

Maciej PAŃCZYK¹, Jan SIKORA²

¹POLITECHNIKA LUBELSKA, INSTYTUT INFORMATYKI

²POLITECHNIKA LUBELSKA, KATEDRA ELEKTRONIKI

Zastosowanie Metody Elementów Brzegowych w odniesieniu do obiektów niejednorodnych na przykładzie badań zawilgocenia murów

Mgr inż. Maciej PAŃCZYK

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Lubelskiej. Pracował w Katedrze Podstaw Elektrotechniki Politechniki Lubelskiej, Departamencie Informatyki Banku Depozytowo-Kredytowego i w Instytucie Informatyki Politechniki Lubelskiej. Udział w pracach grupy badawczej tomografii w Instytucie Elektrotechniki w Międzyzlesiu pod kierunkiem prof. Jana Sikory pozwolił autorowi połączyć obie dziedziny zainteresowań i doświadczeń – elektrotechnikę i informatykę w tematykę tomografii impedancyjnej i optycznej.



Prof. dr hab. inż. Jan SIKORA

Absolwent wydziału elektrycznego Politechniki Warszawskiej. Obecnie pracuje na wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Lubelskiej. Główne dziedziny zainteresowań to metody numeryczne i ich zastosowanie w teorii pola elektromagnetycznego a w szczególności tomografii nierentgenowskie i algorytmy tworzenia obrazu. W latach 2001 do 2004 senior research fellow University College London (UCL) w grupie tomografii optycznej Prof. S. Arridge'a.



e-mail: sik59@wp.pl

Streszczenie

Artykuł prezentuje zastosowanie Metody Elementów Brzegowych (MEB) w odniesieniu do środowisk niejednorodnych na przykładzie badań zawilgocenia murów. Realnym obiektem badań jest zawilgocony mur o zmieniającej się wraz z wysokością i wzdłuż grubości muru wilgotnością i związaną z nią przewodnością. Wyniki obliczeń porównywane są z pomiarami dokonanymi metodą suszarkowo-wagową i za pomocą tomografu impedancyjnego. Tego typu zastosowania wiążą się bezpośrednio z nieniszczącymi pomiarami efektów osuszania budynków. Zmodyfikowany algorytm MEB jest zasadniczą częścią obliczeniową tomografu pozwalającego na odtworzenie obrazu niedostępnego wnętrza obiektu.

Słowa kluczowe: Metoda Elementów Brzegowych, środowiska niejednorodne, tomografia impedancyjna.

Application of the boundary element method to functionally graded materials on example of wall dampness investigations

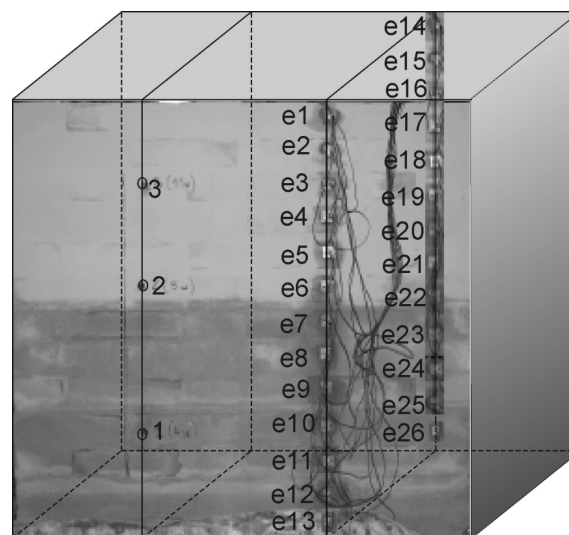
Abstract

The object of non-destructive testing (NDT) based on the electric impedance tomography (EIT) were damped walls. Wall moisture and related salinity or mycosis are an important problem for buildings and people's health. The humidity changing along the wall height and depth creates non-homogenous testing environment in which the object property - conductivity - varies together with one or more co-ordinates. The boundary element method (BEM) with implemented functionally graded materials (FGM) was used to solve the EIT forward problem. Due to taking measurements only from the object surface, which is typical of BEM a very convenient tool for NDT is received. The calculation results obtained from BEM were compared with those from the EIT measurements made on 26 electrodes. Those were again verified with the drying-weighing method for samples taken from bore-holes. Some theoretical aspects and the practical results mentioned above are presented in the paper.

