

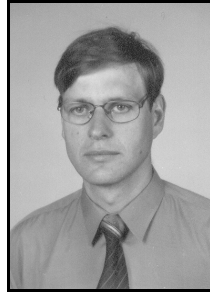
Janusz PAPLIŃSKI

INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ, POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA

## Identyfikacja opóźnień w układach liniowych z zastosowaniem Algorytmów Mrówkowych

Dr inż. Janusz PAPLIŃSKI

Pracuje w Instytucie Automatyki Przemysłowej Politechniki Szczecińskiej na stanowisku adiunkta. Zainteresowania naukowe koncentrują się w dziedzinie: sztucznej inteligencji, identyfikacji dynamiki systemów liniowych, sterowania procesami dyskretnymi, optymalizacji.



e-mail: janusz.papliński@ps.pl

### Streszczenie

Identyfikacja układów liniowych MISO z opóźnionymi wejściami, ze względu na wielomodalność przestrzeni rozwiązań, może prowadzić do uzyskania tylko minimum lokalnego i błędnego modelu. Skutecznym narzędziem optymalizacji globalnej są metody sztucznej inteligencji. W pracy zaproponowano zastosowanie algorytmów mrówkowych do identyfikacji opóźnień w układach liniowych MISO. Wykorzystano przy tym klasyczny algorytm gradientowy do określania jakości otrzymanych modeli. Efektywność zaproponowanej metody została porównana z wybranymi metodami klasycznymi z wykorzystaniem badań symulacyjnych.

**Słowa kluczowe:** identyfikacja, opóźnienie transportowe, optymalizacja globalna, algorytmy mrówkowe.

### Identification of time delays in linear systems by Ant Colony Optimization

#### Abstract

The identification of time delays of linear systems is one of important tasks. If the system is MISO, the solution space is multi-modal and identification algorithms can find only the local optimum. One of the possibility of identification is the use of the Ant Colony Optimization methods to identify time delays. The nonlinear least-squares method is applied to find the residual parameters and quality function. The simulation results are presented in the paper.

**Keywords:** identification, time delay, global optimization, ant colony optimization.

## 1. Wstęp

W układach liniowych szczególnie ważna jest znajomość opóźnień występujących w układzie, ze względu na ich znaczący wpływ na zachowanie się układu [1, 2, 3]. Są to parametry trudne do identyfikacji ze względu na wielomodalność przestrzeni rozwiązań [4]. Może ona skutkować znalezieniem tylko lokalnego optimum, a co za tym idzie, błędnego modelu [5]. Już dla układu MISO, o dwóch opóźnionych wejściach i jednym wyjściu, z niejednakowymi opóźnieniami, występuje wiele lokalnych ekstremów. Podstawowe metody identyfikacji takich układów polegają na znalezieniu wartości opóźnień, a następnie zastosowaniu jednej z klasycznych gradientowych metod identyfikacji układów liniowych.

W pracy jako metodę klasyczną zaproponowano algorytm rozdzielnego nieliniowego błędu kwadratowego (separable nonlinear least squares) (SEPNLS) oparty o metodę najmniejszych kwadratów (LS), wraz z jego wersją globalną Global SEPNLS (GSNLS) [6, 7]. Do identyfikacji opóźnienia wykorzystano Algorytm Mrówkowe (AM).

W pracy przedstawiona została analiza statystyczna efektywności powyższych algorytmów, w oparciu o wyniki badań symulacyjnych.

## 2. Opis problemu

W pracy rozważa się zagadnienie identyfikacji dynamiki liniowego obiektu o wielu wejściach i jednym wyjściu MISO z nieznanymi opóźnieniami w torach wejściowych:

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x(t) = \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^{m_j} b_{jk} p^{m_j-k} u_j(t - \tau_j) \quad (1)$$

gdzie:  $a_0 = 1$ ;  $b_{j1} \neq 0$ ;

$p$  - operator różniczkowania;

$u_j(t)$  -  $j$ -te wejście;

$\tau_j$  - czas opóźnienia transportowego dla  $j$ -tego wejścia;

$x$  - niezakłócone wyjście;

Zakłócenia występujące w obiekcie spowodowane są do wyjścia, stąd:

$$y(t) = x(t) + v(t) \quad (2)$$

Najważniejszym zadaniem estymacji jest znalezienie wartości opóźnień występujących w torach wejściowych. Na ich podstawie można w prosty sposób estymować pozostałe wartości parametrów.

