

Zbigniew LACH

POLITECHNIKA LUBELSKA, KATEDRA ELEKTRONIKI

Wartości oczekiwane, wariancje i kowariancje składowych wektora dyspersji polaryzacyjnej na wyjściu kaskady skramblerów polaryzacji

Dr inż. Zbigniew LACH

Otrzymał dyplom magistra inżyniera elektronika w Politechnice Łódzkiej w 1981 r. W 1994 r. uzyskał stopień doktora nauk technicznych w Politechnice Lubelskiej, gdzie obecnie pracuje jako adiunkt. Prowadzi działalność naukowo-badawczą w dziedzinie telekomunikacyjnych i niefunkcyjnych zastosowań techniki światłowodowej. Zainteresowania naukowe koncentrują się na zagadnieniach analizy i modelowania sieci światłowodowych i ich elementów.



e-mail: lach@elektron.pol.lublin.pl

Streszczenie

Wykazano, że parametry rozkładu statystycznego położenia na sferze Poincaré wektora dyspersji polaryzacyjnej (PMD) na wyjściu wielostopniowego skramblera, takie jak: wartości oczekiwane i wariancje współrzędnych wektora, a także kowariancje, można skutecznie wyznaczyć stosując metodę iteracyjną. Warunkiem użycia metody jest, aby rozkłady statystyczne sygnałów sterujących stopniami skramblera były równomierne i od siebie niezależne. Stwierdzono, że rozkłady statystyczne poszczególnych współrzędnych wektora PMD na wyjściu skramblera różnią się od siebie, co najmniej wartościami wariancji, przy czym różnice zależą od położenia wejściowego wektora PMD i mogą być znaczne. Wariancje rozkładów mogą zostać asymptotycznie zuniформizowane i niezależnione od położenia wejściowego wektora PMD, jeżeli skrambler zbudować z wielu niezależnie sterowanych stopni.

Słowa kluczowe: światłowód, dyspersja polaryzacyjna, skrambler polaryzacji.

Expected values, variances and covariances of a dispersion polarisation vector components at an output of a multistage polarisation scrambler

Abstract

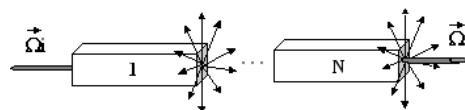
First moments of probability density function of coordinates of a polarisation dispersion vector at an output of a multistage polarisation scrambler, like: expected values and variances, as well as covariances, can be effectively calculated with a use of a presented iterative method, provided statistical distributions of control signals of all scrambler stages are uniform, and mutually independent. It was shown, that for any pair of coordinates of such a PMD vector, their statistical distributions differ; at least the corresponding variances do. The differences are input PMD vector dependent. The variances can be asymptotically uniformed, and made independent of an input PMD vector, if the scrambler is of a multistage design with independent control of each stage.

Keywords: optical fibre, polarisation mode dispersion, polarisation scrambler.

1. Wstęp

Dla celów symulacji bądź testowania może być potrzebne, aby możliwą do realizacji technicznej metodą wytwarzać warunki, w których znormalizowany wektor dyspersji polaryzacyjnej ośrodka propagacji światła w skończonym czasie przyjmował będzie położenie równomierne rozłożone na sferze Poincaré. W szczególności może to być przydatne dla testowania skuteczności opartych na skramblingu polaryzacji metod zmniejszania błędów transmisji wywołanych dyspersją polaryzacyjną w systemie światłowodowym [1].

W celu uzyskania efektu równomiernego rozłożenia wektora dyspersji polaryzacji (PMD) stosuje się połączenie elementu propagacyjnego ze skramblerem polaryzacji (rys. 1), który w wyniku sterowania losowo zmienia położenie wypadkowego, dla ośrodka i skramblera, wektora PMD. Elementarny skrambler polaryzacji jest zbudowany z pojedynczego rotatora polaryzacji dokonującego zmiennego w czasie obrotu osi polaryzacji w przestrzeni, bądź z przesuwnika fazowego zmieniającego w czasie stan polaryzacji (np. z polaryzacji liniowej na eliptyczną) wskutek zmiany przesunięcia fazowego pomiędzy ortogonalnymi składowymi falami. Dla takich skramblerów wyjściowy wektor PMD jest wynikiem rotacji wektora wejściowego dokonywanej wyłącznie w jednej płaszczyźnie przestrzeni Stokes'a. Dlatego, aby uzyskać postulowany efekt, skramblery buduje się z kilku odpowiednio połączonych skramblerów elementarnych [2], bądź bardziej złożonych (rys. 1).



