżnicowaną w funkcji częstotliwości optycznej wartość różnicowego opóźnienia grupowego (DGD). Jeżeli wartości DGD w światłowodowej linii tele-

komunikacyjnej przekraczają dopuszczalną granicę, przestaje ona poprawnie pracować z uwagi na nadmiernie wysoką stopę błędów transmisji.



Rys. 1. Przykładowe wyniki pomiarów różnicowego opóźnienia grupowego (DGD) w linii światłowodowej, unormowanego względem średniej, wykonanych w funkcji czasu i długości fali optycznej (na podst. [1])

Fig. 1. Exemplary results of measurements of differential group delay (DGD) in a fibre optic link, normalised with respect to the mean, versus time and wavelength (based on [1])

Na podstawie długotrwałych pomiarów prowadzonych przez operatorów telekomunikacyjnych stwierdzono, że niektóre linie światłowodowe wykazują powolną zmienność DGD (rys. 1) tak, że w całym użytecznym zakresie częstotliwości optycznych wartości DGD mogą utrzymywać się na stałym poziomie przez godziny, a nawet dni [1]. W szczególności, gdy wartości DGD są niedopuszczalnie duże, linia światłowodowa może być niezdadna do eksploatacji przez tak długi czas. Dla przeciwdziałania skutkom tego zjawiska zaproponowano stosowanie skramblingu polaryzacji, rozłożonego na długości światłowodu (rys. 2), z jednoczesnym użyciem kodowania umożliwiającego korekcję błędów [2].



Rys. 2. Kaskada segmentów składających się z odcinka światłowodu i umieszczonego za nim skramblera polaryzacji

Fig. 2. A chain of segments, each consisting of a fiber section followed by a polarisation scrambler

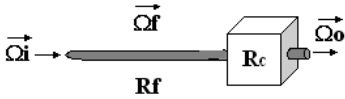
Umieszczone wzdłuż światłowodu skramblery polaryzacji sztucznie zmieniają w czasie położenie wektorów PMD, które charakteryzują poprzedzające je odcinki linii światłowodowej. Złożenie wektorów polaryzacji poszczególnych odcinków linii, z uwzględnieniem ich rotacji wskutek dwójłomności następujących po nich elementów, stanowi wypadkowy wektor PMD na końcu linii. Niestable położenie składowych powoduje zmienność w czasie położenia i długości wektora wypadkowego.

Przy ocenie wpływu skramblingu na wypadkowy wektor PMD pomocna jest znajomość parametrów rozkładu statystycznego współrzędnych wektora. Parametry rozkładu statystycznego wek-

tora PMD na wyjściu skramblera były przedmiotem analizy w [3]. W pracy zaproponowano metodę wyznaczania wartości średnich, kowariancji, wariancji, wartości średniokwadratowych współrzędnych wektora dyspersji polaryzacyjnej na końcu linii światłowodowej podzielonej na segmenty poprzez umieszczenie na końcu każdego segmentu skramblera polaryzacji. Zostanie oceniony wpływ liczby segmentów i liczby stopni skramblera na wartości wariancji i średniokwadratowe poszczególnych współrzędnych oraz wyprowadzona zależność na wartość średniokwadratową DGD.

2. Pojedynczy segment kaskady

Pojedynczy segment kaskady (rys. 3) składa się z odcinka światłowodu zakończonego wielostopniowym skramblrem. Wektor PMD, który charakteryzuje dyspersję polaryzacyjną światłowodu i poprzedzających go elementów optycznych, jest w poszczególnych stopniach skramblera obracany wokół osi obrotu stopnia o losowe wartości kątów, zgodnie ze sterowaniem stopnia. Zabieg ten powoduje, że położenie wektora PMD na wyjściu skramblera jest losowo zmienne, natomiast długość wektora pozostaje bez zmiany[3].



