

Tomasz RYMARCZYK², Jan SIKORA¹, Marek TYMBURSKI¹,
Stefan F. FILIPOWICZ^{2,3}

¹ POLITECHNIKA LUBELSKA, KATEDRA ELEKTRONIKI

² INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI

³ POLITECHNIKA WARSZAWSKA, INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI TEORETYCZNEJ
I SYSTEMÓW INFORMACYJNO-POMIAROWYCH

Segmentacja obrazów rentgenowskich w stomatologii metodą zbiorów poziomicowych

Mgr inż. Tomasz RYMARCZYK

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Lubelskiej, słuchacz studiów doktoranckich w Instytucie Elektrotechniki w Warszawie. Dziedziny zainteresowań: tomografia komputerowa, segmentacja obrazów, business intelligence, data mining, rachunkowość zarządcza, bazy danych, systemy ERP.



e-mail: tomasz@rymarczyk.com

Prof. dr hab. inż. Jan SIKORA

Absolwent wydziału elektrycznego Politechniki Warszawskiej. Obecnie pracuje na wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Lubelskiej. Główne dziedziny zainteresowań to metody numeryczne i ich zastosowanie w teorii pola elektromagnetycznego a w szczególności tomografie nierentgenowskie i algorytmy tworzenia obrazu. W latach 2001 do 2004 senior research fellow University College London (UCL) w grupie tomografii optycznej Prof. S. Arridge'a.



e-mail: sik59@wp.pl

Dr inż. Krzysztof TYMBURSKI

Starszy wykładowca, Politechnika Lubelska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Katedra Elektroniki, dziedziny zainteresowań: sztuczna inteligencja, programowanie w logice.



e-mail: marekty@interia.pl

Dr hab. inż. Stefan F. FILIPOWICZ

Profesor nadzwyczajny Politechniki Warszawskiej. Stopień doktora i doktora honoris causa uzyskał na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej. Dyscyplina i specjalności naukowe: elektrotechnika, elektronika, przetwarzanie sygnałów, wielopunktowe systemy pomiarowe, tomografia impedancyjna i ultradźwiękowa, elektroencefalografia. Jest autorem lub współautorem ponad 180 prac naukowych i 16 patentów. Pracuje również w Instytucie Elektrotechniki zajmując się badaniami nieniszczącymi.



e-mail: 2xf@nov.iem.pw.edu.pl

Streszczenie

Zastosowanie metody zbiorów poziomicowych do segmentacji obrazów stomatologicznych poprzez wydzielenie poszczególnych obiektów oraz ich fragmentów jest głównym celem niniejszej publikacji. Ważne przy tym jest to, aby segmentacja reprezentowała zamierzony poziom szczegółowości. W algorytmie iteracyjnym wykorzystano metodę zbiorów poziomicowych zaproponowaną przez Sethiana i Oshera [1] oraz wprowadzono jej modyfikację wariacyjną [7].

Słowa kluczowe: Metoda Zbiorów Poziomicowych, Segmentacja obrazów.

Roentgen image segmentation in stomatology by using level set methods

Abstract

The paper presents the application of the level set function to the tooth image segmentation. The idea of level sets, proposed by Osher and Sethian [1], is known to be a powerful and versatile tool for model evolution of interfaces. The variational formulation for geometric active contours forces the level set function to be close to a signed distance function, and therefore completely eliminates the need of the costly reinitialization procedure [7]. This formulation of the level set method consists of an internal energy term that penalizes the deviation of the level set function and an external energy term that drives the motion of the zero level set toward the desired image features. The proposed algorithm has been applied to real images with promising results.

Keywords: Level set method, image segmentation.