W dalszej części pracy rozpatrywany jest obiekt ciągły, sterowany z ekstrapolatora zerowego rzędu (przetwornik C/A), ze spróbkowanym sygnałem wyjściowym (przetwornik A/C).

$$u_j(t) = \tilde{u}_j(k) \quad \text{dla} \quad (k-1)T \leq t < kT, \quad (3)$$

gdzie:  $T$  - okres próbkowania.

## 3. Metoda separowanego nieliniowego błędu kwadratowego (SEPNLS) i jej wersja globalna (GSNLS)

Ze względu na zakłócenia sygnału wyjściowego, bezpośrednie różniczkowanie sygnałów jest niewskazane. Z tego powodu zastosowano wstępny filtr dolnoprzepustowy w postaci [9]:

$$Q(p) = \frac{1}{(\alpha p + 1)^n} \quad (4)$$

Po zastosowaniu filtra wstępnego  $Q(p)$ , oraz transformaty biliniowej do systemu (1) otrzymano przybliżony cyfrowy model obiektu:

$$\xi_{0\bar{y}}(k) = \varphi^T(k, \tau) \theta + r(k) \quad (5)$$

gdzie:

$$\varphi^T(k, \tau) = [-\xi_{1\bar{y}}(k), \dots, -\xi_{n\bar{y}}(k), \xi_{(n-m_1+1)\bar{u}_1}(k - \tilde{\tau}_1), \dots, \xi_{n\bar{u}_1}(k - \tilde{\tau}_1), \dots, \xi_{(n-m_j+1)\bar{u}_j}(k - \tilde{\tau}_j), \dots, \xi_{n\bar{u}_j}(k - \tilde{\tau}_j)] \quad (6)$$

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_n, b_{11}, \dots, b_{1m_1}, \dots, b_{r1}, \dots, b_{rm_r}] \quad (7)$$

$$r(k) = \sum_{i=0}^n a_i \xi_{i\bar{v}}(k) \quad (8)$$

$$\tilde{\tau}_j = \frac{\tau_j}{T} = \rho + \frac{\Delta}{T}, \quad 0 \leq \Delta < T \quad (9)$$

$$\xi_{i\gamma_i}(k) = \frac{\left(\frac{T}{2}\right)^i (1+z^{-1})^i (1-z^{-1})^{n-i}}{\left(\alpha(1-z^{-1}) + \frac{T}{2}(1+z^{-1})\right)^n} \frac{1+z^{-1}}{2} \gamma_j(k) \quad (10)$$

$$\gamma = [v, u, v]$$

Dla modelu (5) można rozłącznie wyznaczyć czasy opóźnień i parametry liniowe. Parametry liniowe modelu można wyznaczyć, przy założeniu znajomości opóźnień, na podstawie metody LS jako:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_N &= \arg \min_{\tau} V_N(\theta, \tau) = \\ &= \arg \min_{\tau} \frac{1}{N - k_s} \sum_{k=k_s+1}^N \frac{1}{2} \left( \xi_{0\bar{y}}(k) - \varphi^T(K, \tau) \hat{\theta} \right)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Czasy opóźnień można estymować minimalizując błąd kwadratowy:

$$\hat{\tau} = \arg \min_{\tau} \tilde{V}_N(\tau) = \arg \min_{\tau} \frac{1}{N - k_s} \sum_{k=k_s+1}^N \frac{1}{2} \left( \xi_{0\bar{y}}(k) - \varphi^T(K, \tau) \hat{\theta} \right)^2 \quad (12)$$

Przy czym wartości czasów opóźnień wyznacza się w sposób iteracyjny na podstawie Hessianu  $\tilde{R}_j(\tau)$ , oraz gradientu  $\tilde{V}_j(\tau)$  metodą Newtona – Rapsona:

$$\hat{\tau}_j^{l+1} = \hat{\tau}_j^l - \mu \left[ \tilde{R}_j(\hat{\tau}_j^l) \right]^{-1} \tilde{V}_j(\hat{\tau}_j^l) \quad (13)$$

gdzie:  $\mu$  - wielkość kroku pojedynczej iteracji.

W celu zwiększenia zdolności algorytmu SEPMLS do opuszczenia lokalnego minimum zastosowano wersję globalną tego algorytmu (GSNLS) [10]. W metodzie tej czasy opóźnień  $\hat{\tau}$  dodatkowo zaburzane są losową wartością, modyfikującą zależność (13) do postaci:

$$\hat{\tau}_j^{(l+1)} = \hat{\tau}_j^{(l)} - \mu^{(l)} \left( \left[ \tilde{R}_j(\hat{\tau}_j^{(l)}) \right]^{-1} \tilde{V}_j(\hat{\tau}_j^{(l)}) + \beta_0 \tilde{V}_N(\hat{\tau}_j^{(l)}) \eta \right) \quad (14)$$

gdzie:  $\eta$  - wartość losowa wg Rozkładu Gaussa  
 $\beta_0$  - współczynnik wagowy.