Rys. 3. Pojedynczy segment kaskady; Ω_i – wejściowy wektor PMD, Ω_f – wektor PMD światłowodu w segmencie, Ω_o – wyjściowy wektor PMD, R_f – macierz rotacji światłowodu, R_c – macierz rotacji skramblera
Fig. 3. A chain unit; Ω_i – input PMD vector, Ω_f – PMD vector of the unit fiber, Ω_o – output PMD vector, R_f – rotation matrix of the fiber, R_c – rotation matrix of the scrambler

W pracy przyjęto, że każdy stopień N -stopniowego skramblera składa się z dwóch połączonych kaskadowo, sterowanych, wykazujących dwójłomność, przesuwników fazowych (np. elektrooptycznych modulatorów fazy na bazie LiNbO_3 , [5]), których osie dwójłomności obrócone są względem siebie o $1/4\pi$. Skrambler o tych właściwościach analizowany był w [3].

Wektor PMD na wejściu skramblera jest wynikiem sumowania własnego wektora PMD światłowodu Ω_f z, obróconym o pewien kąt wokół osi dwójłomności światłowodu, wektorem PMD Ω_i charakteryzującym dyspersję polaryzacyjną elementów optycznych poprzedzających światłowód. Zatem, jeżeli przez R_f oznaczyć macierz rotacji światłowodu, wektor PMD Ω_o na wejściu skramblera kończącego segment określony jest następująco:

$$\Omega_o = \Omega_f + R_f \Omega_i. \quad (1)$$

Jeżeli segment nie jest poprzedzony żadnym optycznym elementem dwójłomnym, wówczas należy przyjąć, że Ω_i jest wektorem zerowym.

W analizowanym przypadku wektor PMD na wyjściu segmentu można wyznaczyć ze wzoru:

$$\Omega_o = \left(\prod_{n=1}^N R_{s_n} \right) \Omega_s, \quad (2)$$

gdzie R_{s_n} jest macierzą rotacji pojedynczego stopnia skramblera. R_{s_n} przyjmuje postać [3]:

$$R_{s_n} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{2,n} & 0 & \sin \gamma_{2,n} \\ \sin \gamma_{1,n} \sin \gamma_{2,n} & \cos \gamma_{1,n} & -\sin \gamma_{1,n} \cos \gamma_{2,n} \\ -\cos \gamma_{1,n} \sin \gamma_{2,n} & \sin \gamma_{1,n} & \cos \gamma_{1,n} \cos \gamma_{2,n} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Gdy skrambler pracuje, współczynniki macierzy R_s losowo zmieniają swoją wartość w rezultacie losowych zmian wartości kątów $\gamma_{1,n}$ i $\gamma_{2,n}$ w każdym stopniu skramblera. W dalszych rozważaniach przyjęto, że w każdym stopniu skramblera wartości kątów $\gamma_{1,n}$ i $\gamma_{2,n}$ są zmieniane w taki sposób, że ich rozkłady statystyczne są równomierne i od siebie niezależne. Ponadto, stopnie skramblera sterowane są od siebie niezależnie, co implikuje niezależność statystyczną rozkładów $\gamma_{m,n}$, $m \in \langle 1, 2 \rangle$, $n \in \langle 1, N \rangle$.

W rezultacie skramblingu współrzędne wyjściowego wektora PMD segmentu Ω_o losowo zmieniają swoje wartości. Wartość oczekiwaną współrzędnych można wyznaczyć ze wzoru:

$$E\{\Omega_o\} = E\left\{ \left(\prod_{n=1}^N R_{s_n} \right) \Omega_s \right\}. \quad (4)$$

Do wyznaczenia wartości kowariancji zostanie wykorzystana zależność:

$$E\{\Omega_{o_k} \Omega_{o_l}\} = E\left\{ \left[\left(\prod_{n=1}^N R_{s_n} \right) \Omega_s \right]_k \left[\left(\prod_{n=1}^N R_{s_n} \right) \Omega_s \right]_l \right\}. \quad (5)$$

W powyższych wzorach uśrednianie odbywa się po wszystkich realizacjach $\gamma_{m,n}$, $m \in \langle 1, 2 \rangle$, $n \in \langle 1, N \rangle$. Indeksy k i l oznaczają odpowiedni element wektora, $l \in \langle 1, 3 \rangle$, $k \in \langle 1, 3 \rangle$.

