

**Mirosław MRZYGLÓD<sup>1</sup>, Marek MICHALIK<sup>2</sup>**<sup>1</sup> POLITECHNIKA KRAKOWSKA, INSTYTUT POJAZDÓW SZYNOWYCH<sup>2</sup> ZASŁAW ZAKŁAD PRZYCZEP I NACZEP SP. Z O.O.**Optymalizacja topologiczna z ograniczeniem naprężeniowym konstrukcji pojazdu****Dr inż. Mirosław MRZYGLÓD**

Jest autorem 26 publikacji w czasopismach, materiałach konferencyjnych oraz raportów badawczych. Głównym obszarem jego działalności naukowej jest mechanika numeryczna, optymalizacja konstrukcji oraz wysokocyklowe zmęczenie materiału. Mirosław Mrzygłód od 2002 jest zatrudniony w Instytucie Pojazdów Szynowych Politechniki Krakowskiej, obecnie na stanowisku adiunkta. Poprzednio przez 8 lat pracował w przemyśle. Od 2006 roku jest recenzentem czasopisma International Journal of Fatigue.



e-mail: mrzyglod@mech.pk.edu.pl

**Mgr inż. Marek MICHALIK**

Rozpoczął pracę w firmie ZASŁAW jeszcze w trakcie studiów w lutym 2007. Obecnie pracuje w dziale konstrukcyjnym. Głównym polem jego działalności zawodowej jest doskonalenie i rozwój konstrukcji naczepek. Marek Michalik w 2008 roku obronił z wynikiem bardzo dobrym pracę dyplomową magisterską na temat: „Optymalizacja topologiczna ramy nośnej pojazdu”.



e-mail: m.michalik@zaslaw.pl

**Streszczenie**

W artykule przedstawiono propozycję prostego w aplikacji algorytmu optymalizacji topologicznej z ograniczeniem naprężeniowym. Procedura optymalizacyjna została zaimplementowana do programu MES w postaci skryptu. Metodę optymalizacji topologicznej zilustrowano przykładem optymalizacji konstrukcji pojazdu samochodowego z uwzględnieniem złożonego zestawu obciążeń. Badania optymalizacyjne wykazały dużą efektywność działania proponowanej metodyki zarówno z punktu widzenia obniżenia masy konstrukcji, jak i poprawy jej własności wytrzymałościowych. Zaproponowany algorytm optymalizacyjny dzięki swej prostocie i efektywności powinien znaleźć szerokie zastosowanie w przemyśle.

**Słowa kluczowe:** optymalizacja topologiczna, optymalizacja konstrukcji, metoda elementów skończonych.

**Topology optimization with stress constraint of vehicle structure****Abstract**

In the article a simple in application algorithm of topology optimization with stress constraint was presented (see Fig. 1). An optimization procedure in form of a FEM program script was built. The methodology of topology optimization was illustrated by an example of optimization of road vehicle structure subjected to complex load conditions. The optimization investigations shows high efficiency of proposed methodology both, from point of view of mass decreasing, and improvement of durability of the structure (see Fig. 2, 4). Proposed optimization algorithm, thanks to its simplicity and efficiency, should find wide application in industry.

**Keywords:** topology optimization, structural optimization, finite element method.

**1. Wstęp**

Optymalizacja topologiczna jest dynamicznie rozwijającą się dyscypliną. Pierwszą implementacją numeryczną pomysłu dystrybucji materiału w obrębie przestrzeni konstrukcji przedstawił Bense i Kikuchi w 1988 [1]. Jednak pomysł zmian topologii konstrukcji przez poszukiwanie optymalnego wskaźnika funkcji rozmieszczenia materiału został przedstawiony w pracy Cea, Gitan i Michel już w 1973 [2]. Większość zastosowań optymalizacji topologicznej dotyczy obecnie konstrukcji lotniczych oraz pojazdów lądowych [3, 4, 5]. Dla potrzeb optymalizacji topologicznej powstały już gotowe procedury w programach do analizy metodą elementów skończonych [6]. Niewątpliwą zaletą takich procedur jest nieskomplikowany sposób użytkowania [7]. Do wad należy jednak zaliczyć to, że korzystają one głównie z algorytmu optymalizacji topologicznej z ograniczeniem w postaci podatności (ang. compliance), które to ograniczenia w zastosowaniu do optymalizacji konstrukcji mechanicznych nie zawsze są adekwatne.

Jest to zwłaszcza widoczne w przypadkach złożonych, wieloosiowych obciążeniach. Dla konstrukcji podlegających tego typu obciążeniom bardziej zasadne wydaje się zastosowanie ograniczeń naprężeniowych [3, 8].