#### 4. Algorytm mrówkowe (AM)

AM mogą być stosowane do rozwiązywania zadań optymalizacji ciągłej [11, 12]. Poszukiwane parametry, to kolejne węzły wymagające podjęcia decyzji, co do dalszego kierunku. Wybór konkretnej wartości identyfikowanego opóźnienia może być traktowane jak wybór określonego kierunku, w którym będzie się przemieszczał osobnik. Po wyborze wszystkich parametrów – całej drogi przez mrówkę, sprawdzana jest jakość uzyskanego rozwiązania z zastosowaniem kryterium błędu kwadratowego  $\tilde{V}_N(\Theta, \tau)$  ze wzoru (11). Przy okazji identyfikowane są pozostałe – liniowe parametry modelu.

Po wyznaczeniu dróg przez wszystkie mrówki, zostawiają one, na drogach którymi się przemieszczały [13], ślad feromonowy proporcjonalny do wartości kryterium  $\tilde{V}_N(\Theta, \tau)$ . Jest on kodowany dla każdego parametru osobno, w postaci macierzy dwu-

kolumnowej. Jedna kolumna zawiera wartości opóźnień wybrane przez poszczególną mrówkę, a druga odpowiadające jej natężenie śladu proporcjonalne do jakości uzyskanych modeli. Przy czym natężenie śladu wyznaczone jest według zależności:

$$s_i = \frac{n}{m} \frac{V_{Ni}}{\sum_{k=1}^n V_{Nk}} \quad (15)$$

gdzie:  $n$  – ilość mrówek w każdej iteracji;

$m$  – ilość wierszy w macierzy śladów feromonowych;

$V_{Ni}$  – kryterium jakości dla  $i$ -tego osobnika.

Po każdej iteracji istniejące ślady są odparowywane zgodnie z zależnością:

$$s_i(k+1) = s_i(k) * d \quad (16)$$

gdzie:  $d$  – współczynnik odparowania.

Pozwala to na systematyczne zmniejszanie wpływu wcześniejszych rozwiązań. Wielkość listy śladów jest ograniczana przez usuwanie śladów o najmniejszym natężeniu.

Na początku każdej iteracji wyznacza się dla każdego węzła, na podstawie macierzy śladów, rozkład prawdopodobieństwa wyboru poszczególnych kierunków. Na jego podstawie poszczególne osobniki dokonają wyboru kierunków w węzłach. Ostatecznie każda decyzja mrówki określona jest jako średnia ważona dwóch wartości losowych: jednej o rozkładzie normalnym, a drugiej o rozkładzie określonym przez natężenie śladów:

$$c_{ij} = \zeta_{ijn} a + \zeta_{ijs} (1-a) \quad (17)$$

gdzie:  $i, j$  – numer osobnika, węzła decyzyjnego,

$\zeta_{ijn}$  – liczba losowa według rozkładu normalnego dla  $i$ -tego osobnika i  $j$ -tego węzła, zawierająca się w obszarze dopuszczalnym  $\zeta_{ijn} \in [O_d, O_g]$

$\zeta_{ijs}$  – liczba losowa według rozkładu określonego przez natężenie śladów,

$a$  – losowa waga określająca proporcje uśredniania.

Zależność (17) zapewnia podążanie kolejnych osobników w kierunku najlepszych dotychczas znalezionych rozwiązań, przy równoczesnym zachowaniu różnorodności populacji. Jest to szczególnie ważne w sytuacji, gdy jedna z dróg jest zdecydowanie lepsza od pozostałych. Bazowanie tylko na samych śladach doprowadziłoby do ujednoczenia populacji i utraty przez algorytm zdolności ciągłej poprawy znajdowanych rozwiązań.

#### 5. Wyniki badań symulacyjnych

Do przetestowania efektywności proponowanych algorytmów wykorzystano model toru pomiarowego opisanego równaniem różniczkowym:

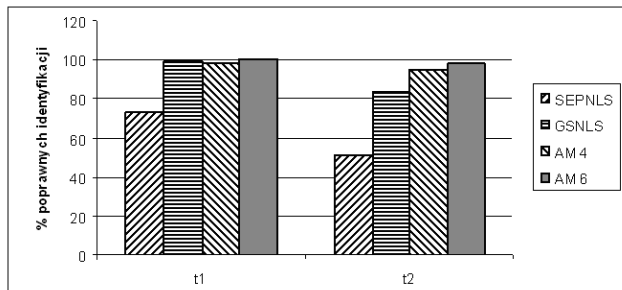
$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_2 y(t) = b_{11} u_1(t - \tau_1) + b_{21} u_2(t - \tau_2) \quad (18)$$

gdzie:  $a_1=3.0$ ;  $a_2=4.0$ ;  $b_{11}=2.0$ ;  $b_{21}=2.0$ ;  $\tau_1=9.15$ ;  $\tau_2=2.57$ .