W odniesieniu do skramblera, w którym macierze rotacji poszczególnych stopni przyjmują postać (3), stwierdzono, że niezależnie od położenia i długości wejściowego wektora PMD:

- $E\{\Omega_o\}$ jest wektorem zerowym,
- wzór (5) jest wzorem na wartości kowariancji (wariancji dla $k=l$),
- kowariancje współrzędnych, dla $k \neq l$, wynoszą zero [3].

Ponadto, wartość wariancji dowolnie ustalonej współrzędnej wektora PMD na wyjściu skramblera jest określona wyłącznie przez liniową kombinację wartości wariancji wszystkich współrzędnych wektora PMD na wejściu skramblera.

Należy zatem stwierdzić, że wartości oczekiwane i kowariancje, dla $k \neq l$, współrzędnych Ω_{o_1} , Ω_{o_2} , Ω_{o_3} wyjściowego wektora PMD segmentu, składającego się z odcinka światłowodu i N -stopniowego skramblera, wynoszą zero, niezależnie od wejściowego wektora PMD i własnego wektora PMD charakteryzującego światłowód.

Wartości wariancji wyjściowego wektora PMD segmentu równe są wartościom średniokwadratowym i można je wyznaczyć korzystając z metody przedstawionej w [3] w oparciu o wzór:

$$\begin{bmatrix} E\{\Omega_{o_1}^2\} \\ E\{\Omega_{o_2}^2\} \\ E\{\Omega_{o_3}^2\} \end{bmatrix} = H_s^N \begin{bmatrix} E\{\Omega_s^2\} \\ E\{\Omega_s^2\} \\ E\{\Omega_s^2\} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie:

$$H_s = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,25 & 0,5 & 0,25 \\ 0,25 & 0,5 & 0,25 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Biorąc pod uwagę (1) można powiązać wariancje współrzędnych wektora PMD na wyjściu segmentu z wariancjami współrzędnych wejściowego wektora PMD. W tym celu należy zauważyć, że dla $k \in \langle 1, 3 \rangle$:

$$E\{\Omega_{o_k}^2\} = \Omega_{f_k}^2 + \sum_{v=1}^3 \sum_{\xi=1}^3 r_{f_{k,v}} r_{f_{k,\xi}} E\{\Omega_{i_v} \Omega_{i_\xi}\}. \quad (8)$$

Powyżej: $r_{f_{i,j}}$, $i, j \in \langle 1, 3 \rangle$, są elementami macierzy rotacji światłowodu, Ω_{f_k} – współzrędnymi wektora PMD światłowodu w segmencie, natomiast Ω_{i_k} – współzrędnymi wektora PMD na wejściu segmentu. Pojedynczy analizowany tutaj segment jest albo kolejnym segmentem kaskady segmentów albo segmentem pierwszym.

W pierwszym przypadku wejściowy wektor PMD jest wektorem na wyjściu poprzedzającej kaskady. Zatem, zgodnie z wcześniej wyciągniętymi wnioskami, $E\{\Omega_{i,v}\Omega_{i,v'}\} = 0$, dla $v \neq v'$. W drugim przypadku, zapewniając, że R^f i Ω^f charakteryzują dyspersję polaryzacyjną łącznie światłowodu pierwszego segmentu i ewentualnych poprzedzających dwójmownych elementów optycznych, mamy $\Omega_i = 0$, skąd, między innymi dla $v \neq \xi$ również zachodzi $E\{\Omega_{i,v}\Omega_{i,\xi}\} = 0$. Wykorzystując dokonane spostrzeżenia uzyskujemy poszukiwany związek, poniżej podany w zapisie macierzowym:

$$\begin{bmatrix} E\{\Omega_{o_1}^2\} \\ E\{\Omega_{o_2}^2\} \\ E\{\Omega_{o_3}^2\} \end{bmatrix} = Hs^N \begin{bmatrix} \Omega_{f_1}^2 \\ \Omega_{f_2}^2 \\ \Omega_{f_3}^2 \end{bmatrix} + Hf \begin{bmatrix} E\{\Omega_{i_1}^2\} \\ E\{\Omega_{i_2}^2\} \\ E\{\Omega_{i_3}^2\} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

w którym macierz współczynników Hf dana jest następująco:

$$Hf_{v,\xi} = rf_{v,\xi}^2, \quad (10)$$

$v, \xi \in \langle 1, 3 \rangle$.