Rys. 1. Kaskada skramblerów polaryzacji
Fig. 1. A chain of polarisation scramblers

W odniesieniu do takiego urządzenia ważna jest umiejętność określenia, jaka liczba stopni powinna być wystarczająca, aby spełniało ono postawione wymagania. Stosowanie wielu stopni powoduje wzrost złożoności i kosztu urządzenia, co odnosi się również do układu sterującego.

Poniżej zostanie uzasadnione, dlaczego niezbędne jest użycie wielu stopni, zaprezentowana będzie metoda wyznaczania parametrów charakteryzujących działanie skramblera, a także dany związek pomiędzy tymi parametrami a liczbą stopni skramblera.

2. Wektor PMD

Wektor PMD jest wektorem w przestrzeni Stokes'a, którego długość odpowiada różnicowemu opóźnieniu grupowemu τ (powszechnie oznaczanemu skrótem DGD) występującemu pomiędzy ortogonalnymi składowymi polaryzacji, a znormalizowane współrzędne s_1, s_2, s_3 określają oś, wokół której na sferze Poincaré wektor stanu polaryzacji (SOP) doznaje elementarnego obrotu wskutek nieskończenie małej zmiany pulsacji, oraz kierunek tego obrotu [3]:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \tau \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Właściwość ośrodka polegająca na rotacji stanu polaryzacji opisuje macierz rotacji (Mullera) [3]:

$$R = \cos \gamma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - \cos \gamma) \begin{bmatrix} s_1^2 & s_1 s_2 & s_1 s_3 \\ s_1 s_2 & s_2^2 & s_2 s_3 \\ s_1 s_3 & s_2 s_3 & s_3^2 \end{bmatrix} + \sin \gamma \begin{bmatrix} 0 & -s_3 & s_2 \\ s_3 & 0 & -s_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdzie: R – macierz rotacji (Mullera) charakteryzująca ośrodek, s_1, s_2, s_3 – współrzędne wyznaczające oś i kierunek rotacji (unormowane współrzędne wektora PMD), γ – kąt rotacji.

Współrzędne wektora PMD związane są z macierzą rotacji następującą zależnością [3]:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} = R_\omega R^T, \quad (3)$$

gdzie R_ω jest pochodną macierzy R względem pulsacji. Warto zauważyć, że zgodnie z (2) macierz R_ω można przedstawić w postaci:

$$R_\omega = \tau \left\{ -\sin \gamma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \sin \gamma \begin{bmatrix} s_1^2 & s_1 s_2 & s_1 s_3 \\ s_1 s_2 & s_3^2 & s_2 s_3 \\ s_1 s_3 & s_2 s_3 & s_3^2 \end{bmatrix} + \cos \gamma \begin{bmatrix} 0 & -s_3 & s_2 \\ s_3 & 0 & -s_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (4)$$

We wzorze (4) $\tau = d\gamma/d\omega$ jest wartością opóźnienia grupowego, które jest przyczyną przesunięcia fazowego γ .

Wynikowy wektor PMD kaskadowo połączonych N elementów optycznych, jednorodnie dwójłomnych, może być wyznaczony w oparciu o regułę składania [3]:

$$\Omega_c = \Omega_N + R_N(\Omega_{N-1} + R_{N-1}(\Omega_{N-2} + \dots + R_3(\Omega_2 + R_2\Omega_1) \dots)) = \sum_{n=1}^N \left(\prod_{m=n+1}^N R_m \right) \Omega_n \quad (5)$$

w której: R_n , Ω_n – odpowiednio macierz rotacji i wektor PMD n -tego elementu, przy czym R_{N+1} jest macierzą jednostkową. Macierz rotacji kaskadowo połączonych elementów, z których każdy jest opisany odpowiednią macierzą rotacji R_n , należy wyznaczyć ze wzoru [3]:

$$R = \prod_{n=1}^N R_n. \quad (6)$$

3. Skrambler polaryzacji

Analizowany tutaj dwusekcyjny skrambler polaryzacji składa się z dwóch połączonych kaskadowo, sterowanych, wykazujących dwójłomność, przesuwników fazowych (np. elektrooptycznych modulatorów fazy na bazie LiNbO₃, [4]), których osie dwójłomności obrócone są względem siebie o $\frac{1}{2}\pi$.