1. Wstęp

Rentgenodiagnostyka od ponad stu lat stanowi ważne narzędzie pracy stomatologa. Wcześniej informacja zapisywana była analogowo na błonie filmowej, dzisiaj standardem staje się radiowizjografia, gdzie dzięki kamerze ccd obraz cyfrowy trafia bezpośrednio na ekran monitora. Zaletą tej metody jest z jednej strony

zmniejszenie dawki promieniowania dzięki wysokiej czułości czujnika, a z drugiej strony cyfrowy zapis umożliwia łatwiejsze przechowywanie zdjęć oraz ich przesyłanie (na przykład w celu konsultacji ze specjalistą, w przypadku wątpliwości co do diagnozy).

W ślad za rozwojem technologii postępuje rozwój oprogramowania do analizy cyfrowych zdjęć rentgenowskich w stomatologii. Standardowe programy dostarczane wraz ze sprzętem do radiowizjografii stomatologicznej oferują podstawowe operacje na obrazie, typu zmiana kontrastu, czy zmiana jasności. W dalszym jednak ciągu to na lekarzu oglądającym zdjęcie spoczywa odpowiedzialność za jego analizę.

Promienie rentgenowskie w drodze pomiędzy źródłem a detektorem są w różnym stopniu pochłaniane przez środowisko, przez które przechodzą. Zależy to od gęstości tkanek i ciężaru atomowego pierwiastków wchodzących w ich skład. Zgodnie z narastającą zdolnością pochłaniania promieni rtg materiały można uszeregować następująco; powietrze, tkanka tłuszczowa, tkanka łączna włóknista – krew i inne płyny ustrojowe, szpik, kość gąbczasta, kość zbita, kostniowo, zębina, szkliwo. Zdjęcie rtg ze swej istoty jest odwzorowaniem przestrzeni trójwymiarowej w obraz dwuwymiarowy. Stopień pochłonięcia promieni rtg na ich drodze między źródłem a detektorem zależy nie tylko od rodzaju materii, przez które przechodzą, ale również od długości drogi w tej materii. Ta z kolei zależy od kształtu obiektu, jak również od wzajemnego położenia źródła promieniowania, obiektu i detektora. Ten skomplikowany łańcuch czynników powoduje, że odczyt zdjęć rtg jest w dalszym ciągu raczej sztuką niż rzemiosłem i narzędzia wspomagające stomatologa w tym zakresie mogłyby znacznie ułatwić mu zadanie. Do tych narzędzi należy bez wątpienia segmentacja.

Zastosowanie metody zbiorów poziomicowych do segmentacji obrazów stomatologicznych poprzez wydzielenie poszczególnych obiektów oraz ich fragmentów jest głównym celem niniejszej publikacji. Ważne przy tym jest to, aby segmentacja reprezentowała zamierzony poziom szczegółowości. Oddzielenia fragmentów obrazu o wspólnych cechach, pozwoliłoby określić precyzyj-

niej granice pomiędzy poszczególnymi tkankami i wykryć anomalie w obrębie samych tkanek. Proces komputerowej analizy obrazów rozpoczyna się na poziomie pikseli. Obraz reprezentowany jest w postaci dwuwymiarowej tablicy kolorów punktów. Pojedynczy element tablicy odpowiada pojedynczemu pikselowi. Tablica dostarcza tylko informację o położeniu i kolorze poszczególnych punktów obrazu, natomiast nie zawiera informacji określającej, które piksele tworzą poszczególne obiekty. W celu dokonania analizy obrazu, trzeba przejść z poziomu pikseli na poziom obiektów [2].

W algorytmie iteracyjnym wykorzystano metodę zbiorów poziomicowych zaproponowaną przez Sethiana i Oshera [1] oraz wprowadzono jej modyfikację wariacyjną [7].