Aby wykonać obliczenia należy znać wartości średniokwadratowe (tutaj tożsame z wariancjami) współrzędnych wejściowego wektora PMD oraz macierz rotacji i własny wektor PMD światłowodu w segmencie.

Współrzędne wektora PMD światłowodu związane są z jego macierzą rotacji następującą zależnością [4]:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\Omega_{f_3} & \Omega_{f_2} \\ \Omega_{f_3} & 0 & -\Omega_{f_1} \\ -\Omega_{f_2} & \Omega_{f_1} & 0 \end{bmatrix} = R_\omega R^T, \quad (11)$$

gdzie R_ω jest pochodną macierzy R względem pulsacji.

3. Kaskada segmentów

W kaskadzie segmentów (rys. 2) wejściowym wektorem PMD każdego segmentu, poza pierwszym, jest wyjściowy wektor PMD z segmentu poprzedzającego. W pierwszym segmencie, przy zachowaniu reguły przyjętej w części 2 powyżej, wejściowy wektor PMD jest wektorem zerowym. Na wyjściu każdego segmentu wartości oczekiwane i kowariancje (różnych) współrzędnych wektora PMD są równe zeru. Ponadto, przyjmuje się poniżej, że sterowanie skramblera w każdym segmencie jest niezależne od sterowania skramblerów w pozostałych segmentach. Zatem, równanie (9) umożliwia iteracyjne obliczenie wariancji na wyjściu dowolnego segmentu umieszczonego w kaskadzie.

Dla potrzeb dalszej analizy wektory PMD światłowodów poszczególnych segmentów zostaną przedstawione w postaci:

$$\Omega f = \tau \cdot p, \quad (12)$$

gdzie: $\tau = |\Omega f|$ jest różnicowym opóźnieniem grupowym w światłowodzie, zaś wektor p , o unormowanych współrzędnych ($|p| = 1$), wskazuje oś wolną światłowodu.

Wykorzystując (9) można sformułować następujący wzór na obliczenie wariancji współrzędnych wektora PMD na końcu kaskady G segmentów:

$$\begin{bmatrix} E\{\Omega_{o_1}^2\} \\ E\{\Omega_{o_2}^2\} \\ E\{\Omega_{o_3}^2\} \end{bmatrix} = Hs^N \left\{ \tau_G^2 \begin{bmatrix} P_{1,G}^2 \\ P_{2,G}^2 \\ P_{3,G}^2 \end{bmatrix} + \sum_{g=1}^{G-1} \tau_g^2 \left(\prod_{i=g}^{G-1} Hf_{i+1} \cdot Hs^N \right) \begin{bmatrix} P_{1,g}^2 \\ P_{2,g}^2 \\ P_{3,g}^2 \end{bmatrix} \right\}. \quad (13)$$

Dodatkowy indeks g w tym wzorze wskazuje numer segmentu.

Z (13) wynika, że w ogólności wariancje współrzędnych wektora PMD na końcu kaskady segmentów zależą od związanych ze

światłowodem każdego segmentu: różnicowego opóźnienia grupowego, współrzędnych osi wolnej i macierzy rotacji.