Macierze rotacji poszczególnych sekcji R_{s1} i R_{s2} dane są wzorem (2), przy czym dla sekcji pierwszej: $s_1 = \cos \theta$, $s_2 = \sin \theta$, $s_3 = 0$, $\gamma = \gamma_1$, natomiast dla drugiej wskutek zastosowania obrotu osi dwójłomności o $\frac{1}{4}\pi$: $s_1 = \sin \theta$, $s_2 = \cos \theta$, $s_3 = 0$, $\gamma = \gamma_2$. Kąt $\frac{1}{2}\theta$ określa kąt obrotu osi dwójłomności pierwszej sekcji w układzie współrzędnych XY ; jego wartości zawierają się w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$. Wybierając układ współrzędnych XY tak, aby jego osie pokrywały się z osiami pierwszej sekcji skramblera, w powyższych wzorach bez straty ogólności możemy przyjąć $\theta = 0$. Wartości kątów γ_1 i γ_2 zmieniają się w wyniku sterowania skramblera w zakresie od 0 do 2π .

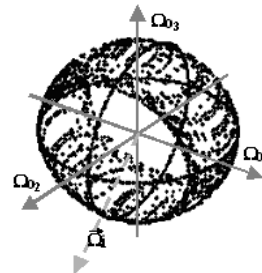
Wypadkową macierz rotacji skramblera R_s można wyznaczyć stosując wzór (6). Wartości współczynników macierzy R_s są funkcjami kątów γ_1 , γ_2 :

$$R_s = R_{s1} R_{s2} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_2 & 0 & \sin \gamma_2 \\ \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 & \cos \gamma_1 & -\sin \gamma_1 \cos \gamma_2 \\ -\cos \gamma_1 \sin \gamma_2 & \sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Zgodnie ze wzorem (2) skrambler liniowo przekształca wejściowy wektor PMD (Ω_i) w wektor wyjściowy (Ω_o) zgodnie z zależnością:

$$\Omega_o = \Omega_s + R_s \Omega_i = R_s \Omega_i. \quad (8)$$

Uproszczenie poczynione po prawej stronie powyższego wzoru jest uzasadnione, gdyż wartości DGD, jakie potrzebne są w każdej sekcji skramblera dla uzyskania w niej przesunięcia fazowego $\gamma \in \langle 0, 2\pi \rangle$, są pomijalnie małe (0,005ps) względem praktycznych wartości DGD na wejściu skramblera.



Rys. 2. Rozkład położenia wektora PMD na sferze Poincare uzyskany wskutek użycia dwusekcyjnego skramblera polaryzacji dla przykładowego położenia wejściowego wektora PMD (Ω_i)

Fig. 2. PMD vector distribution on a Poincare sphere due to a use of a two-stage polarisation scrambler under assumption of an arbitrary input PMD vector (Ω_i)

Gdy skrambler pracuje, współczynniki R_s zmieniają swoją wartość w czasie w rezultacie zmiany wartości kątów γ_1 i γ_2 . Skutkiem działania skramblera jest zmiana położenia wyjściowego wektora PMD na sferze Poincare względem wektora wejściowego, z zachowaniem jego długości (DGD). W dalszych rozważaniach przyjęto, że wartości kątów γ_1 i γ_2 są zmieniane w funkcji czasu w taki sposób, że ich rozkłady statystyczne są równomierne i od siebie niezależne. W praktyce warunek ten może być spełniony, np. poprzez sterowanie każdej sekcji z niezależnego generatora (pseudo)losowego. Na rys. 2 zilustrowano efekt działania dwusekcyjnego skramblera, dla przykładowego wektora wejściowego PMD, $\Omega_i = [\cos^2/3\pi, \sin^2/3\pi, 0]^T$.