Keywords: Boundary element method, functionally graded materials.

1. Opis obiektu

Badany w warunkach laboratoryjnych mur [1] miał 1m wysokości, 1m szerokości i 0,51m grubości. Mur został zatopiony w wodzie do połowy wysokości. Pomiarów dokonano dzień po odprowadzeniu wody. Mur wraz z 26 elektrodami tomografu impedancyjnego oznaczonymi e1, e2, e3 ... e26 oraz widocznymi trzema miejscami odwiertów przedstawiony jest na rys. 1.



Rys. 1. Zawilgocony mur z 26 elektrodami tomografu impedancyjnego i trzema miejscami odwiertów wykonanych dla weryfikacji pomiarów metodą suszarkowo-wagową.

Fig. 1. The investigated damped wall with 26 electrodes for electric impedance tomography and 3 bore-holes for drying-weighing verification method

2. Funkcja Greena dla środowisk niejednorodnych

Rozwiązania bazowe dla podstawowych zastosowań MEB są generalnie znane i stabelaryzowane. W przypadku środowisk niejednorodnych należy jednak wyznaczyć stosowną funkcję Greena.

Dla przypadku dwu-wymiarowego odpowiadającego przekroju muru w płaszczyźnie elektrod interpolowano rozkład przewodności γ funkcją kwadratową zależną od wysokości z i współczynnika materiałowego β . Funkcję Greena wyznaczono podążając za pracami E. Kurgana [2], A. Sutradhara, G. H. Paulino [3] oraz P. Jabłońskiego [4].

Obliczenia dla trójwymiarowego modelu muru wykonano interpolując rozkład przewodności γ funkcją wykładniczą:

$$\gamma(x, y, z) = \gamma_0 e^{2\beta z} \quad (1)$$

Dodatkowo w modelu tym uwzględniono zmianę przewodności (zawilgocenia) związaną z szybszym wysychaniem powierzchni muru niż jego wnętrza stosując podział na 4 warstwy adekwatny do pomiarów uzyskanych metodą suszarkowo-wagową.

Równanie różniczkowe cząstkowe dla potencjału Φ z uwzględnieniem źródła prądu Q (rozmszczenie elektrod niezależnie od węzłów siatki) przedstawia się następująco:

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z) + 2\beta \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial z} = -\frac{e^{-2\beta z}}{\gamma_0} Q \quad (2)$$

Równanie całkowo-brzegowe zapiszemy jako [3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]:

$$\begin{aligned} c(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}) + \iint_S \left(\frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n(\mathbf{r}')} - 2\beta n_z \right) \Phi(\mathbf{r}') dS(\mathbf{r}') = \\ = \int_S \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}')}{\partial n(\mathbf{r}')} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS(\mathbf{r}') + \int_V \frac{e^{-2\beta z}}{\gamma_0} Q G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') dV(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie r_0 – odpowiada miejscu przyłożenia punktowego źródła prądu, w którym Q przybiera wartość $Q_0 = I_0 \delta(\mathbf{r}_0)$ a I_0 – jest wartością prądu źródła.

Funkcję Greena dla tego przypadku w przestrzeni trójwymiarowej zapiszemy następująco:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi r} + \frac{e^{\beta(r+R_z)} - 1}{4\pi r'} \quad (4)$$

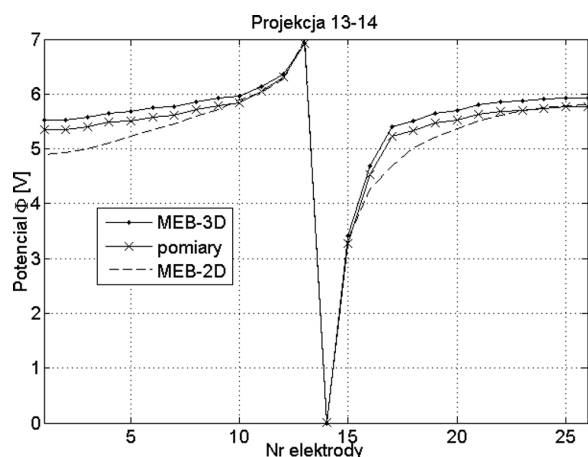
gdzie:

$$r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|,$$

$$R_z = z - z'.$$

Dyskretyzację muru wykonano 1152 elementami czworokątnymi 8-węzłowymi drugiego rzędu.

Wyniki obliczeń przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Wyniki obliczeń zawilgoconego muru odpowiadające przykładowemu przyłożeniu napięcia o wartości 7V pomiędzy elektrodami 13-14

Fig. 2. EIT measurements and BEM 2D/3D calculation results corresponding to the voltage of 7V applied between the pair of electrodes 13-14

3. Podsumowanie

Zawilgocony mur stanowi realny przykład środowiska niejednorodnego, istotny z uwagi na trwałość budynków i wpływ związanych z wilgocią zagrzybień na zdrowie mieszkańców. Uzyskane wyniki potwierdzają przydatność wykorzystania Metody Elementów Brzegowych jako aparatu obliczeniowego pozwalającego na nieniszczące badania stanu i rozkładu zawilgocenia muru za pomocą tomografii impedancyjnej.

Niniejsza praca jest finansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego jako część projektu nr N N510 342334.

Autorzy pragną podziękować prof. Jerzemu Hole z Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej gdzie we współpracy z dr Stefanem Wójtowiczem i prof. Janem Sikorą z Instytutu Elektrotechniki w Międzyzlesiu wykonywane były pomiary oraz dr Konradowi Nicie z IEL za udostępnienie aktualnych wyników pomiarów.

4. Literatura

- [1] Hoła J., Matkowski Z., Schabowicz K. Impedance tomographic method of assessing the dampness of masonry. Z. 1-B/2007 Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej http://bc.biblos.pk.edu.pl/bc/resources/CT/CzasopismoTechniczne_1B_2007/HolaJ/TomografiaImpedancynj a/pdf/HolaJ_TomografiaImpedancynj a.pdf
- [2] Kurgan, E. Analiza pola magnetostaticznego w środowisku niejednorodnym metodą elementów brzegowych. Uczelniane wydawnictwa naukowo-dydaktyczne AGH Kraków 1999.
- [3] Sutradhar, A. and Paulino, G. H. A simple boundary element method for problems of potential in non-homogeneous media. International Journal for Numerical Methods in Engineering No. 60 p. 2203-2230 2004.
- [4] Jabłoński, P. Metoda elementów brzegowych w analizie pola elektromagnetycznego. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej Częstochowa 2003
- [5] Berowski P., Filipowicz S.F., Sikora J., Wójtowicz S., Dehumidification of the wall process monitoring using 3D EIT system, 15th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields COMPUMAG 2005, 2, Shenyang, 2005.
- [6] Paulino, G. H. and Sutradhar, A. The simple boundary element method for multiple cracks in functionally graded media governed by potential theory: a three-dimensional Galerkin approach. International Journal for Numerical Methods in Engineering No. 65 p. 2007-2034 2005.
- [7] Paulino, G. H. and Sutradhar, A. and Gray, L. J. Boundary element Methods for Functionally Graded Materials. International Association for Boundary Element Methods IABEM 28-30 May 2002 Austin.
- [8] Rizzo, F. J. and Martin, P. A. and Roberts, R. A. Boundary Elements and Green's Function Library. <http://www.boulder.nist.gov/div853/greenfn/pdffiles/rizolib0.PDF>.
- [9] Sikora J. Boundary Element Method for Impedance and Optical Tomography. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2007.
- [10] Sutradhar, A. and Paulino, G. H. and Gray, L. J. On hypersingular surface integrals in the symmetric Galerkin boundary element method: application to heat conduction in exponentially graded materials. International Journal for Numerical Methods in Engineering No. 62 p.122-157 2005.
- [11] Gray, L. J. and Kaplan, T. and Richardson, J. D. and Paulino, G. H. Green's Functions and Boundary Integral Analysis for Exponentially Graded Materials: Heat Conduction. Journal of Applied Mechanics Vol. 70 p.543-549 July 2003