Tadeusz KACZOREK, Przemysław CZYRONIS

Komputerowy algorytm wyznaczania dodatnich realizacji na podstawie transmitancji singularnych układów ciągłych z opóźnieniami

Prof. dr hab. inż. Tadeusz KACZOREK

Uzyskał dyplom mgr inż. elektryka w roku 1956 na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej. Na tym samym Wydziale w roku 1962 uzyskał stopień naukowy doktora nauk technicznych, a w roku 1964 – doktora habilitowanego. Tytuł naukowy profesora nadzwyczajnego nadała Mu Rada Państwa w roku 1971, a profesora zwyczajnego w 1974 roku. Główne kierunki badań naukowych to analiza i synteza układów sterowania i systemów, a w szczególności układy wielowymiarowe, układy singularne i układy dodatnie.

e-mail: kaczorek@isep.pw.edu.pl

Mgr inż. Przemysław CZYRONIS

Urodził się w Szczecinie dnia 27 października 1983 r. Studiował na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej (specjalność: Automatyka i Technika Mikroprocesorowa). Dyplom magistra inżyniera uzyskał w dniu 10 lipca 2007 r. W roku 2007 podjął studia doktoranckie na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej. Przygotowuje pracę doktorską z zakresu teorii układów stopnia ułamkowego.

e-mail: czyronis@op.pl

Streszczenie

Podany został algorytm komputerowy do wyznaczania realizacji na podstawie danej niewłaściwej transmitancji singularnych układów ciągłych z opóźnieniami w wektorze stanu i wymuszeniu oraz w wektorze stanu i odpowiedzi. Algorytm ten pozwala wyznaczyć realizacje dla singularnych układów dyskretnych z opóźnieniami o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO) oraz wielu wejściach i wielu wyjściach (MIMO). Podany algorytm dla singularnych układów ciągłych z opóźnieniami uwzględnia również wyznaczanie realizacji dla singularnych układów ciągłych bez opóźnień. Działanie i efektywność algorytmu zostało zilustrowane przykładem.

Słowa kluczowe: algorytm komputerowy, realizacja dodatnia, singularne układy ciągłe, opóźnienia.

Computer algorithm for computation positive realizations of a given improper transfer function of singular continuous-time systems with delays

Abstract

A method for finding positive realizations of a given improper transfer function of singular continuous-time systems with delays in state and in inputs as well as in state and in outputs is proposed. Presented algorithm for the singular continuous-time systems with delays allows us to compute realization for the singular continuous-time systems with delays for SISO and MIMO systems. Algorithm for the singular continuous-time systems also allows us to compute realization for the singular continuous-time systems without delays. A computer algorithm for computation positive realizations of a given improper transfer function is presented and illustrated by example.

Keywords: computer algorithm, positive realization, singular continuous-time system, delay.

1. Wprowadzenie

W układach dodatnich wymuszenia, zmienne stanów oraz odpowiedzi przyjmują tylko wartości nieujemne. Taka sytuacja jest spotykana w wielu dziedzinach techniki, biologii, ekonomi, medycyny, itp. Przykładem mogą być wymienniki ciepła, kolumny destylacyjne, modele populacji, modele epidemiologiczne, modele zanieczyszczenia środowiska. Ze względu na podane ograniczenia, w odróżnieniu od układów standardowych, teoria układów dodatnich opiera się na przestrzeniach stożków. Teoria takich układów jest trudniejsza i mniej zaawansowana. Literatura dotycząca układów dodatnich jest dość bogata [3, 5]. Problem układów dodatnich z opóźnieniami był rozpatrywany w pracach [4, 9]. Różne metody wyznaczania ciągłych singularnych realizacji dodatnich z opóźnieniami zostały zaproponowane w pracach [2, 6 – 8]. Algorytm wyznaczania realizacji dodatnich dla ciągłych układów z opóźnieniami można znaleźć w pracy [11].

Komputerowy algorytm wyznaczania dodatnich realizacji na podstawie transmitancji singularnych układów dyskretnych z opóźnieniami został podany w pracy [10].

W tej pracy zostanie przedstawiony komputerowy algorytm wyznaczania realizacji dodatnich dla singularnych układów ciągłych z opóźnieniami w wektorze stanu i wymuszeniu oraz w wektorze stanu i odpowiedzi. Podany algorytm wyznaczania realizacji dla singularnych układów ciągłych z opóźnieniami realizuje również zagadnienia dotyczące wyznaczania realizacji dla singularnych układów ciągłych bez opóźnień. Algorytm ten działający w środowisku MATLAB może znaleźć zastosowanie przy rozwiązywaniu różnych problemów praktycznych w obszarze automatyki, robotyki itp.

2. Podstawowe definicje i sformułowanie zadania

Rozważmy singularny ciągły układ o wielu wejściach oraz wielu wyjściach z h opóźnieniami w wektorze stanu oraz q opóźnieniami w wektorze odpowiedzi opisany równaniami:

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{h} A_i x(t - id) + Bu(t) \tag{2.1a}$$

$$y(t) = \sum_{j=0}^{q} C_j x(t - jd) \tag{2.1b}$$

przy czym $x(t) \in R^n$ jest wektorem stanu, $u(t) \in R^m$ jest wektorem wymuszeń, $y(t) \in R^p$ jest wektorem odpowiedzi, $E, A_i \in R^{n\times n}$, $i = 0,1,..,h;$ $B \in R^n$, $C_j \in R^{1\times n}$, $j = 0,1,...,q,$ $d > 0$ opóźnienie.

Definicja 2.1. [7] Singularny układ:

$$E^T \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{h} A_i^T x(t - id) + \sum_{j=0}^{q} C_j^T u(t - jd) \tag{2.2a}$$

$$y(t) = B^T x(t) \tag{2.2b}$$

nazywamy układem dualnym względem układu (2.1), gdzie górny indeks T oznacza transpozycję oraz $x(t), u(t), y(t)$ i E, A_i, $i = 0,1,..,h;$ B, C_j, $j = 0,1,...,q$ są te same jak dla układu (2.1).

Zakładamy, że $\det E = 0$ oraz:

$$d(s,w) = \det[Es - A_0 - A_1 w - ... - A_h w^h] \neq 0, \quad w = e^{-sd} \tag{2.3}$$

Warunki początkowe dla (2.1a) mają postać:

$$x_0(t),\ t\in[-hd,0) \qquad (2.4)$$

Zakładamy, że macierze singularnego ciągłego układu (2.1) mają postać kanoniczną [7]:

$$E = block\ \ diag\ [E_1, E_2, ..., E_m] \in R^{n\times n}, E_j = \begin{bmatrix} I_{n_j-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{n_j\times n_j}$$

$$j = 1,...,m;\ \sum_{j=1}^{m} n_j = n,$$

$$A_k = block\ \ diag\ [A_{1k}, A_{2k}, ..., A_{mk}] \in R^{n\times n}, k = 0,1,...,h;$$

$$A_{j0} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_j-1} \\ & a_{j0} \end{bmatrix} \in R^{n_j\times n_j}, a_{j0} = [a_{j0}^0\ \ ...\ \ a_{j0}^{r_j-1}\ \ \ -1\ \ 0\ \ ...\ \ 0]$$

$$A_{ji} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{ji} \end{bmatrix} \in R^{n_j\times n_j}, a_{ji} = [a_{ji}^0\ \ ...\ \ a_{ji}^{r_j-1}\ \ \ 0\ \ ...\ \ 0],$$

$$i = 1,...,h;\ j = 1,...m;$$

$$B = block\ \ diag\ [B_1, B_2, ..., B_m] \in R^{n\times m}, B_j = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in R^{n_j}, j = 1,...,m;$$

$$C_k = \begin{bmatrix} c_{11}^k & \cdots & c_{1n}^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{p1}^k & \cdots & c_{pn}^k \end{bmatrix} \in R^{p\times n_j}, k = 0,1,...,q; \qquad (2.5)$$

Niech $R_+^{n\times m}$ będzie zbiorem macierzy $n\ x\ m$ o elementach nieujemnych a $R_+^n = R_+^{n\times 1}$.

Definicja 2.2. [7] Układ (2.1) nazywamy (wewnętrznie) dodatnim jeżeli dla dowolnych dopuszczalnych warunków początkowych $x_0(t)\in R_+^n$, $t\in[-hd,0)$ i dla dowolnych wymuszeń $u(t)\in R_+$, $u^{(p)}(t)\in R_+$, $t\ge 0$, $x(t)\in R_+^n$ oraz $y(t)\in R_+$, $t\ge 0$.

Twierdzenie 2.1. [7] Układ (2.1) z macierzami o postaci kanonicznej (2.5) jest dodatni wtedy i tylko wtedy, gdy:

a) elementy a_{ji}^k macierzy $A_k, k = 0,1,...,h_j$ są nieujemne za wyjątkiem $a_{j0}^{r_j-1}$ $j = 1,...,m;$ który może być dowolny; $a_{ji}^k \ge 0$ dla $j = 1,...,m; i = 0,1,...,h_j$ $k = 0,1,...,r_j - 1$ za wyjątkiem $a_{j0}^{r_j-1}$, $j = 1,...,m;$ który może być dowolny;

b) elementy c_{ij}^k macierzy $C_k, k = 0,1,...,q$ są nieujemne czyli: $c_{ij}^k \ge 0$ dla $j = 1,...,n;\ i = 0,1,...,p;\ k = 0,1,...,q$.

Uwaga 2.1. [7] Singularny dualny układ (2.2) z macierzami o postaci (2.5) oraz $c_{jn_j} \ne 0$ nie jest dodatnim układem jeżeli warunek *b) Twierdzenia 2.1* jest spełniony, gdyż z (2.2a) mamy:

$$x_{n_j-1}(t) = -\sum_{j=0}^{q_j} C_{jn_j} u(t - jd)$$

Macierz transmitancji operatorowych układu (2.1) dana jest zależnością:

$$T(s,w) = [C_0 + C_1 w + ... + C_q w^q][Es - A_0 - A_1 w - ... - A_h w^h]^{-1} B \qquad (2.6)$$

a dla układu dualnego (2.2):

$$T(s,w) = B^T [E^T s - A_0^T - A_1^T w - ... - A_h^T w^h]^{-1} [C_0^T + C_1^T w + ... + C_q^T w^q] \qquad (2.7)$$

Definicja 2.3. [7] Macierze:

$$A_0 \in R^{n\times n}\ \ E, A_i \in R_+^{n\times n}, i = 1,...,h;\ B \in R_+^{n\times m},$$
$$C_j \in R_+^{p\times n}, j = 0,1,...,q \qquad (2.8)$$

nazywamy dodatnią singularną realizacją danej macierzy transmitancji operatorowych $T(s,w)$ jeżeli spełniają one równanie (2.6).

Zadanie realizacji dodatniej (minimalnej) dla ciągłych układów z opóźnieniami można sformułować następująco:

Dana jest macierz niewłaściwych transmitancji operatorowych $T(s,w)$, należy wyznaczyć dodatnią singularna realizację tej macierzy.

3. Rozwiązanie zadania wyznaczania realizacji dodatnich

Rozwiązanie problemu realizacji dla singularnych układów ciągłych z opóźnieniami typu SISO oraz MIMO zostało przedstawione wraz z dowodami w publikacjach [2, 6 – 8]. Również w wspomnianych publikacjach można odnaleźć szczegółowe procedury postępowania, na których opiera się proponowany w tej pracy algorytm. W niniejszej pracy zostaną przedstawione jedynie niezbędne informacje potrzebne do wyznaczenia i zrozumienia tego algorytmu.

Macierz transmitancji operatorowych singularnego ciągłego układu opisanego równaniami (2.1) ma postać:

$$T(s,w) = \begin{bmatrix} \frac{b_{11}(s,w)}{a_1(s,w)} & \cdots & \frac{b_{1m}(s,w)}{a_m(s,w)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{b_{p1}(s,w)}{a_1(s,w)} & \cdots & \frac{b_{pm}(s,w)}{a_m(s,w)} \end{bmatrix} \qquad (3.1)$$

gdzie:

$$a_j(s,w) = s^{r_j} - a_{jr_j-1}(w) s^{r_j-1} - ... - a_{j1}(w)s \ - a_{j0}(w)$$
$$a_{jk}(w) = a_{jh_j}^k w^{h_j} + ... + a_{j1}^k w + a_{j0}^k \qquad (3.2)$$
$$j = 1,...,m;\ k = 0,1,...,r_j - 1;$$

oraz:

$$b_{ij}(s,w) = b_{ij}^{n_j-1}(w) s^{n_j-1} + ... + b_{ij}^1(w)s + b_{ij}^0(w)$$
$$b_{ij}^k(w) = b_{ij}^{kq_j} w^{q_j} + ... + b_{ij}^{k1} w + b_{ij}^{k0} \qquad (3.3)$$
$$j = 1,...,m;\ i = 1,...,p;\ k = 0,1,...,n_j - 1;$$

j-ta kolumna tej macierzy transmitancji operatorowych ma postać [7]:

$$T_j(s,w) = \frac{C_j(w)}{a_j(s,w)} \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ \vdots \\ s^{n_j-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_{1j}(s,w)}{a_j(s,w)} \\ \vdots \\ \frac{b_{pj}(s,w)}{a_j(s,w)} \end{bmatrix} \qquad (3.4)$$

gdzie:

$$C_j(w) = [C_q w^q + \ldots + C_1 w + C_0]_j =$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11}^q w^q + \ldots + c_{11}^1 w + c_{11}^0 & \cdots & c_{1n}^q w^q + \ldots + c_{1n}^1 w + c_{1n}^0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{p1}^q w^q + \ldots + c_{p1}^1 w + c_{p1}^0 & \cdots & c_{pn}^q w^q + \ldots + c_{pn}^1 w + c_{pn}^0 \end{bmatrix}_j$$

$$h = \max_j h_j, \; q = \max_j q_j \tag{3.5}$$

jest j-tą kolumną macierzy $C(w)$.

Porównując współczynnik przy tej samej potędze zmiennych s i w liczników równania (3.5) otrzymamy:

$$c_{11}^0 = b_{11}^{00}, \; c_{11}^1 = b_{11}^{01}, \; \ldots, \; c_{11}^{q_1} = b_{11}^{0q_1}, \; \ldots, \; c_{1n}^{q_m} = b_{11}^{n_m-1,q_m}$$
$$c_{p1}^0 = b_{p1}^{00}, \; c_{p2}^1 = b_{p2}^{01}, \; \ldots, \; c_{pn}^{q_m} = b_{pm}^{n_m-1,q_m} \tag{3.6}$$

Twierdzenie 3.1. Istnieje dodatnia singularna realizacja postaci (2.5) macierzy transmitancji operatorowych (3.1) jeżeli:

a) współczynniki a_{jk}^i, $i = 0,1,\ldots,r_j - 1$; $j = 0,1,\ldots,m$; $k = 0,1,\ldots,h_j$ mianownika $a_j(s,w)$ są nieujemne z wyjątkiem $a_{j0}^{r_j-1}$, który może być dowolny;

b) współczynniki b_{ij}^{kl}, $j = 1,\ldots,m$; $i = 1,\ldots,p$; $k = 0,1,\ldots,n_j - 1$; $l = 0,1,\ldots,q$; licznika $b_{ij}(s,w)$ są nieujemne;

Jeżeli warunki *Twierdzenia 3.1* są spełnione, to wtedy dodatnią singularną realizację macierzy transmitancji operatorowych (3.1) można wyznaczyć korzystając z następującej procedury:

Procedura:

Krok 1. Dla danej macierzy transmitancji operatorowych (3.1) wyznaczamy:

$$n_j = 1 + \max_i st_s b_{ij}(s,w); \; q_i = 1 + \max_i st_w b_{ij}(s,w);$$
$$h_j = st_w a_j(s,w); \; r_j = st_s a_j(s,w); \; i = 1,\ldots,p; \; j = 1,\ldots,m;$$

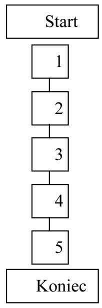
Krok 2. Znając współczynniki a_{jk}^i wielomianu $a_j(s,w)$ $j = 1,\ldots,m;$ wyznaczamy macierze $E_j, A_{j0}, a_{j0}, A_{ji}, a_{ji}$.

Krok 3. Znając współczynniki b_{ij}^{kl} wielomianu $b_{ij}(s,w)$ oraz korzystając z (3.6) wyznaczamy macierze C_j, $j = 0,1,\ldots,q;$ oraz macierz B o postaci (2.5).

3.1. Algorytm komputerowy

Na podstawie przedstawionych w rozdziale 2 rozważań, został opracowany algorytm działający w środowisku programowym MATLAB. Zostanie podana sieć działań algorytmu komputerowego, który pozwala wyznaczyć realizację dla podanych współczynników licznika i mianownika transmitancji $T(s,w)$. Algorytm opiera się na procedurach przedstawionych w [2, 6 – 8] uwzględniając również zastrzeżenia odnośnie realizacji dla układów dualnych. Jedna z metod została uogólniona z układów typu SISO [8] na układy typu MIMO. Kod źródłowy algorytmu w formie m-pliku dostępny jest pod adresem e-mail autorów.

Wynikiem działania algorytmu jest zestaw macierzy będących realizacją danej transmitancji. Liczba i postać macierzy zależy od liczby opóźnień w układzie oraz stopnia bądź stopni liczników transmitancji operatorowej. Dodatniość otrzymanej realizacji zależy od nieujemności współczynników transmitancji operatorowej.



1 – wprowadzanie danych początkowych;
2 – wprowadzanie współczynników transmitancji;
3 – wyznaczanie głównych i dodatkowych zmiennych algorytmu:
- weryfikacja największego opóźnienia licznika i mianownika;
- przygotowanie zmiennych pomocniczych;
- grupowanie danych do odpowiednich macierzy;
4 – sprawdzanie warunków istnienia realizacji zgodnie z wspomnianymi definicjami i twierdzeniami;
5 – wyznaczanie realizacji i prezentacja wyników wraz z komentarzami;

Po uruchomieniu algorytmu podajemy liczbę wejść i wyjść układu oraz stopnie liczników i mianowników (1). Następnie wprowadzamy współczynniki opóźnień w zapisie wektorowym wierszowym (2) począwszy od największego zastępując niewystępujące opóźnienia zerami. Wszystkie liczniki i mianowniki są wprowadzane kolumnowo dla kolejnych wejść, czyli dla każdego wejścia macierzy transmitancji operatorowych należy podać stopień mianownika oraz wielomiany zmiennej w, a następnie dla kolejnych wyjść stopnie liczników oraz odpowiadające im wielomiany zmiennej w. W niniejszym programie zostały zastosowane algorytmy kontroli wprowadzania danych oraz ograniczające ilość wyświetlanych niezbędnych macierzy (3). Następnie algorytm sprawdza wprowadzone dane (4) w celu wyświetlenia informacji o potwierdzeniu bądź zaprzeczeniu dodatniości wyznaczonej realizacji (5). Krok (5) algorytmu stanowi jego sedno i w tej części znajdują się polecenia odpowiedzialne za właściwe wyznaczania macierzy realizacji opierające się na wprowadzonych danych. W celu uzyskania realizacji dodatniej dla singularnego układu bez opóźnień typu SISO/MIMO należy wpisać wielomiany zmiennej w jako pojedyncze liczby.

4. Przykład działania algorytmu

Działanie algorytmu przedstawmy na przykładzie układu o dwóch wejściach i dwóch wyjściach, którego macierz transmitancji operatorowych ma postać:

$$T(s,w) = \begin{bmatrix} \dfrac{w^2 s^3 + (w^2+1)s^2 + (w+2)s + w^2 + 2w + 1}{s^2 - (2w^2+1)s - (w+1)} & \dfrac{s^2 + (2w^2+1)s + w + 2}{s - (w^2 + w + 1)} \\ \dfrac{(w+1)s^2 + w^2 s + 2w + 3}{s^2 - (2w^2+1)s - (w+1)} & \dfrac{w^2 s^2 + (w+1)s + 2}{s - (w^2 + w + 1)} \end{bmatrix}$$

Korzystając z proponowanego algorytmu, po wprowadzeniu danych otrzymujemy poszukiwaną realizację o postaci:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&2&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}^T$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 1&2&1&0&2&1&1\\ 3&0&1&0&2&1&0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 2&1&0&0&1&0&0\\ 2&0&1&0&0&1&0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1&0&0&1&0&2&0\\ 0&1&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

- oraz po uwzględnieniu dualności układu:

$$E = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0\\ 1&0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&-1&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1\\ 0&0&0&0&1&0&-1\\ 0&0&0&0&0&1&0 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&2&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1&2&1&0&2&1&1\\ 3&0&1&0&2&1&0 \end{bmatrix}^T, B_1 = \begin{bmatrix} 2&1&0&0&1&0&0\\ 2&0&1&0&0&1&0 \end{bmatrix}^T$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1&0&0&1&0&2&0\\ 0&1&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}^T, B_3 = \begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

Wyznaczona singularna realizacja dla układu dualnego względem układu z opóźnieniami w wektorze stanu i wektorze wymuszeń, w stosunku do układu z opóźnieniami w wektorze stanu i wektorze odpowiedzi nie jest dodatnia (patrz UWAGA 2.1).

5. Podsumowanie

Na podstawie przedstawionych rozważań oraz procedur wyznaczania realizacji dodatnich [2, 6 – 8] dla singularnych układów ciągłych z opóźnieniami został opracowany algorytm komputerowy umożliwiający szybkie uzyskanie wyników przy użyciu środowiska programowego MATLAB. Przydatność proponowanego algorytmu wzrasta wraz ze wzrostem rzędu układu. Umożliwia on szybkie generowanie rozwiązania dla układów o dowolnym rzędzie i różnych wartościach opóźnień. Przejrzysta konstrukcja czyni go czytelnym i łatwym w użyciu.

Autorzy pisząc algorytm starali się, w oparciu o posiadaną przez nich wiedzę, przewidzieć możliwie jak najwięcej różnych kombinacji opóźnień i stopni liczników oraz mianowników. Możliwe warianty wprowadzania danych wejściowych zostały świadomie ograniczone w celu uniknięcia błędnego działania algorytmu. Na końcu algorytmu znajduje się legenda, która objaśnia użyte w algorytmie oznaczenia.

6. Literatura

[1] L. Benvenuti, L. Farina, „A tutorial on the positive realization problem”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 49, No 5, 2004 str. 651 – 664.

[2] T. Kaczorek, „Determination of positive realizations for singular continuous-time systems with delays”, XXX IC-SPETO, 2007.

[3] T. Kaczorek , „Dodatnie układy jedno- i dwuwymiarowe”, WPW, Warszawa 2000.

[4] T. Kaczorek, „Istnienie i wyznaczanie realizacji dodatnich układów z opóźnieniami”, PAK , vol. 50, Nr 9, 2005, str. 7 – 15.

[5] T. Kaczorek, „Positive 1D and 2D systems”, Springer – Verlag, London 2002.

[6] T. Kaczorek, „Realization problem for singular positive continuous-time systems with delays”, Control and Cybernetics, Vol. 36, No.1, 2007.

[7] T. Kaczorek, „Realization problem for singular positive multivariable continuous-time systems with delays”, MTNS – Kyoto 2006.

[8] T. Kaczorek, „Realization problem for singular positive single-input, single-output continuous-time systems with delays in state and in inputs”, Modeling, Simulation and Optimization, Gaborone, Botswana, Sept. 10-13. 2006.

[9] T. Kaczorek, „Wybrane zagadnienia dodatnich układów z opóźnieniami”, Automation, Warszawa 2006, referaty plenarne str. 10 – 33.

[10] T. Kaczorek, P. Czyronis, „Komputerowy algorytm wyznaczania dodatnich realizacji na podstawie transmitancji singularnych układów dyskretnych z opóźnieniami”, PAK vol. 53, nr 1/2008.

[11] T. Kaczorek, Ł. Sajewski, „Komputerowy algorytm wyznaczania dodatnich realizacji na podstawie transmitancji układów ciągłych z opóźnieniami w wektorze stanu i sterowaniu”, PAK 10/2007r str. 37 – 39.

Artykuł recenzowany