2. Metoda zbiorów poziomicowych

Metoda zbiorów poziomicowych jest to technika numeryczna, za pomocą której można śledzić figury poszukiwanego obiektu oraz optymalizować ich kształt. Została ona przedstawiona w 1987 roku przez S. Oshera i J.A. Sethiana [1, 3, 4, 5]. Podstawową zaletą metody jest możliwość wykonywania obliczeń numerycznych związanych z krzywymi lub płaszczyznami w układzie kartezyjskim bez konieczności ich parametryzowania. W rozważaniach metody zbiorów poziomicowych (MZP) uwzględniamy pewien obszar Ω posiadający ruchomy brzeg Γ . Brzeg ten porusza się z wyznaczoną w kolejnych krokach prędkością \vec{v} , która może zależeć od pozycji, czasu, kształtu brzegu oraz warunków zewnętrznych. Idea zbiorów poziomicowych polega na zdefiniowaniu funkcji $\phi(\vec{x}, t)$, która reprezentuje poruszający się brzeg (rysunek 1).

Zbiór poziomicowy funkcji ϕ posiada pewne charakterystyczne własności:

$$\begin{aligned} \phi(\vec{x}, t) &> 0 \text{ for } \vec{x} \in \Omega_1 \\ \phi(\vec{x}, t) &< 0 \text{ for } \vec{x} \in \Omega_2 \\ \phi(\vec{x}, t) &= 0 \text{ dla } \vec{x} \in \partial\Omega = \Gamma(t) \end{aligned} \quad (1)$$

Na początku procesu iteracyjnego granica brzegu jest reprezentowana przez zerowy zbiór poziomicowy (ang. zero level set) $\Gamma(t) = \{\vec{x} : \phi(\vec{x}, t) = 0\}$. Przesuwanie brzegu jest równoważne uaktualnianiu wartości funkcji, poprzez rozwiązanie równania Hamiltona-Jacobiego. Różniczkując $\phi(\vec{x}(t), t) = 0$ względem t otrzymujemy:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (2)$$

gdzie \vec{v} jest prędkością brzegu.

W rzeczywistości potrzebna jest tylko składowa normalna prędkości, którą definiujemy następująco:

$$v_N = \vec{v} \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

i podstawiając do równania (2) otrzymujemy:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + v_N \cdot |\nabla \phi| = 0 \quad (3)$$

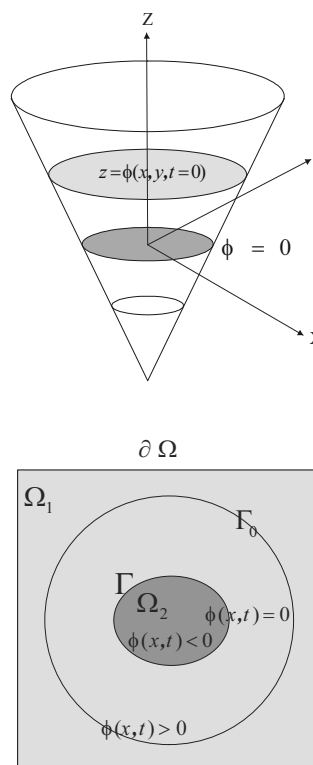
Funkcja zbioru poziomicowego może być reprezentowana przez określone wielkości geometryczne:

- składową normalną \vec{N} do brzegu $\Gamma(t)$

$$\vec{N} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (4)$$

- krzywiznę κ brzegu $\Gamma(t)$

$$\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (5)$$



Rys. 1. Interpretacja funkcji zbioru poziomicowego
Fig. 1. Representation of the level set function

Uaktualniamy wartość funkcji $\phi(x, t)$ rozwiązując poniższe równanie Hamiltona-Jacobiego:

$$\frac{\phi^{k+1} - \phi^k}{\Delta t} + v_k |\nabla \phi^k| = 0 \quad (6)$$

Po przekształceniu powyższego równania otrzymujemy:

$$\phi^{k+1} = \phi^k - \Delta t v_k |\nabla \phi^k| \quad (7)$$

Wartość gradientu funkcji zbioru poziomicowego $|\nabla \phi^k|$ w kolejnych krokach iteracyjnych można wyznaczyć interpolacją wielomianową według schematu ENO (ang. *essentially nonoscillatory polynomial interpolation*) [3, 6].