Jednocześnie, analizując (13) można zauważyć, że w miarę zwiększania liczby stopni w skramblerze, i podobnie liczby stopni segmentów, słabnie zależność od ostatnich dwóch czynników. Istotnie, każdy wyraz wektora, będącego wynikiem mnożenia z równania (13):

$$Hf_{g+1} \cdot Hs^N \begin{bmatrix} P_{1,g}^2 \\ P_{2,g}^2 \\ P_{3,g}^2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

jest liniową kombinacją wyrazów wektora po prawej stronie w (14) i, jeżeli Hf_{g+1} nie zawiera elementów zerowych, składa się z odpowiednio ważonych wartości wszystkich elementów tego wektora. Każde kolejne mnożenie wynikowego wektora przez $Hf_{g+2}(Hs)^N$, $Hf_{g+3}(Hs)^N$ itd. powoduje dalszą dystrybucję wyrazów wektora uniformizując wpływ współrzędnych osi wolnej światłowodu na wariancję współrzędnych wektora PMD na końcu kaskady segmentów. Ponadto, w miarę zwiększania liczby stopni w skramblerze wyrazy macierzy $(Hs)^N$ dążą do wspólnej wartości, co powoduje dążenie do uniformizacji wartości $E\{\Omega_{o_k}\}$, $k \in \langle 1, 3 \rangle$ [3].

Dla zilustrowania, jak w funkcji liczby segmentów i liczby stopni skramblerów uniformizują się wariancje współrzędnych wyjściowego wektora PMD, wykonano obliczenia symulacyjne z wykorzystaniem zależności (13). Przyjęto, że każdy ze światłowodów w segmencie może być przedstawiony jako połączenie 10 elementów dwójmownych, gdzie każdy scharakteryzowany jest macierzą rotacji o postaci [4]:

$$R = \cos \gamma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - \cos \gamma) \begin{bmatrix} s_1^2 & s_1 s_2 & s_1 s_3 \\ s_1 s_2 & s_3^2 & s_2 s_3 \\ s_1 s_3 & s_2 s_3 & s_3^2 \end{bmatrix} + \sin \gamma \begin{bmatrix} 0 & -s_3 & s_2 \\ s_3 & 0 & -s_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

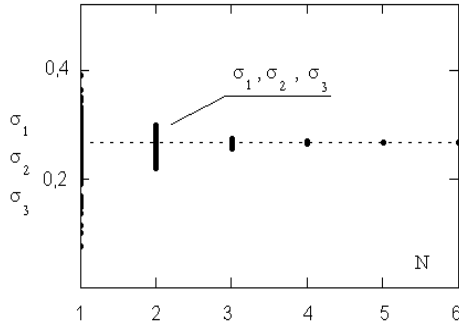
W powyższym wzorze R jest macierzą rotacji (Mullera) charakteryzująca ośrodek, s_1, s_2, s_3 – współrzędnymi wyznaczającymi oś i kierunek rotacji (unormowanymi współrzędnymi wektora PMD), γ – kątem rotacji, przy czym:

$$\begin{aligned} \gamma &= \tau \omega \\ s_1 &= \cos \theta \cos \varepsilon \\ s_2 &= \sin \theta \cos \varepsilon \\ s_3 &= \sin \varepsilon \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie θ i ε są wartościami losowymi o rozkładzie równomiernym: $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $1/2\pi \leq \varepsilon \leq 1/2\pi$ [6], natomiast τ jest wartością opóźnienia grupowego w ośrodku (przyjęto wartość jednostkową). Wektory PMD światłowodów w poszczególnych segmentach wyznaczone były ze wzoru (11). Liczbę segmentów toru światłowodowego zmieniano w zakresie od 2 do 8, natomiast liczbę sekcji w skramblerach od 1 do 6. Wyniki zilustrowano na wykresach (rys. 4 i rys. 5). Rysunek 4 ilustruje zależność unormowanych wariancji współrzędnych wektora PMD:

$$\sigma_k = \frac{E\{\Omega_{o_k}^2\}}{E\{\Omega_{o_1}^2\} + E\{\Omega_{o_2}^2\} + E\{\Omega_{o_3}^2\}}, \quad (17)$$

gdzie $k \in \langle 1, 3 \rangle$, w funkcji liczby stopni skramblera dla przypadku, w którym linia światłowodowa podzielona jest na 4 segmenty. Dla przypadków podziału linii na inną liczbę segmentów uzyskiwano rezultaty analogiczne jakościowo.