4. Wartość oczekiwana i wariancje i kowariancje składowych wektora PMD na wyjściu kaskady skramblerów

Dla celów symulacji bądź testowania może być potrzebne, aby technicznie wytwarzać warunki, w których wektor dyspersji polaryzacyjnej ośrodka propagacji światła, w skończonym czasie, będzie przyjmował położenie równomiernie rozłożone na sferze Poincare. W tym celu najlepiej zastosować połączenie elementu propagacyjnego z wielostopniową kaskadą skramblerów polaryzacji. Poniżej zostanie uzasadnione, dlaczego niezbędne jest użycie wielu stopni, i ocenione, jaka liczba stopni powinna być wystarczająca.

Stwierdzenie, czy na wyjściu skramblera rozkład wektora polaryzacji na sferze Poincare jest równomierny, wymaga wyznaczenia rozkładu statystycznego współrzędnych wektora. Poniżej, z uwagi na ramy niniejszego artykułu, ograniczono się do wyznaczenia pierwszych momentów rozkładu: wartości oczekiwanych, wariancji, a także kowariancji.

Rozpatrywana kaskada skramblerów składa się z N stopni niezależnie sterowanych skramblerów dwusekcyjnych, opisanych w paragrafie 3, połączonych z zachowaniem identycznego położenia ich osi X i Y .

Wektor PMD na wyjściu kaskady może być wyznaczony z zależności:

$$\Omega_o = \left(\prod_{n=1}^N R_{s_n} \right) \Omega_i = R_c \Omega_i, \quad (9)$$

gdzie: Ω_i – wejściowy wektor PMD, R_{s_n} – macierz rotacji n -tego stopnia kaskady. Współczynniki macierzy wypadkowej R_c są funkcjami zmiennych w czasie kątów $\gamma_{m,n}$, $m \in \langle 1, 2 \rangle$, $n \in \langle 1, N \rangle$, w każdym z N stopni kaskady. Niezależność sterowania skramblerów implikuje niezależność statystyczną rozkładów $\gamma_{m,n}$.

Aby wyznaczyć wartość oczekiwaną współrzędnych Ω_0 należy dokonać uśrednienia wektora PMD po wszystkich realizacjach kątów $\gamma_{m,n}$. Z uwagi na niezależność sterowania poszczególnych stopni kaskady i sekcji w każdym stopniu zachodzi:

$$E\{\Omega_0\} = E\left\{\prod_{n=1}^N R_{s_n}\right\}\Omega_i = \left[\prod_{n=1}^N E\{R_{s_n}\}\right]\Omega_i. \quad (10)$$

Zważywszy (7) mamy:

$$E\{R_{s_n}\} = E\left\{\begin{bmatrix} \cos \gamma_2 & 0 & \sin \gamma_2 \\ \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 & \cos \gamma_1 & -\sin \gamma_1 \cos \gamma_2 \\ -\cos \gamma_1 \sin \gamma_2 & \sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \end{bmatrix}\right\}. \quad (11)$$

Wszystkie wyrazy w $E\{R_{s_n}\}$ są równe zero, wobec czego wartości oczekiwane współrzędnych wyjściowego wektora PMD są równe zero.

Wobec powyższego, wyznaczenie wariancji i kowariancji współrzędnych Ω_{01} , Ω_{02} , Ω_{03} na wyjściu kaskady N skramblerów polega na wykonaniu, dla wszystkich kombinacji k i l ($l \in \langle 1, 3 \rangle$, $k \in \langle 1, 3 \rangle$), obliczeń ze wzoru:

$$E\{\Omega_{0k}\Omega_{0l}\} = E\left\{\left[\left(\prod_{n=1}^N R_{s_n}\right)\Omega_i\right]_k \left[\left(\prod_{n=1}^N R_{s_n}\right)\Omega_i\right]_l\right\}, \quad (12)$$

w którym indeksy k i l oznaczają odpowiedni element wektora. Uśrednianie odbywa się jak powyżej. Do uproszczenia obliczeń można wykorzystać niezależność statystyczną rozkładów $\gamma_{m,n}$. W tym celu należy zauważyć, że dla dowolnego $p \in \langle 1, N \rangle$ zachodzi:

$$\left(\prod_{n=1}^p R_{s_n}\right)\Omega_i = R_{s_p} \left[\left(\prod_{n=1}^{p-1} R_{s_n}\right)\Omega_i\right] = R_{s_p}\Omega_{p-1}. \quad (13)$$