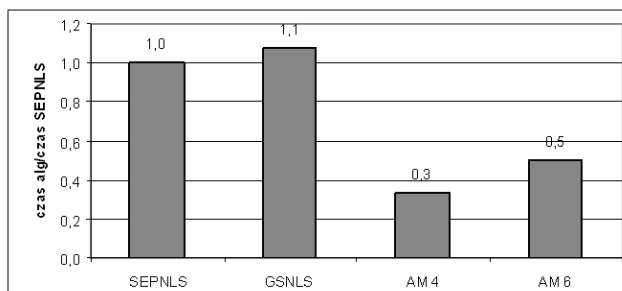
Sygnaly wejściowe i wyjściowe są przetworzone przez ekstrapolator zerowego rzędu z okresem  $T=0,05$ . Zastosowano filtr wstępny  $Q(p)$  z  $\alpha=0,4$ . Na wejście systemu podawano sygnał losowy o rozkładzie Gaussa. Wyjście zostało zakłócone 5% szumem białym. W procesie identyfikacji wykorzystano pakiet sygnałów składający się z 1000 próbek. Czas trwania każdego algorytmu wynosił 200 iteracji. Obszar dopuszczalny dla wszystkich współczynników  $a$  i  $b$  wynosił  $[-10, 10]$ , a dla czasów opóźnień  $\tau_1, \tau_2$   $[0, 25]$ . Celem uzyskania odpowiedniego materiału statystycznego każda badana wersja algorytmu uruchamiana była 200-krotnie.

Przy analizie uzyskanych wyników przyjęto, że dopuszczalny błąd identyfikacji opóźnienia wynosi  $\pm 10\%$  wartości rzeczywistej.

Wszystkie wyniki nie spełniające powyższego warunku potraktowane zostały jako błędne. Ilość uruchomień w których uzyskano poprawne parametry uznane zostało jako podstawowe kryterium jakości badanych algorytmów. Procent poprawnych identyfikacji dla poszczególnych algorytmów przedstawiono na rys. 1. Drugim ważnym kryterium jest czas identyfikacji. Średni czas dla badanych algorytmów przedstawiono na rys. 2.



Rys. 1. Procent poprawnych identyfikacji  $\tau_1$  i  $\tau_2$   
Fig. 1. Percentage of accurate identification of  $\tau_1$  and  $\tau_2$



Rys. 2. Średni czas obliczeń dla poszczególnych algorytmów w stosunku do czasu potrzebnego dla algorytmu SEPNLS  
Fig. 2. The average time of calculations for particular algorithms related to the time needed for the SEPNLS

Przedstawione wyniki badań potwierdzają oczywisty fakt, że algorytm SEPNLS nie nadaje się do zastosowań gdzie przestrzeń rozwiązań jest wielomodalna. Wersja globalna tego algorytmu GSNLS radzi sobie już dużo lepiej, choć wciąż 16,6% zidentyfikowanych czasów  $\tau_2$  jest błędna.

Znaczącą poprawę uzyskano stosując AM. Już dla koloni składającej się z 4 mrówek tylko 5,5% zidentyfikowanych opóźnień  $\tau_2$  była błędna. Co najważniejsze uzyskano również skrócenie czasu potrzebnego na identyfikację do 1/3 czasu zużywanego przez SEPNLS. Dla koloni 6 mrówek 98% identyfikacji  $\tau_2$  była prawidłowa, przy nieznacznym wydłużeniu trwania identyfikacji do 1/2 czasu trwania SEPNLS. Przy czym średni czas obliczeń dla SEPNLS wynosił 585 s przy obliczeniach dokonanych na komputerze z procesorem Dual Core AMD Operon 275, 2.19 GHz, 4GB RAM, przy wykorzystaniu pojedynczego rdzenia.

Przeprowadzono również analizę statystyczną, wyznaczając wartość średnią i odchylenie standardowe dla wszystkich prób i dla prób w których uzyskano poprawne rozwiązania. Efektywność identyfikacji czasów opóźnień dla poszczególnych algorytmów, została przedstawiona w tab. 1. Ze względu na wielomodalność identyfikowanego obiektu algorytm SEPNLS okazał się mało efektywny. Dla algorytmu GSNLS ze względu na stosunkowo dużą liczbę błędnych identyfikacji średnia wartość  $\tau_2$  znacznie odbiega od wartości rzeczywistej, przy dużym odchyleniu standardowym.

Dla AM Średnie wartości opóźnień dla wszystkich wyników są tylko nieznacznie gorsze od tych które uwzględniają tylko identyfikacje poprawne, przy niedużym odchyleniu standardowym. Świadczy to o tym, że nawet identyfikacje uznane za błędne nie odbiegały znacząco od tych uznanych za prawidłowe.

Identyfikacja opóźnień  $\tau_1$  była poprawna dla wszystkich algorytmów globalnych. Może to wynikać z tego, iż parametr ten był łatwiejszy do identyfikacji ze względu na centralne położenie w obszarze dopuszczalnym.

Tab. 1. Średnie wartości identyfikowanego opóźnienia  
Tab. 1. The mean value of the identified time delay

typ algorytmu	ilość osobników w populacji AM	wszystkie wyniki		tylko wyniki poprawne	
		$\tau_1$	$\tau_2$	$t_3$	$t_4$
SEPNLS	—	9,5±5,54	9,11±8,43	9,21±0,07	2,62±0,05
GSNLS	—	9,18±0,05	5,38±6,56	9,18±0,05	2,60±0,02
AM	4	9,26±0,22	2,67±0,23	9,24±0,07	2,65±0,10
AM	6	9,25±0,06	2,65±0,16	9,25±0,06	2,67±0,09

## 6. Wnioski

Zastosowanie AM do identyfikacji opóźnień okazało się być, przy porównaniu z wersją globalną metody klasycznej GSNLS, metodą szybka i dokładną. Uzyskano dokładniejsze wyniki w znacząco krótszym czasie.

AM mrówkowe okazały się efektywne już dla bardzo małej koloni mrówek składającej się z 4 osobników. Zwiększenie liczności populacji poprawia jakość rozwiązań, wydłużając przy tym czas potrzebny na identyfikację.

Wszystkie algorytmy dały porównywalne dokładności przy pominięciu zdecydowanie błędnych rozwiązań.

## 7. Literatura

- [1] Bilello C., Paola M. D., Pirrota A.: Time delay induced effects on control of non-linear systems under random excitation. *Meccanica* 2002, Vol. 37, pp: 207-220
- [2] Bjorklund S., Ljung L.: A Review of Time-Delay Estimation Techniques Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control 2003, Vol. 3, pp. 2502-2507
- [3] Fathalla F.A., Rihan A.: Sensitive analysis for dynamic systems with time-lag. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 2003, Vol. 151 Issue: 2, pp: 445-462
- [4] Richard J.P.: Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica* 2003, Vol. 39, pp: 1667-1694
- [5] Chen B.-S., Hung J.-C.: A global estimation for multichannel time-delay and signal parameters via genetic algorithm. *Signal Processing* 2001, Vol. 81 (5), s. 1061-1067.
- [6] Previdi F., Lovera M. Identification of non-linear parametrically varying models using separable least squares. *Int. J. Control*, 2004, Vol. 77, no. 16, pp. 1382-1392
- [7] Westwick D. T., Kearney R. E. Separable least squares identification of nonlinear Hammerstein models: application to stretch reflex dynamics. *Annals of Biomedical Engineering*, 2001, Vol. 29, pp: 707-718
- [8] Iemura H., Yang Z., Kanae S., Wada K.. Identification of continuous-time systems with unknown time delays by global nonlinear least-squares method. *IFAC Workshop on adaptation and learning in control and signal processing*. Yokohama, Japan 2004
- [9] Chen X., Wang M.: Global optimization methods for time delay estimation. *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA) 2004*, Vol. 1 s. 212-215
- [10] Tsutsui S., Pelikan M., Ghosh A.: Performance of Aggregation Pheromone System on Unimodal and Multimodal Problems. *Proceedings of the 2005 IEEE CEC*, vol.1, pp.880-887
- [11] Papiński J.P.: identyfikacja na bieżąco opóźnień w układach nieminimalno-fazowych z zastosowaniem algorytmów mrówkowych, materiały konferencyjne Modelowanie i Symulacja, Kościelisko, 19-23 czerwca 2006.
- [12] Agosta W.C., *Chemical communication – the Language of Pheromone*. W.H. Freeman and Company, New York, 1992