Celem niniejszej pracy jest opracowanie prostego w zastosowaniu algorytmu optymalizacji topologicznej z ograniczeniem naprężeniowym, który uwzględni wielostopniowy stan obciążenia konstrukcji. Jako przykład ilustrujący działanie procedury optymalizacji topologicznej przyjęto konstrukcje naczepek ciągnika samochodowego.

**2. Opis algorytmu optymalizacji topologicznej**

Optymalizacja topologiczna wykorzystuje najczęściej dyskretyzację przestrzeni konstrukcji (ang. design domain) przy użyciu metody elementów skończonych (MES). Algorytm optymalizacyjny każdemu elementowi skończonemu konstrukcji przypisuje parametr gęstości  $\eta_i$  zwany pseudogęstością. Parametr gęstości może w trakcie optymalizacji zmieniać się w przedziale  $\langle 1, 0 \rangle$ . Jest on traktowany w zadaniu optymalizacji topologicznej jako zmienna decyzyjna. Przypisanie wartości 0 dla konkretnego elementu skończonego jest równoznaczne z usunięciem go z konstrukcji, czyli redukcją masy konstrukcji. Kryterium usunięcia elementów skończonych, może być związane na przykład z eliminacją najmniej odkształcających się elementów lub najmniej wyężonych. Najczęściej funkcją celu dla problemu optymalizacji topologicznej jest minimalizacja masy przy ograniczeniach związanych z przyjętym parametrem stanu (naprężenie lub odkształcenie). Ponadto, możliwe jest poszukiwanie maksymalnej sztywności konstrukcji oraz maksymalnej częstotliwości drgań własnych.

Problem zadania optymalizacji topologicznej dla minimalizacji może być zapisany w następujący sposób:

$$\min_V f(\eta), \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$\underline{g}_j < g_j(\eta) \leq \overline{g}_j, \quad j = [1, 2, \dots, M], \quad (2)$$

gdzie:

$\eta = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]$  – jest wektorem zmiennych decyzyjnych (pseudogęstości elementów skończonych),  
 $g_j$  – jest  $j$ -tym ograniczeniem (parametrem stanu),  
 $\underline{g}_j, \overline{g}_j$  – dolne i górne granice wartości ograniczeń,  
 $V$  – masa konstrukcji;  
 $M$  – liczba warunków ograniczających.

Dla opracowania procedury optymalizacyjnej przyjęto następujące założenia:

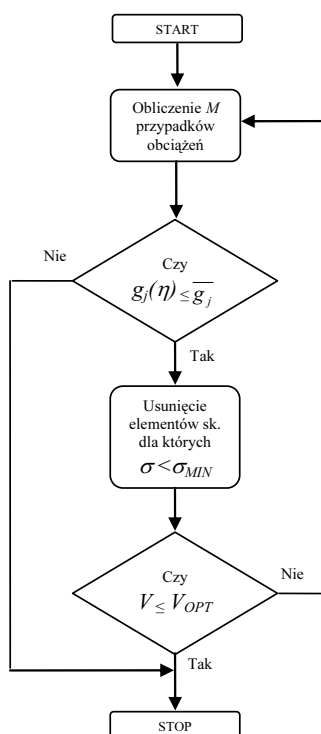
- procedura będzie uwzględniać parametr stanu w postaci naprężeniowej,
- zmienne decyzyjne zadania optymalizacyjnego (1) będą zamienione z pseudogęstości na parametr związany bezpośrednio ze sztywnością elementu skończonego (parametr ten zmieni się będzie tylko skokowo w zakresie  $\langle 1,0 \rangle$ ).

Do zapisania procedury został wybrany język skryptowy APDL będący wewnętrznym językiem programu ANSYS® [6].

Opracowany skrypt realizuje następujące funkcje:

- 1) Dla bieżącego modelu MES zapisuje wartości naprężenia zredukowanego wg. hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego dla  $M$  przypadków obciążeń do wektorów danych (Element Table [6]) dla wszystkich elementów skończonych rozpatrywanej przestrzeni konstrukcyjnej. Następnie sprawdza, czy naprężenia nie przekraczają wartości dopuszczalnej  $\bar{g}_j$ .
- 2) Przeprowadza analizę porównawczą kolejnych wektorów naprężeń dla  $M$  przypadków obciążeń oraz przepisuje ich wartości maksymalne do wektora wynikowego.
- 3) Dla przyjętej minimalnej wartości granicznej naprężeń  $\sigma_{MIN}$  dla wektora wynikowego dokonuje się selekcji grupy elementów skończonych, których naprężenie w trakcie cyklu obciążenia nie przekroczyło zadanej wartości minimalnej. Na wybranej grupie elementów zostaje przeprowadzona operacja zamiany parametru sztywności z wartości początkowej na wartość bliską zeru.
- 4) Dla konstrukcji o nowej topologii (wyłączone elementy skutkują zmianą kształtu konstrukcji) następują kolejne pętle iteracyjne w których punkty 1 do 3 są powtarzane. Wartość graniczna naprężeń  $\sigma_{MIN}$  dla każdej kolejnej pętli jest stopniowo powiększana.
- 5) Procedura optymalizacyjna kończy pracę gdy konstrukcja osiągnie założoną masę lub wartość parametru stanu  $\bar{g}_j$  zostanie przekroczona.

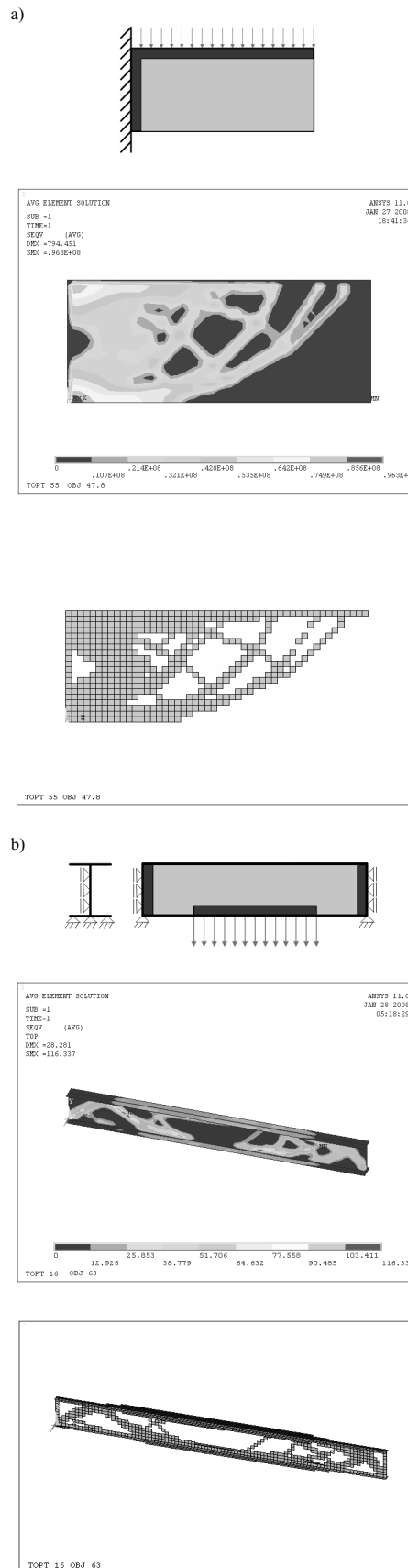
Na rysunku 1 przedstawiono schemat blokowy działania procedury optymalizacyjnej.



Rys. 1. Algorytm procedury optymalizacji topologicznej z ograniczeniem naprężeniowym

Fig. 1. Proposed topology optimization algorithm with stress constraint

Na rysunku 2 przedstawiono dwa przykłady zastosowania procedury optymalizacji topologicznej.



Rys. 2. Przykłady 2D (a) i 3D (b) optymalizacji topologicznej, jasnym kolorem oznaczono przestrzeń konstrukcyjną optymalizacji

Fig. 2. 2D (a) and 3D (b) examples of topology optimization, with light color a design domain of optimization is marked

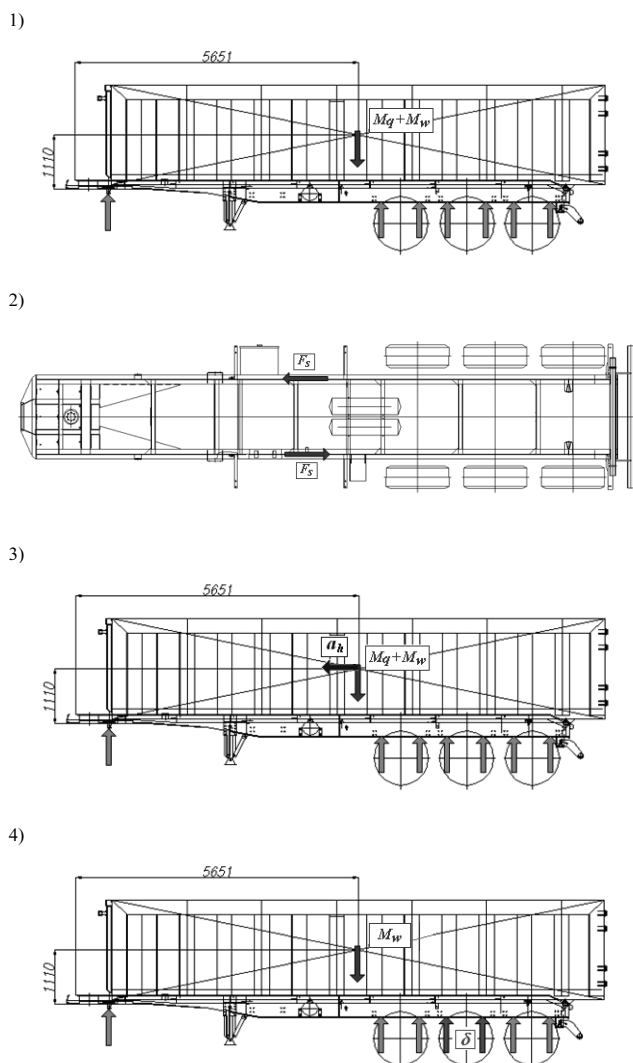
Pierwszy to konstrukcja belki wspornikowej zrealizowana jako model MES 2D. Drugim przykładem jest dwuteowy dźwigar zrealizowany jako model MES 3D. Dla tych przypadków przyjęto tylko jeden zestaw obciążeń ( $M=1$ ).

### 3. Przykład optymalizacji topologicznej konstrukcji pojazdu

Jako przykład optymalizacyjny ilustrujący możliwości algorytmu optymalizacji topologicznej został wybrany pojazd samochodowy typu naczepa. Dane wymiarowe konstrukcji zostały zaczerpnięte z dokumentacji pojazdu D-653 które uzyskano dzięki uprzejmości firmy ZASŁAW Zakład Przymocowań i Naczepek Sp. z o.o. [9, 10].

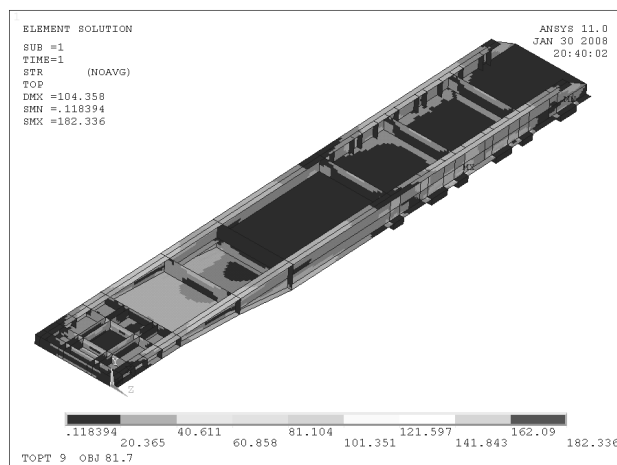
Przyjęto, że rozpatrywany będzie złożony zestaw obciążeń działających na konstrukcję w trakcie eksploatacji. Przyjęto 4 przypadki obciążenia konstrukcji (rys. 3):

- 1) pojazd jest obciążony ładunkiem  $M_q=26$  [ton] oraz masą własną  $M_w=8,8$  [ton],
- 2) pojazd jest obciążony parą sił o wartości  $F_s=10$  [kN], wywołującą moment skręcający ramę w płaszczyźnie horyzontalnej,
- 3) na pojazd działa przyspieszenie o wartości  $a_h=10$  [m/s<sup>2</sup>] symulujące warunki hamowania, pojazd jest też obciążony jak w punkcie 1,
- 4) pojazd jest obciążony przez zasymulowanie najechania naczepy środkowym kołem na przeszkodę wysokości  $\delta=100$  [mm], dodatkowo uwzględniono masę własną pojazdu  $M_w$ .



Rys. 3. Schemat 4 przypadków obciążenia konstrukcji (1, 2, 3, 4)  
Fig. 3. The scheme of 4 vehicle load cases (1, 2, 3, 4)

Dla potrzeb optymalizacji został zbudowany model MES konstrukcji. Model zawierał około 30 tysięcy elementów skończonych typu shell 93 i solid 45 [6]. Elementy typu shell wykorzystano do budowy głównej części konstrukcji natomiast elementy solid były użyte do zamodelowania uproszczonego układu zawieszenia pojazdu. W języku APDL przygotowano parametryczny program analizy uwzględniający wszystkie przypadki obciążeń oraz zawierający omówioną wcześniej procedurę optymalizacyjną (rys. 1). W procesie optymalizacji przyjęto parametr stanu na poziomie 200 [MPa] co dla tego typu konstrukcji uwzględnia współczynniki bezpieczeństwa.



Rys. 4. Wyniki optymalizacji topologicznej  
Fig. 4. The results of topology optimization

W wyniku optymalizacji topologicznej po 9-ciu iteracjach uzyskano nowy kształt konstrukcji (rys. 4). Masa pojazdu została zredukowana do poziomu ok. 82% wielkości początkowej. W przypadku analizowanej konstrukcji pozwoliło to zmniejszyć ciężar własny o ok. 300 [kg]. Ponadto, optymalizacja topologiczna pozwoliła na obniżenie poziomu naprężeń całej konstrukcji.

### 4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono propozycje prostego algorytmu optymalizacji topologicznej oraz jego zastosowanie do optymalizacji złożonej konstrukcji. Jak wykazały badania, optymalizacja topologiczna z ograniczeniem naprężeniowym okazała się efektywnym narzędziem optymalizacyjnym. W wyniku przeprowadzonej optymalizacji pojazdu uzyskano bardzo interesujące wyniki, oprócz redukcji masy ogólnej konstrukcji zauważono tendencje do zmniejszania naprężeń w strefach dużych koncentracji. Uzyskanie

równomiernego wycięcia konstrukcji wpłynie pozytywnie na długość użytkowania konstrukcji.

W trakcie obliczeń optymalizacyjnych stwierdzono duże zapotrzebowanie na moc obliczeniową, problem ten może być jednak rozwiązany przez zastosowanie wydajnego klastra komputerowego.

Z uwagi na łatwość aplikacji oraz dużą efektywność metody, przedstawiony w artykule algorytm optymalizacji topologicznej z ograniczeniem naprężeniowym powinien znaleźć szerokie zastosowanie w przemyśle.

## 5. Literatura

- [1] Bendsoe, M. P., and Kikuchi, N., Generating Optimal Topologies in Optimal Design using a Homogenization Method, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 17, 1988, pp. 197-224.
- [2] Cea, J., Gioan, A., Michel, J., Quelques resultat sur l'identification de domaines, *Calcolo III / IV*, 1973
- [3] Bense M. P., Sigmund O., *Topology optimization, Theory, Methods, and Applications*, Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 2003 i 2004
- [4] Krog L., Tucker A., Kemp M., Boyd R., Topology Optimization of Aircraft Wing Box Ribs, 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2004
- [5] Fredricson, H. Structural topology optimisation: an application review, *Int. J. Vehicle Design*, Vol. 37, No. 1, pp.67-80., 2005
- [6] ANSYS Inc., Release 11 Documentation for ANSYS, 2007
- [7] Mrzyglod M., Topology Optimization of Railway Vehicle Structure, *Proceedings of the International Railway Symposium 2006, Ankara-Istanbul December 13-15, Vol 1, Turkey, 345-349.*, 2006
- [8] Mrzyglod M., Zielinski A. P., Topology Optimization With Fatigue Constraints of Nozzle Connections of Pressure Vessels, *The WCCM8 / ECCOMAS 2008 Congress, Venice, Italy, 2008* (zaakceptowany)
- [9] Michalik M., Optymalizacja topologiczna ramy nośnej pojazdu, Praca dyplomowa magisterska, Politechnika Krakowska, 2008
- [10] Strona internetowa firmy ZASŁAW ZPN : [www.zaslaw.pl](http://www.zaslaw.pl)

*Artykuł recenzowany*

## INFORMACJE

### Zapraszamy do publikacji reklam w czasopiśmie PAK

Redakcja czasopisma POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA  
44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, pok. 30b,  
tel./fax: 032 237 19 45, e-mail: [wydawnictwo@pak.info.pl](mailto:wydawnictwo@pak.info.pl)

### Cennik publikacji reklam w czasopiśmie PAK

Reklama	Czarno-biała	Kolorowa
I okładka	-	1 800,00 PLN netto
II okładka	-	1 600,00 PLN netto
III okładka	-	1 500,00 PLN netto
IV okładka	-	1 700,00 PLN netto
1 strona (175x250 mm)	900,00 PLN netto	1 100,00 PLN netto
½ strony (175x125mm) - pozioma	500,00 PLN netto	700,00 PLN netto
½ strony (85x250 mm)- pionowa	500,00 PLN netto	700,00 PLN netto
⅓ strony (175x85 mm)	400,00 PLN netto	-
¼ strony (85x125 mm)	300,00 PLN netto	-

Do podanych cen należy doliczyć podatek VAT w wysokości 22%.