Rys. 4. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - wartości wariancji współrzędnych wyjściowego wektora PMD w funkcji liczby stopni skramblera N w linii światłowodowej podzielonej na 4 segmenty

Fig. 4. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - variances of the output PMD vector coordinates versus the number of scrambler stages N for a 4-segment fibre line

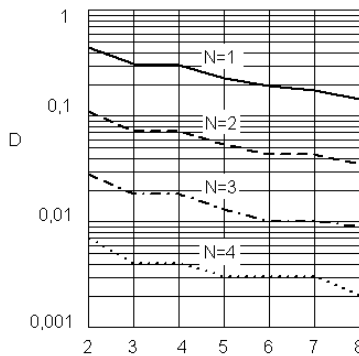
Z kolei na rys. 5, w funkcji liczby segmentów, przedstawiono unormowaną największą wartość z modułów różnic obliczonych pomiędzy wariancjami poszczególnych współrzędnych. Parametrem na wykresie jest liczba stopni skramblera.

$$D = \frac{\max\{d_1, d_2, d_3\}}{E\{\Omega_1^2\} + E\{\Omega_2^2\} + E\{\Omega_3^2\}}$$

$$d_1 = \max\{E\{\Omega_1^2\} - E\{\Omega_2^2\}\}$$

$$d_2 = \max\{E\{\Omega_1^2\} - E\{\Omega_3^2\}\}$$

$$d_3 = \max\{E\{\Omega_2^2\} - E\{\Omega_3^2\}\}$$
(18)



Rys. 5. D – unormowana największa wartość z modułów różnic obliczonych pomiędzy wariancjami poszczególnych współrzędnych wektora PMD w funkcji liczby segmentów

Fig. 5. D – normalised maximum absolute value of differences between the variances of output PMD vector coordinates versus the number of segments

Z rys. 4 wynika, że unormowane wartości wariancji współrzędnych wektora PMD na końcu kaskady segmentów zależą od dyspersji polaryzacyjnej poszczególnych światłowodów. W miarę zwiększania liczby stopni w skramblerach dążą do $1/3$. Uniformizacja następuje szybko ze wzrostem liczby stopni. Z rys. 5 należy wynioskować, że zwiększanie liczby segmentów również przynosi efekt w postaci zmniejszenia różnic pomiędzy wariancjami współrzędnych. Jeżeli linia światłowodowa jest podzielona na 6 segmentów i użyto 3-stopniowych skramblerów, to wariancje współrzędnych wektora PMD na końcu linii różnią się od siebie o mniej niż 3%.

Warty odnotowania jest wynik obliczenia wariancji (tożsamy z wartościami średniokwadratowymi) współrzędnych wektora PMD dla przypadku, w którym skrambler zbudowany jest ze względnie dużej liczby stopni. Wraz ze wzrostem liczby stopni w skramblerze wyrazy macierzy Hs^N asymptotycznie dążą do $1/3$

[3]. Już dla $N=4$ wyrazy różnią się o mniej niż 1%. Dla dostatecznie dużej wartości N można zapisać:

$$\tau_G^2 Hs^N \begin{bmatrix} p_{1,G}^2 \\ p_{2,G}^2 \\ p_{3,G}^2 \end{bmatrix} = \frac{\tau_G^2}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

gdyż:

$$\sum_{k=1}^3 p_{k,g}^2 = 1. \quad (20)$$

Ponadto, suma wyrazów w każdej kolumnie macierzy Hf wynosi 1, co najmniej wtedy, gdy światłowód może być uważany za składający się z odcinka, lub odcinków światłowodów utrzymujących polaryzację a więc takich, których macierze rotacji mogą być przedstawione zależnością (15)

Z powyższego wynika, że jeżeli w drugim składniku sumy we wzorze (13) dokonać następującego zastąpienia:

$$\sum_{g=1}^{G-1} \tau_g^2 Hs^N \begin{bmatrix} q_{1,g}^2 \\ q_{2,g}^2 \\ q_{3,g}^2 \end{bmatrix} = \sum_{g=1}^{G-1} \tau_g^2 Hs^N \left(\prod_{i=g}^{G-1} Hf_{i+1} \cdot Hs^N \right) \begin{bmatrix} p_{1,g}^2 \\ p_{2,g}^2 \\ p_{3,g}^2 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

to spełnione będzie:

$$\sum_{k=1}^3 q_{k,g}^2 = 1. \quad (22)$$

Zatem, analogicznie jak w (19), dla dostatecznie dużej wartości N :

$$\sum_{g=1}^{G-1} \tau_g^2 Hs^N \begin{bmatrix} q_{1,g}^2 \\ q_{2,g}^2 \\ q_{3,g}^2 \end{bmatrix} = \sum_{g=1}^{G-1} \frac{\tau_g^2}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Ostatecznie, przy założeniu, że N jest wystarczająco duże, można następująco sformułować zależność określającą wariancje współrzędnych wektora PMD na końcu G segmentów:

$$\begin{bmatrix} E\{\Omega_1^2\} \\ E\{\Omega_2^2\} \\ E\{\Omega_3^2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \sum_{g=1}^G \frac{\tau_g^2}{3}. \quad (24)$$

W szczególności, z (24) można obliczyć wartość średniokwadratową różnicowego opóźnienia grupowego τ na końcu kaskady segmentów:

$$E\{\tau^2\} = E\{\Omega_1^2\} + E\{\Omega_2^2\} + E\{\Omega_3^2\} = \sum_{g=1}^G \tau_g^2. \quad (25)$$

4. Wnioski

Parametry rozkładu statystycznego położenia na sferze Poincare wektora dyspersji polaryzacyjnej (PMD) występującego na końcu wielosegmentowej linii światłowodowej, w której każdy segment składa się z odcinka światłowodu i wielostopniowego skramblera, takie jak: wartości oczekiwane i wariancje, a także kowariancje, można skutecznie wyznaczyć stosując zaproponowaną w pracy metodę. Warunkiem jej użycia jest, aby rozkłady statystyczne sygnałów sterujących skramblerami były równomierne i od siebie niezależne.

Wykazano, że na końcu analizowanej linii światłowodowej wartości oczekiwane i kowariancje współrzędnych wektora PMD wynoszą zero, niezależnie od dyspersji polaryzacyjnej światłowodów w poszczególnych segmentach. Rozkłady statystyczne poszczególnych współrzędnych wyjściowego wektora PMD różnią się od siebie, co najmniej wartościami wariancji, przy czym różnice wartości wariancji zależą od właściwości dyspersyjnych światłowodów w poszczególnych segmentach.

Rozkłady statystyczne współrzędnych wyjściowego wektora PMD, przynajmniej w zakresie wartości wariancji, mogą zostać asymptotycznie zuniformizowane, a unormowane wartości wariancji uniezależnione od właściwości dyspersyjnych składowych światłowodów linii, jeżeli wykonany zostanie podział linii na dostatecznie dużą liczbę segmentów. Analogiczny efekt zostanie spowodowany zastosowaniem odpowiednio dużej liczby stopni w skramblerach. Uniformizacja następuje szybko ze wzrostem liczby stopni w skramblerach, jak też ze wzrostem liczby segmentów. Na przykład, jeżeli linia światłowodowa jest podzielona na 6 segmentów i użyto 3-stopniowych skramblerów, to wariancje współrzędnych wektora PMD na końcu linii różnią się od siebie o mniej niż 3%.

Wnioski odnoszą się wyłącznie do kaskady segmentów, w których każdy skrambler zbudowany wielu stopni skonstruowanych z dwóch dwójłomnych przesuwników fazowych obróconych osiami dwójłomności o $\frac{1}{4}\pi$, przy czym osie dwójłomności kolejnych stopni są zgodne.