Na początku trzeba obliczyć prędkość od brzegu całej domeny poprzez rozwiązanie równania (3). Proces ten nazywany jest rozszerzeniem prędkości. Można to przeprowadzić poprzez rozwiązanie dodatkowego równania różniczkowego cząstkowego. Jednym ze sposobów rozszerzenia prędkości do brzegu jest założenie, że v_n będzie stała wzdłuż normalnej \vec{N} do krzywej $\Gamma(t)$. Warunek ten gwarantuje zachowanie przez ϕ istnienia oznaczonej funkcji odległości.

Poniższe równanie

$$\vec{N} \cdot \nabla v_n = 0 \quad (8)$$

sugeruje następujące równanie różniczkowe cząstkowe

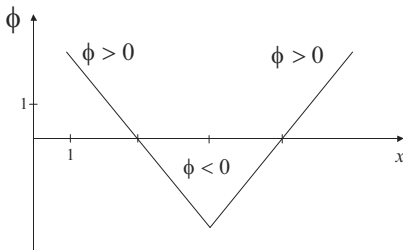
$$\frac{\partial}{\partial t} v_n + S(\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \cdot \nabla v_n = 0 \quad (9)$$

gdzie $sign(\phi)$ przyjmuje następujące wartości

$$S(\phi) = \begin{cases} -1 & \text{dla } \phi < 0 \\ 0 & \text{dla } \phi = 0 \\ 1 & \text{dla } \phi > 0 \end{cases} \quad (10)$$

Proces zbiega się szybko tylko blisko obszaru Γ , ponieważ informacja jest przenoszona z dala od brzegu. Dla tego schematu warunek CFL musi być zachowany. W przypadku, gdy dokładność obliczeń jest niewystarczająca stosuje się procedurę reinicjalizacji. Ma to miejsce wtedy, gdy funkcja zbioru poziomowego staje się zbyt płaska lub stroma przy brzegu Γ . W takim przypadku taka funkcja korygowana jest poprzez oznaczoną funkcję odległości:

$$|\nabla \phi| = 1 \quad (11)$$



Rys. 2. Przedział funkcji zbioru poziomowego. Brzeg opisany jest przez ϕ . Bezwzględna wartość gradientu równa się 1, co zapewnia numeryczną dokładność obliczeń

Fig. 2. Slice of the level set function. The interface is described by $\phi=0$. The absolute value of the gradient equals 1 to ensure a numerical accurate calculation

Procedura reinicjalizacji oparta jest na równaniu różniczkowym cząstkowym (12). Polega na zastąpieniu ϕ przez inną funkcję, która ma taki sam zerowy zbiór poziomowy, ale lepiej uwarunkowany.

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi + S(\phi)(\nabla \phi - 1) = 0 \quad (12)$$

Powyższa funkcja rozwiązywana jest dotąd, aż stan ustalony zostanie osiągnięty. Równanie 12 rozwiązuje się poprzez rozwiązanie poniższego równania:

$$\phi^{k+1} = \phi^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} S^+ (\sqrt{\max[(a^+)^2, (b^-)^2] + \min[(c^+)^2, (d^-)^2]} - 1) - \frac{\Delta t}{\Delta x} S^- (\sqrt{\max[(a^-)^2, (b^+)^2] + \min[(c^-)^2, (d^+)^2]} - 1) \quad (13)$$

indeksy i, j w powyższym wzorze są pomijane, $(\cdot)^+ = \max(\cdot, 0)$, $(\cdot)^- = \min(\cdot, 0)$, a, b, c, d są zdefiniowane następująco:

$$a = D_x^- \phi_{ij}^k, \quad b = D_x^+ \phi_{ij}^k, \quad c = D_y^- \phi_{ij}^k, \quad d = D_y^+ \phi_{ij}^k$$

3. Wariacyjna metoda zbiorów poziomowych

Wariacyjne sformułowanie metody zbiorów poziomowych eliminuje konieczność wykonywania kosztownej czasowo reinicjalizacji. Wyrażane jest to poprzez wydzielenie składnika energii

wewnętrznej wskazującego odchylenie funkcji zbioru poziomowego oraz składnika energii zewnętrznej prowadzącego ruch zerowego zbioru poziomowego w kierunku pożądanym przez właściwości obrazu [7].

Podczas procesu ewolucji funkcja zbioru poziomowego jest aproksymowana oznaczoną funkcją odległości opisaną w poprzednim rozdziale. W związku z tym można przedstawić następujące równanie:

$$P(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx dy \quad (14)$$

Powyższa definicja funkcjonu jest ujmowana w następującym sformułowaniu wariacyjnym:

$$E(\phi) = \mu P(\phi) + E_m(\phi) \quad (15)$$

gdzie: μ - jest parametrem kontrolującym zjawisko odchylenia ϕ od oznaczonej funkcji odległości, $P(\phi)$ - jest pewną energią wewnętrzną funkcji ϕ , $E_m(\phi)$ - jest pewną energią zewnętrzną prowadzącą ruch zerowego zbioru poziomowego ϕ .

Oznaczając $\frac{\partial E}{\partial \phi}$ jako pierwszą wariację minimalizującą funkcjonal E otrzymujemy następujące równanie:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = - \frac{\partial E}{\partial \phi} \quad (16)$$

W segmentacji obrazu aktywne poziomicie są dynamicznymi krzywymi, które poruszają się w kierunku brzegów obiektu. Oznaczając I jako obraz, indyktor funkcji g został zdefiniowany następująco [8]:

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla G_{\sigma} * I|^2} \quad (17)$$

gdzie G_{σ} jest jądrem Gaussiana ze standardowym odchyleniem σ .

Energia zewnętrzna dla funkcji ϕ zdefiniowana jest następująco:

$$E_{g, \lambda, \omega}(\phi) = \lambda L_g(\phi) + \omega A_g(\phi) \quad (18)$$

gdzie λ i ω są stałymi, natomiast $L_g(\phi)$ i $A_g(\phi)$ mają postać:

$$L_g(\phi) = \int_{\Omega} g \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy \quad (19)$$

$$A_g(\phi) = \int_{\Omega} g H(-\phi) dx dy \quad (20)$$

gdzie g jest jednowymiarową funkcją Diraca, a H jest funkcją Heaviside'a.

Funkcjonał E wyrażony jest następującym równaniem [7]:

$$\frac{\partial E}{\partial \phi} = -\mu \left[\Delta \phi - \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] - \lambda \delta(\phi) \text{div} \left(g \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \omega g \delta(\phi) \quad (21)$$

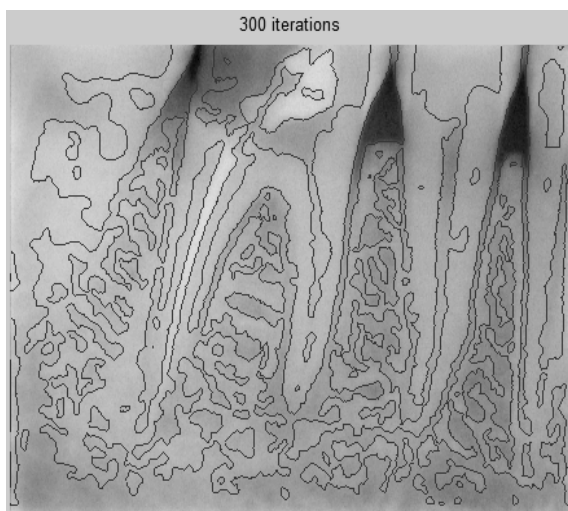
gdzie Δ jest operatorem Laplace'a.

Uwzględniając równanie (16), minimalizacja funkcjonu E przyjmie postać ewolucji równania funkcji zbioru poziomowego w proponowanej metodzie:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \left[\Delta \phi - \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] + \lambda \delta(\phi) \text{div} \left(g \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \omega g \delta(\phi) \quad (22)$$

4. Wyniki segmentacji

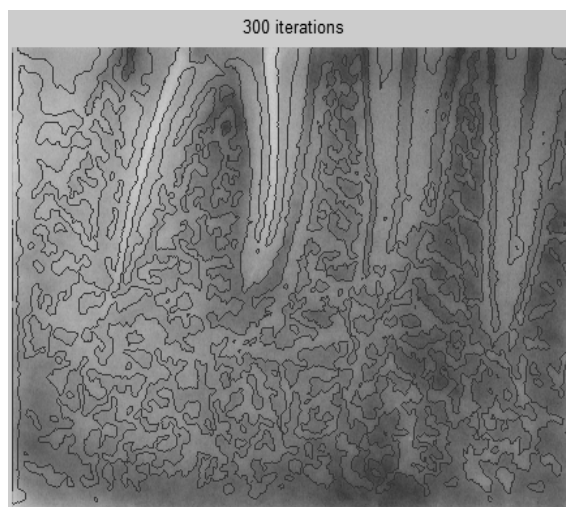
Za wykorzystaniem algorytmu wariacyjnej metody zbiorów poziomowych została wykonana segmentacja rzeczywistych obrazów stomatologicznych. Rysunki 3 i 4 pokazują zdjęcia zębów wykonane w rozdzielczości 1368x924 pikseli oraz wyniki ich segmentacji. Funkcja zbioru poziomowego została tutaj zainicjowana w odległości 6 pikseli od brzegu obszaru. Proces ewolucji algorytmu rekonstrukcji wykonany został po 300 iteracjach.



Rys. 3. Segmentacja obrazu stomatologicznego 1
Fig. 3. The image segmentation 1

5. Podsumowanie

W pracy został przedstawiony algorytm do segmentacji obrazów stomatologicznych z wykorzystaniem wariacyjnej metody zbiorów poziomowych. Przedstawiony algorytm jest znacznie szybszy od tradycyjnej metody zbiorów poziomowych. Nie wymaga kosztownej czasowo reinicjalizacji. W segmentacji obrazu zostały wykorzystane rzeczywiste obrazy stomatologiczne, co pozwoliło zweryfikować praktyczne zastosowanie przedstawionego zagadnienia. Algorytm numeryczny daje obiecujące rezultaty. Obiekty są wydzielane i odseparowywane z dużą dokładnością. Oddzielenie fragmentów obrazu o wspólnych cechach, pozwala określić precyzyjniej granice pomiędzy poszczególnymi tkankami i wykryć anomalie w obrębie samych tkanek. Kolejne prace będą zmierzały w kierunku odseparowania w postaci obiektów tylko najbardziej interesujących fragmentów zdjęć stomatologicznych.



Rys. 4. Segmentacja obrazu stomatologicznego 2
Fig. 4. The image segmentation 2

6. Literatura

- [1] Osher S., Sethian J.A.: Fronts Propagating with Curvature Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations. *Journal of Computational Physics* 79, 12-49, 1988.
- [2] Cytowski J., Gielecki J., Gola A.: *Cyfrowe przetwarzanie obrazów medycznych. Algorytmy. Technologie. Zastosowania*. Exit, Warszawa 2008.
- [3] Osher S., Fedkiw R.: *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. Springer, New York 2003.
- [4] Osher, S., Fedkiw, R.: Level Set Methods: An Overview and Some Recent Results. *Journal of Computational Physics* 169, 463-502, 2001.
- [5] Sethian J.A.: *Level Set Methods and Fast Marching Methods*. Cambridge University Press 1999.
- [6] Filipowicz S.F., Rymarczyk T., Sikora: J. Level Set Method for inverse problem solution in electrical impedance tomography. XII ICEBI & V EIT Conference. Gdańsk 2004.
- [7] C. Li, C. Xu, C. Gui, and M. D. Fox. Level set evolution without re-initialization: A new variational formulation. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, volume 1, pages 430-436, 2005.
- [8] T. Chan and L. Vese, "Active contours without edges", *IEEE Trans. Imag. Proc.*, vol. 10, pp. 266-277, 2001.