Powyżej Ω_{p-1} jest wektorem PMD na wejściu p -tego stopnia kaskady; Ω_{p-1} można wyznaczyć odpowiednio ze wzoru (9) kładąc $N=p-1$. W odniesieniu do wektora o najniższym indeksie zachodzi równość $\Omega_0 = \Omega_i$. Powyższe pozwala sformułować rekurencyjny wzór na obliczenie $E\{\Omega_{0k,p}\Omega_{0l,p}\}$, gdzie dodatkowy indeks p służy do oznaczenia ilości rozpatrywanych w procedurze rekurencyjnej stopni kaskady, $p \in \langle 1, N \rangle$, a k i l jak wyżej:

$$E\{\Omega_{0k,p}\Omega_{0l,p}\} = E\left\{R_{s_p}\Omega_{p-1}\left[R_{s_p}\Omega_{p-1}\right]_k\right\} = \sum_{v=1}^3 \sum_{\xi=1}^3 E\{r_{k,v,p}r_{l,\xi,p}\} E\{\Omega_{0k,p-1}\Omega_{0l,p-1}\} \quad (14)$$

W wyrażeniach $E\{r_{k,v,p}r_{l,\xi,p}\}$ indeks p może zostać pominięty ze względu na fakt, że wszystkie stopnie kaskady są identyczne. Dla wykonania obliczeń wzór (14) wygodniej jest zastąpić zapisem macierzowym. Niech As oznacza macierz kwadratową 6×6 , której wyrazy dane są wzorami:

$$As_{t,q} = E\{r_{t,q}r_{t,q}\} \quad t, q \in \langle 1, 3 \rangle \quad (15)$$

$$As_{t,q} = \sum_{v=1}^3 \sum_{\xi=v+1}^3 E\{r_{t,v}r_{q,\xi} + r_{t,\xi}r_{q,v}\} \quad t, q \notin \langle 1, 3 \rangle$$

Wówczas można zapisać:

$$\begin{bmatrix} E\{\Omega_{1,p}^2\} \\ E\{\Omega_{2,p}^2\} \\ E\{\Omega_{3,p}^2\} \\ E\{\Omega_{1,p}\Omega_{2,p}\} \\ E\{\Omega_{1,p}\Omega_{3,p}\} \\ E\{\Omega_{2,p}\Omega_{3,p}\} \end{bmatrix} = As \begin{bmatrix} E\{\Omega_{1,p-1}^2\} \\ E\{\Omega_{2,p-1}^2\} \\ E\{\Omega_{3,p-1}^2\} \\ E\{\Omega_{1,p-1}\Omega_{2,p-1}\} \\ E\{\Omega_{1,p-1}\Omega_{3,p-1}\} \\ E\{\Omega_{2,p-1}\Omega_{3,p-1}\} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E\{\Omega_{1,p-1}^2\} \\ E\{\Omega_{2,p-1}^2\} \\ E\{\Omega_{3,p-1}^2\} \\ E\{\Omega_{1,p-1}\Omega_{2,p-1}\} \\ E\{\Omega_{1,p-1}\Omega_{3,p-1}\} \\ E\{\Omega_{2,p-1}\Omega_{3,p-1}\} \end{bmatrix} \quad (16)$$

lub krócej:

$$W_p = AsW_{p-1}. \quad (17)$$

Wektory W_p i W_{p-1} zdefiniowane są poprzez (16). W_0 odpowiada Ω_0 i jego postać będzie przedstawiona poniżej (wzór 18). W zapisie (16) podano wartości współczynników As obliczone przy zastosowaniu (7) i (15).

Jeżeli Ω_{i1} , Ω_{i2} , Ω_{i3} są dane, to wektor W_N , zawierający wariancje i kowariancje współrzędnych wektora dyspersji polaryzacyjnej Ω_0 na wyjściu kaskady N identycznych dwusekcyjnych skramblerów, należy obliczyć z zależności:

$$W_N = (As)^N W_0 = (As)^N \begin{bmatrix} \Omega_{i1}^2 \\ \Omega_{i2}^2 \\ \Omega_{i3}^2 \\ \Omega_{i1}\Omega_{i2} \\ \Omega_{i1}\Omega_{i3} \\ \Omega_{i2}\Omega_{i3} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Z analizy (11), (16) i (18) wynika, że:

- wobec zerowej wartości oczekiwanej współrzędnych Ω_{01} , Ω_{02} , Ω_{03} , wyrazy W_1 , W_2 , W_3 , reprezentują wariancje współrzędnych, a wyrazy W_4 , W_5 , W_6 kowariancje,
- kowariancje współrzędnych wektora dyspersji polaryzacyjnej Ω_0 wynoszą zero,
- wartość wariancji dowolnie ustalonej współrzędnej wektora PMD na wyjściu p -tego stopnia kaskady skramblerów jest określona wyłącznie przez liniową kombinację wartości wariancji wszystkich współrzędnych wektora PMD na wejściu tego stopnia,
- współczynniki liniowej transformacji, o której wyżej mowa, są nieujemne, a ich suma równa się jedności.

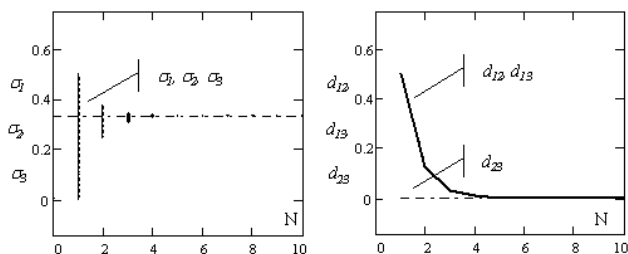
Dwa ostatnie spostrzeżenia pozwalają wnioskować, że w miarę zwiększania liczby stopni kaskady wartości wariancji Ω_{01} , Ω_{02} , Ω_{03} będą dążyć do wspólnej granicy (wyrazy macierzy $(As)^N$ będą dążyć do wspólnej wartości).

W celu określenia, jak w funkcji liczby stopni kaskady skramblerów uniformizują się wariancje współrzędnych wyjściowego wektora PMD wykonano obliczenia symulacyjne z wykorzystaniem zależności (18). Współrzędne wejściowego wektora PMD były wielkościami losowymi, które generowano w oparciu o wzory [5]:

$$\begin{aligned} \Omega_{i1} &= \cos \alpha \cos \psi \\ \Omega_{i2} &= \sin \alpha \cos \psi, \\ \Omega_{i3} &= \sin \psi \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie α i ψ były wartościami losowymi o rozkładzie równomiernym: $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, a $\frac{1}{2}\pi \leq \psi \leq \frac{3}{2}\pi$ [6]. Długość wektora (DGD) pozostawała stała i wynosiła 1. Zmieniało się jego położenie na sferze Poincare. Wyniki zilustrowano na wykresach (rys. 3), gdzie $\sigma_i^2 = E\{\Omega_{0i}^2\}$, $i \in \langle 1, 3 \rangle$, $d_{12} = \max[|E\{\Omega_{01}^2\} - E\{\Omega_{02}^2\}|]$, $d_{13} = \max[|E\{\Omega_{01}^2\} - E\{\Omega_{03}^2\}|]$, $d_{23} = \max[|E\{\Omega_{02}^2\} - E\{\Omega_{03}^2\}|]$.

Z rys. 3 (po lewej) wynika, że wartości wariancji współrzędnych wektora PMD na wyjściu skramblera zależą od tego, jak na sferze Poincare'a jest położony wejściowy wektor PMD. Wariancje współrzędnej Ω_{01} przyjmują wartości różne od wariancji współrzędnych Ω_{02} i Ω_{03} podczas, gdy te ostatnie są sobie równe. Różnice asymptotycznie maleją do zera (rys. 3 po prawej) wskutek czego, znormalizowane wartości wariancji dążą do $1/3$. Uniformizacja następuje szybko ze wzrostem liczby stopni. Dla skramblera jednostopniowego wariancje mogą się różnić o 50% wejściowej wartości DGD. Różnice zmniejszają się do 8% i do 0,5% wejściowej wartości DGD odpowiednio dla skramblera dwu- i czterostopniowego.



Rys. 3. Po lewej: σ_1 , σ_2 , σ_3 - wartości wariancji współrzędnych wyjściowego wektora PMD w funkcji liczby stopni skramblera N .