5. Literatura

- [1] C.T. Allen, P.K. Kondamuri, D.L. Richards, D.C. Hague: Measured temporal and spectral PMD characteristics and their implications for network-level mitigation approaches, *Journal of Lightwave Technology*, No 21, 2003.
- [2] X. Lid, C. Xie, A. J. van Wijngaarden: Multichannel PMD mitigation through forward error correction with distributed fast PMD scrambling, *Technical digests of OFC 2004, WE2*, 2004.
- [3] Z. Lach: Wartości oczekiwane, wariancje i kowariancje składowych wektora dyspersji polaryzacyjnej na wyjściu kaskady skramblerów polaryzacji, *Pomiary Automatyka Kontrola*, Nr 10, 2008.
- [4] J. P. Gordon, H. Kogelnik: PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers, *Proceedings of the National Academy of Sciences of United States of America*, vol. 97 No. 9, 2000.
- [5] F. Heismann: Compact Electro-Optic Polarization Scramblers for Optically Amplified Lightwave Systems, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 14, No. 8, 1996.
- [6] M. Y. Dierolf, V. Dierolf: Analytical Description of Birefringence Statistics in Randomly Concatenated Single-mode Fiber Systems, *Journal of Optical Communications*, vol 28, No 2, 2007.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

Seminarium na temat magistrali CANopen

W dniu 26. marca 2009 roku w Warszawie odbędzie się jednodniowe seminarium na temat magistrali CANopen, przeprowadzone przez firmę CIA GmbH (CAN in Automation). W czasie seminarium trener CIA będzie objaśniał podstawy protokołu warstwy wyższej CANopen (EN 50325-4). Seminarium odbędzie się w Airport Hotel Okęcie, w godzinach od 9.00 do 17.00. Będzie prowadzone w języku angielskim. Informacje prezentowane na Seminarium mają umożliwić inżynierom z działów rozwoju i integracji systemów podejmowanie decyzji, czy CANopen jest odpowiednie do opracowywanych przez nich aplikacji. Uczestnicy uzyskają wszechstronny wgląd do możliwości technicznych protokołów podstawowych i dodatkowych (np. CANopen Manager, Layer Setting Services, CANopen Safety). Zostaną przedstawione najważniejsze aspekty projektowania systemu. Trener z firmy CIA omówi także profile aplikacji i urządzenia CANopen, co ma umożliwić budowę urządzeń o wysokim stopniu kompatybilności, typu plug-and-play. Ponadto uwzględnione będą wielopoziomowe połączenia sieciowe. Omówione będą dobrze wyspecyfikowane aplikacje, jak np. CANopen-to-CANopen-routers, TCP/IP-to-CANopen-gateways and CANopen-to-AS-interface-gateways.

Uczestnicy seminarium powinni być zaznajomieni z podstawami protokołu CAN. Dalsze informacje oraz rejestracja on-line są możliwe przez stronę www.can-cia.org lub telefonicznie +49-911-928819-0, lub przez e-mail: headquarters@can-cia.org.

CANopen seminars in Warsaw (PL)

CAN in Automation (CiA) GmbH has scheduled a CANopen seminar in Warsaw (PL) for the 26th of March 2009. Within the one-day seminar, the CiA trainer explains the basics of the CAN-based higher layer protocol CANopen (EN 50325-4). The event will take place in the Airport Hotel Okęcie in Warsaw. It is scheduled from 9:00 a.m. to 5 p.m. and will be held in English language. The information provided in the Seminar will enable development engineers and system integrators to judge if CANopen is suitable for their application. Attendees will receive a comprehensive insight into the technical opportunities of the basic and additional protocols (e.g. CANopen Manager, Layer Setting Services, CANopen Safety). Important aspects of system design will be demonstrated. The CiA trainer will also explain the CANopen device and application profiles that enable to manufacture devices with a high degree of "plug-and-play" capability. Furthermore multi-level networking is considered. Well-specified applications such as e.g. CANopen-to-CANopen-routers, TCP/IP-to-CANopen-gateways and CANopen-to-AS-interface-gateways are discussed.

Attendees of the CANopen seminar should be familiar with the basics of the CAN protocol. Further information and online registration is available at www.can-cia.org or telephone +49-911-928819-0, or via e-mail to headquarters@can-cia.org.