Po prawej: d_{12} , d_{13} , d_{23} - wartości bezwzględne różnic wariancji poszczególnych współrzędnych wyjściowego wektora PMD w funkcji liczby stopni skramblera N

Fig. 3. Left: σ_1 , σ_2 , σ_3 - variances of output PMD vector coordinates versus number of scrambler stages N . Right: d_{12} , d_{13} , d_{23} - absolute values of differences between variances of output PMD vector coordinates versus number of scrambler stages N

5. Wnioski

Parametry rozkładu statystycznego położenia na sferze Poincare wektora dyspersji polaryzacyjnej (PMD) występującego na wyjściu wielostopniowego skramblera, takie jak: wartości oczekiwane i wariancje, a także kowariancje, można skutecznie wyznaczyć stosując metodę iteracyjną. Warunkiem użycia metody jest, aby rozkłady statystyczne sygnałów sterujących stopniami skramblera były równomierne i od siebie niezależne.

Wykazano, że na wyjściu skramblera, zarówno jednostopniowego jak i wielostopniowego, wartości oczekiwane współrzędnych wektora PMD są równe i wynoszą zero, niezależnie od długości i położenia wejściowego wektora PMD. Również kowariancje współrzędnych wynoszą zero. Znajomość typu rozkładu statystycznego współrzędnych pozwoliłaby wnioskować o ewentualnej niezależności statystycznej współrzędnych.

W przypadku użycia pojedynczego stopnia skramblera rozkłady statystyczne poszczególnych współrzędnych wyjściowego wektora PMD mogą się różnić od siebie, co najmniej wartościami wariancji, przy czym różnice wartości wariancji zależą od położenia wejściowego wektora PMD i mogą być znaczne.

Rozkłady statystyczne współrzędnych wyjściowego wektora PMD, przynajmniej w zakresie wartości wariancji, mogą zostać asymptotycznie zuniformizowane i uniezależnione od położenia wejściowego wektora PMD, jeżeli skrambler zbudować z wielu niezależnie sterowanych stopni. Uniformizacja następuje szybko ze wzrostem liczby stopni. Statystyki wektora PMD na wyjściu czterostopniowego skramblera mogą być już uważane za niezależne od położenia wejściowego wektora PMD.

Wnioski odnoszą się wyłącznie do kaskady skramblerów, z których każdy zbudowany jest z dwóch dwójłomnych przesuwników fazowych obróconych osiami dwójłomności o $1/4\pi$, przy czym osie dwójłomności kolejnych stopni są zgodne.

Przedstawione wyniki stanowią konstruktywną wskazówkę dla budowy urządzeń symulujących lub testujących, w których istotną kwestią jest uzyskanie równomiernego rozkładu położenia wektora dyspersji polaryzacyjnej (na sferze Poincare) ośrodka propagacji światła.

6. Literatura

- [1] X. Lid, C. Xie, A. J. van Wijngaarden: Multichannel PMD mitigation through forward-errorcorrection with distributed fast PMD scrambling, Technical digests of OFC 2004, WE2, 2004.
- [2] L. Yan, Q. Tu, A. E. Willner: Uniformly distributed states of polarization on the Poincare Sphere using an improved polarization scrambling scheme, Optics Communications, No 249, 2005.
- [3] J. P. Gordon, H. Kogelnik: PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers, Proceedings of the National Academy of Sciences of United States of America, vol. 97 No. 9, 2000.
- [4] F. Heismann: Compact Electro-Optic Polarization Scramblers for Optically Amplified Lightwave Systems, Journal of Lightwave Technology, vol. 14, No. 8, 1996.
- [5] J. Yang, W. L. Kath, C.R. Menyuk: Polarization mode dispersion probability distribution for arbitrary distances, Optics Letters, vol. 26, No 19, 2001.
- [6] M. Yoshida Dierolf, V. Dierolf: Analytical Description of Birefringence Statistics in Randomly Concatenated Single-mode Fiber Systems, Journal of Optical Communications, vol 28, No 2, 2007.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

**Zapraszamy do publikacji artykułów naukowych
w czasopiśmie PAK**

WYDAWNICTWO POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA
ul. Świętokrzyska 14A, pok. 530, 00-050 Warszawa,
tel./fax: 022 827 25 40

Redakcja czasopisma POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA
44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, pok. 30b,
tel./fax: 032 237 19 45, e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl