## Dariusz JANECKI, Stanisław ADAMCZAK, Krzysztof STĘPIEŃ

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA W KIELCACH, WYDZIAŁ MECHATRONIKI I BUDOWY MASZYN

## An analysis of the applicability of the cross-correlation function to the comparison of cylindricity profiles

#### Dr hab. inż. Dariusz JANECKI

Studia wyższe na Wydziale Elektroniki Politechniki Warszawskiej ukończył w 1981, a w 1996 obronił tam pracę doktorską. W 1996 obronił pracę habilitacyjną w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN. Obecnie pracuje na stanowisku profesora w Politechnice Świętokrzyskiej i jest kierownikiem Zakładu Informatyki i Sterowania. Zainteresowania naukowe obejmują teorię sterowania ze szczególnym uwzględnieniem metod identyfikacji i sterowania adaptacyjnego oraz matematyczne podstawy metrologii powierzchni.



e-mail: djanecki@tu.kielce.pl

#### Prof. dr hab. inż. Stanisław ADAMCZAK

Jest Dziekanem Wydziału Mechatroniki i Budowy Maszyn Politechniki Świętokrzyskiej oraz kierownikiem Katedry Technologii Mechanicznej i Metrologii na tym wydziale. Jego zainteresowania naukowe obejmują podstawy metrologii i metrologię wielkości geometrycznych. Jest członkiem wielu organizacji i stowarzyszeń naukowych, m.in. Komitetu Metrologii i Aparatury Naukowej PAN oraz prezesem Sekcji Metrologii SIMP. W kwietniu 2008 r. wybrany na Rektora Politechniki Świętokrzyskiej.

e-mail: adamczak@tu.kielce.pl

#### Abstract

Cylindrical elements have many industrial applications; they are commonly found in such industries as paper making, steel production, power engineering and shipbuilding. Measurements of cylindricity profiles during manufacturing processes are necessary to assure high quality of products. As cylindricity profiles are very difficult to measure under industrial conditions, an analysis was conducted to determine the suitability of the reference method. The verification involved comparing the results of reference measurements with those obtained with the radial method. The reference measurements were conducted using a specially constructed model facility. The comparison required using a standardized cross correlation function.

Keywords: correlation, cylindricity, measurement.

#### 1. Introduction

Cylindrical elements constitute a large percentage of machine parts. The assessment of surface geometry of products is an important problem in basic experimental research as well as in practical measurements because form deviations may affect the dynamics of elements in contact. In the engineering industry, the main aim is to minimize form errors of cylindrical surfaces. The accuracy of cylindrical elements have usually been assessed basing on the roundness deviations measured in several crosssections. Since the operation of elements in contact can be affected by some deviations from cylindricity, it is necessary to assess the analyzed element by means of such parameters that refer to the whole surface. Specialized measurement systems need to be applied so that high accuracy is assured and boundary values of cylindricity deviations are satisfied [1, 2].

In industrial practice, cylindricity profiles are evaluated under laboratory conditions with instruments that apply the nonreference methods of measurement. A non-reference measurement is based on the changes in the radius. Since the object axis constitutes the measurement basis, non-reference instruments require a rotary table or a rotary head. The measurement accuracy of traditional instruments is less than 0.1  $\mu$ m, and the measurement process involves labour intensive activities related to the centering and alignment of the element measured.

#### Dr inż. Krzysztof STĘPIEŃ

Dr inż. Krzysztof Stępień jest adiunktem w Katedrze Technologii Mechanicznej i Metrologii Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach. W swoich pracach zajmuje się zagadnieniami podstaw metrologii i pomiarów wielkości geometrycznych, a w szczególności pomiarami zarysów okragłości i walcowości. Jest współautorem 37 prac prezentowanych w czasopismach krajowych i zagranicznych oraz na konferencjach międzynarodowych.



e-mail: kstepien@tu.kielce.pl

Radial methods used for cylindricity measurements are characterized by a high metrological level, which means that, when the measurement accuracy is high, we obtain detailed information about the analyzed surface. This is true only for instruments that can be applied to surface assessment of small objects under laboratory conditions [3].

To meet the requirements of modern industry, manufacturers apply systems of quality assurance in accordance with the ISO 9000 standards. Cylindricity profiles need to be measured during the manufacturing process, sometimes directly on a machine tool. The reference methods seem to be the most suitable for this purpose. A reference measurement involves applying two- or multi-point measurement bases. The degree of detectability of the predominant type of roundness errors or of the harmonic component of an irregular profile depends on the number of points of support, their arrangement and the angle of position of the sensor in relation to those points. The predominant type of errors is termed the predominant harmonic component in the Fourier series expansion of the profile function. The reference methods require using appropriate coefficients for each harmonic component, which are commonly called coefficients of detectability, and the roundness profile obtained in this way differs considerably from the real profile.

The practical application of the reference methods have been limited to the measurement of roundness profiles. The results of the research described in Ref. [4] (research project No 7T07D04008 financed by the State Committee for Scientific Research) show that the methods can be used for accurate measurements of roundness profiles if the measured profile is mathematically transformed. As the results were positive, reference measurement instruments were developed to be applied under industrial conditions at control stands or even directly on machine tools.

## 2. The concept of reference measurement of cylindricity profiles

The reference methods are the most suitable if cylindricity profiles are to be measured directly on a machine tool. A deviation from cylindricity includes a roundness deviation in different cross sections, a relative change in the cylinder diameter and the non-centricity of roundness profiles in relation to the nominal axis of the workpiece. Traditional reference systems are mainly used for measuring roundness profiles in relation to constant points of support in different cross-sections of the object. They can also be applied to assess the relative change in diameters. We cannot employ them, however, for measuring the non-centricity of profiles [5]. Therefore, a special reference system for measuring cylindricity was developed. It consists of two connected prisms in relation to which the sensor moves along the accurately made guides. Figure 1 presents the model measuring device PSA 6



allowing carrying out measurements of cylindricity profiles with the reference method.

Fig. 1. The model measuring device PSA 6 for the measurements of cylindricity profiles with the reference method

A cylindrical object is placed in a centre device. Two connected prisms are in contact with the object surface. The element connecting the prisms functions as the guideway, and the sensor moves along it. A measurement of cylindricity involves scanning the object surface with the sensor along a predetermined trajectory by controlling the angle of rotation of the object and the sensor shift. The sensor indications are dependent on the value of the deviation at the point of contact with the object surface, on the deviation from the real axis and other instrument errors, such as non-straightness of the sensor shift or unparallelism of the shift axis to the object axis. It was necessary to develop the theoretical fundamentals of the reference cylindricity measurements for the proposed measurement system. This required developing the mathematical transformation of the measured profiles into the transformed profile and a mathematical model of the reference assessment of cylindricity. The model was used for computer simulations, which made it possible to determine the optimal parameters assuring high accuracy of a cylindricity measurement and to verify the proposed concept of mathematical transformation.

#### 3. Experiment

The results of the theoretical analysis and computer simulations were verified experimentally using a specially constructed computer-based testing facility for reference measurements of cylindrical profiles, PSA 6. The assumptions of the concept proposed were used to develop this model device.

To evaluate the accuracy of the new measurement method, it was necessary to measure the same elements first at the model testing facility, PSA 6, and then with a standard device. The standard device was a *Taylor Hobson Talycenta*, which applies the radial method of measurement. The values of the selected cylindricity parameters of the two profiles and their graphical representation are shown in Figure 2. The selected parameters of cylindricity were calculated in relation to the least-squares cylinder.

Since the parameters of cylindricity were calculated on the basis of the measurement points, the information about the analyzed profiles was not sufficient. The profiles were then compared qualitatively and represented in one graph. The concept of applying a properly standardized cross-correlation function was developed. This function makes it possible to calculate the coefficient of correlation and the phase shift between the profiles. Knowing the value of the phase shift, one is able to represent the profiles in one graph and compare them visually. a)

Bez filtru	Filt 1-15	Filt 1-50 Filt 1-500	Cały walec	Przekroje	Prostoliniowość os
	Filt 1-150				
Rodzaj f	iltru:				
Gaussa 1-15			র		Lil1
Parametry walcowosci:			A Break		
∆c:	37.8806	Jum		<u></u> <u>→</u>	← 74.679
p.	18 0317	um			← 65.348
F.	10.0017	Jann			← 56.012
∡ <sub>P</sub> :	207.0703	deg			← 46.679
Hp:	84.012	mm			← 37.346
v.	-19 8489	um			← 28.013 ← 19.670
	10.0400	<i>p</i>	http://www.com/com/com/com/com/com/com/com/com/com/		← 9.346
∡v:	19.6875	deg	MH++++	<u>}</u>	← 0
H <sub>V</sub> :	84.012	mm			
χ.	0.0058573	den			

b)



Fig. 2. Graphical representation of measured cylindricity profiles: a) the radial method, b) the reference method

# 4. Calculating the coefficient of correlation basing on the standardized cross-correlation function

Let us assume that the real cylindricity profile is described in the cylindrical coordinate system using the  $R(\varphi, z)$  type function with  $0 \le \varphi \le 2\pi$  and  $0 \le z \le H$ , where  $\varphi$  is the polar angle and z is the shift along the Z-axis. A cylindrical profile is measured by determining its values at many selected points with  $(\varphi_k, z_k)$ coordinates for k = 1, 2, ..., N. The set of measurement points may be termed the measurement strategy, which depends on the type of a measurement device. In the case of conventional instruments with a rotary head or table, the cross-section strategy, the generatrix strategy or the point or bird-cage strategy is used, with the latter being a combination of the first two. In coordinate machines, the point strategy is used. Regardless of the strategy, it is essential that a sufficient number of measurement points be used and that the points be relatively uniformly distributed around the cylindrical surface.

Generally, if different measurement instruments are applied, the results need to be compared. It may be necessary, for instance, to

assess the systematic errors so that they can be eliminated. Now let us assume that by using the same measurement strategy  $(\varphi_k, z_k)$  for k = 1, 2, ..., N, where N is the number of measurement points, we obtain the following values of the profile measured with two different instruments:

$$R_k^r, R_k^e$$
 for  $k = 1, 2, ..., N$   $k = 1, 2, ..., N$  (1)

One of the instruments will be termed the standard device, and the other the device being compared. As a rule, the standard device is characterized by higher accuracy. As the workpiece axis does not coincide with the axis of rotation of the spindle or of the measurement table, it is necessary to determine the mean cylinder (i.e. one with an ideal surface, where the sum of squares of the distances between the measurement points and the mean cylinder surface reaches a minimum). Then, the profile deviations from the measurement points (1) represent deviations from the mean cylinder. To compare the results, let us define the coefficient of correlation between the profiles:

$$\rho = \frac{2\sum_{k=1}^{N} R_k^r R_k^e}{\sum_{k=1}^{N} (R_k^r)^2 (R_k^e)^2}$$
(2)

We can see that the inequality is fulfilled:

$$\rho \le 1$$
 (3)

and that  $\rho = 1$  if and only if, when  $R_k^r = R_k^r \forall r$  r. Indeed, from the condition that:

$$\sum_{k=1}^{N} \left( R_{k}^{r} - R_{k}^{e} \right)^{2} \ge 0$$
 (4)

we get

$$\sum_{k=1}^{N} \left( R_{k}^{r} \right)^{2} + \sum_{k=1}^{N} \left( R_{k}^{e} \right)^{2} \ge 2 \sum_{k=1}^{N} R_{k}^{r} R_{k}^{e}$$
(5)

Hence the above mentioned relationship (3). Therefore, the closer the value of the coefficient of correlation is to 1, the smaller the mean-squared error between the measurements performed with the standard instrument and those performed with the instrument being assessed. Coefficient  $\rho$  can be the measure of profiles correlation. The coefficient of correlation defined by relationship (2) refers to the case when cylindrical profiles are measured with these two instruments at the same points and for the same angular position. In practice, when profiles are measured with different devices, it is common to apply different angular positions, the result of which is a phase shift of the profiles. To calculate the coefficient of correlation between profiles shifted in phase, it is necessary to use a specially standardized cross-correlation function. Basing on relationship (2), we propose that the cross-correlation function should be in the following form:

$$r(\tau) = \frac{2\sum_{k=1}^{N} R^{r}(\varphi_{k} + \tau, z_{k}) R^{e}(\varphi_{k} + \tau, z_{k})}{\sum_{k=1}^{N} \left( R^{r}(\varphi_{k}, z_{k}) \right)^{2} + \sum_{k=1}^{N} \left( R^{e}(\varphi_{k}, z_{k}) \right)^{2}}$$
(6)

Thus, the relationship is:

$$r(\tau) \le 1 \tag{7}$$

while  $r(\tau) = 1$  if and only if, when

$$R^{r}(\varphi + \tau, z) = R^{e}(\varphi + \tau, z)$$
(8)

Then, the coefficient of correlation between the compared profiles will be:

$$o = r(\tau)_{\max} \tag{9}$$

and the value of  $\tau$  at which the cross-correlation function reaches a maximum will be treated as the phase shift between the profiles. The value of the shift can be used for representing the compared cylindrical surfaces in one graph.

### 5. Experimental verification of the crosscorrelation function applied to the comparison of cylindricity profiles

The concept of applying a cross-correlation function to compare cylindricity profiles need to be verified in practice. In this study, the function was used for calculating the coefficient of correlation between the profiles shown in Figure 2. Special software was developed to calculate the values of the cross-correlation function for different values of angle  $\tau$  basing on the profiles recorded. The program helps to determine the maximum value of the crosscorrelation function, which, in accordance to relationship (9) constitutes the coefficient of correlation between the profiles (symbol  $\rho$ ). Angle  $\tau$ , for which the cross-correlation function reaches a maximum, is considered to be the phase shift between the compared profiles. By determining the phase shift, one is able to represent the profiles in one graph. The profiles can be visually compared using graphs in rectangular and polar coordinates. Figure 3 shows the graph of the cross-correlation function for the analyzed profiles.



Fig. 3. Graph of the standardized cross-correlation function for the profiles from Fig. 2

The maximum value of the cross-correlation function constituting the coefficient of correlation between the profiles from Figure 2, according to relationship (9), is:

$$\rho = r(\tau)_{\max} = 0,989$$

The function reaches this value when  $\tau = 1,75$  rad. It was possible to make the profiles coincide in phase after the value of

 $\tau$  was determined. The data were represented in one graph so that they could be compared qualitatively. The coinciding graphs of the two profiles are shown in Figure 4.



Fig. 4. Profiles from Figure 2 made to coincide in phase

#### 6. Conclusions

The concept of applying the cross-correlation function to the comparison of cylindricity profiles was verified experimentally. The results show that the research is of practical significance, especially if different methods of measurement of cylindricity profiles are to be compared or if the measurement repeatability is to be tested. Since this method is suitable for quantitative assessment of profiles correlation, it can also be used to assess the accuracy of measurement devices. It is possible to compare profiles visually by representing them in one graph basing on the value of the phase shift. The coefficient of correlation between the profiles measured with the reference method and the profiles measured with the radial method was calculated to be 0.989, which testifies to a very high correlation between the profiles. It can be concluded that the measurement results obtained with the reference method are close to those obtained with the standard radial method. These assumptions were experimentally verified and described in Ref. [6].

The paper was presented during the 2<sup>nd</sup> International Conference on "Metrology in Manufacturing Technologies" at Lublin University of Technology in September 2005.

## Badanie możliwości wykorzystania funkcji interkorelacji do porównywania zarysów walcowości

#### Streszczenie

Elementy o kształcie walcowym są produkowane w wielu gałęziach przemysłu (np. przemysł papierniczy, hutniczy, energetyczny, okrętowy). Podczas przebiegu procesu technologicznego takich części wymagana jest zazwyczaj stała ocena zarysu walcowości. Jednak w chwili obecnej możliwości pomiaru walcowości w warunkach produkcyjnych są bardzo ograniczone. Z tego względu w Politechnice Świętokrzyskiej zaproponowano koncepcję wykorzystania do pomiarów walcowości tzw. metody odniesieniowej. Na podstawie jej założeń zbudowano stanowisko badawcze do odniesieniowych pomiarów zarysów walcowości. W celu weryfikacji opracowanej koncepcji wyniki pomiaru elementu metodą odniesieniową porównano z wynikami uzyskanymi metodą promieniową. Porównanie to zostało dokonane przy wykorzystaniu unormowanej funkcji korelacji wzajemnej. Artykuł przedstawia założenia pomiaru walcowości metodą odniesieniową oraz koncepcję wykorzystania funkcji interkorelacji do porównywania zarysów walcowości. Rozważania teoretyczne zostały poparte przykładem.

Słowa kluczowe: korelacja, walcowość, pomiar.

#### 1. Wprowadzenie

Walcowe części maszyn stanowią liczną grupę części maszyn. problemem w Istotnym podstawowych badaniach eksperymentalnych, a następnie w praktyce pomiarowej jest stała konieczność określania i oceny struktury geometrycznej powierzchni, ze względu na duży wpływ kształtu tej powierzchni na stan dynamiczny współpracujących ze sobą zespołów gotowych wyrobów. W związku z tym przemysł maszynowy znaczną uwagę przykłada do minimalizacji błędów kształtu powierzchni walcowych. W większości przypadków dokładność powierzchni walcowych oceniano dotychczas na podstawie odchyłek zarysów okrągłości w kilku wybranych przekrojach poprzecznych badanego przedmiotu. W praktyce na współpracę poszczególnych elementów maszyn ma wpływ jednak cała powierzchnia. Z tego względu coraz częściej współczesny proces technologiczny wymaga stałej kontroli zarysów walcowych, ocenianych za pomocą takich parametrów, które odnoszą się do całej powierzchni. Zapewnić to można tylko poprzez odpowiednie

pomiary, stosując specjalistyczne systemy pomiarowe, charakteryzujące się wymaganą dokładnością i umożliwiające dotrzymanie narzuconych granicznych odchyłek walcowości [1, 2].

W praktyce przemysłowej do oceny zarysów walcowości w warunkach laboratoryjnych stosowane są najczęściej przyrządy wykorzystujące metody pomiaru zmian promienia (zwane też przyrządami promieniowymi lub bezodniesieniowymi). Metody te wykorzystują jako bazę pomiarową oś mierzonego przedmiotu i w związku z tym wymagają przyrządów z obrotowym stołem lub obrotową głowicą pomiarową. Przyrządy takie w wykonaniu tradycyjnym zapewniają dokładność pomiaru nie dochodzącą do 0,1µm, zaś proces wykonywania pomiaru wymaga pracochłonnych czynności związanych z centrowaniem i osiowaniem mierzonych elementów. W zakresie pomiarów zarysów walcowości metodami promieniowymi uzyskano wysoki poziom metrologiczny, charakteryzujący się tym, iż przy dużej dokładności pomiaru uzyskuje się precyzyjną informację o analizowanej powierzchni. Ten stan wiedzy i praktyki odnosi się wyłącznie do przyrządów, które mogą być zastosowane do oceny powierzchni przedmiotów o małych wymiarach i stosowanych w warunkach laboratoryjnych [3].

Natomiast oczekiwania współczesnego przemysłu, wymuszone niekiedy przez konieczność stosowania systemów zapewniania jakości zgodnie z normami grupy ISO 9000, zmierzają w kierunku zastosowania pomiarów zarysów walcowości bezpośrednio w produkcji, a niekiedy wprost na obrabiarce. Metodami, które mogą spełniać powyższe wymagania są metody odniesieniowe. Polegają one na stosowaniu baz pomiarowych dwu lub wielopunktowych. W metodach tych stopień wykrywalności określonego rodzaju dominującego błędu okrągłości (dominujący rodzaj błędu nazywa się dominującą składową harmoniczną w rozwinięciu funkcji zarysu w szereg Fouriera) lub poszczególnej harmonicznej zarysu nieregularnego, zależy od liczby punktów podparcia, ich rozmieszczenia i kąta położenia czujnika pomiarowego względem tych punktów. Metody te wymagają stosowania dla poszczególnych harmonicznych odpowiednich przeliczeniowych współczynników, zwanych

powszechnie współczynnikami wykrywalności, a uzyskiwany zarys okrągłości różni się w sposób zdecydowany od zarysu rzeczywistego. Dlatego metody odniesieniowe były do niedawna wykorzystywane do pomiarów odchyłek okrągłości w ograniczonym zakresie. Wykonane dotychczasowe prace badawcze, m.in. w ramach projektu KBN nr 7T07D04008 wykazały, że metody te mogą być wykorzystywane do dokładnych pomiarów okrągłości, jeśli dokona się matematycznej transformacji zarysu zmierzonego metodą odniesieniową na zarys przekształcony. Pozytywny wynik tych prac został potwierdzony zastosowaniem zbudowanych odniesieniowych przyrządów pomiarowych w warunkach produkcyjnych, na stanowiskach kontrolnych, a nawet bezpośrednio na obrabiarce [4].

#### Koncepcja odniesieniowych pomiarów zarysów walcowości

Metody, które mogą być wykorzystane do pomiarów walcowości bezpośrednio na obrabiarce należą do wspomnianych metod odniesieniowych. Na odchyłkę walcowości składa się odchyłka okrągłości w różnych przekrojach przedmiotu, względna zmiana jego średnicy oraz niecentryczność zarysów okrągłości względem nominalnej osi przedmiotu. Dotychczas stosowane odniesieniowe systemy pomiarowe umożliwiają pomiar zarysów okrągłości względem stałych punktów podparcia w różnych przekrojach poprzecznych mierzonego przedmiotu. Dodatkowo istnieje możliwość oceny względnej różnicy średnic. Natomiast w tradycyjnych odniesieniowych układach pomiarowych nie ma możliwości pomiaru niecentryczności zarysów [5]. W związku z tym opracowano odniesieniowy układ do pomiaru walcowości, składający się z dwóch połączonych pryzm, względem których po dokładnie wykonanych prowadnicach przemieszcza się czujnik pomiarowy. Na rysunku 1 przedstawiono modelowe stanowisko badawcze PSA 6 do dokładnych pomiarów walcowości metodą odniesieniowa.



Rys. 1. Modelowe stanowisko badawcze PSA 6 do pomiarów walcowości metodą odniesieniową

Przy pomiarze walcowości za pomocą proponowanej metody przedmiot mierzony umieszczony jest w urządzeniu kłowym. Do jego powierzchni przylegają dwie połączone ze sobą pryzmy. Element łączący pryzmy pełni dodatkowo rolę prowadnicy, po której przesuwa się indukcyjny czujnik pomiarowy. Pomiar walcowości przedmiotu polega na odpowiednim skanowaniu powierzchni przedmiotu za pomocą czujnika pomiarowego wzdłuż odpowiednio zaprojektowanej trajektorii poprzez odpowiednie sterowanie kątem obrotu przedmiotu i przesunięciem czujnika. Podczas pomiaru wskazania czujnika zależą od wartości odchyłki w punkcie styku czujnika z powierzchnią przedmiotu, od 241

odchylenia osi rzeczywistej od osi oraz innych błędów przyrządu, np. błąd prostoliniowości przesuwu czujnika, nierównoległość osi przesuwu do osi przedmiotu. Z tego względu dla zaproponowanego układu pomiarowego zostały opracowane teoretyczne podstawy odniesieniowych metod pomiaru walcowości. Pozwoliło to na opracowanie matematycznej transformacji zmierzonego zarysu walcowości na zarys przetworzony i modelu matematycznego odniesieniowych metod oceny walcowości. Model ten został użyty przy symulacyjnych badaniach komputerowych, które doprowadziły do ustalenia optymalnych parametrów zapewniających odpowiednio dokładny pomiar zarysów walcowości oraz zweryfikowały zaproponowaną koncepcję matematycznej transformacji.

#### 3. Eksperyment

Aby umożliwić eksperymentalną weryfikację przeprowadzonych prac teoretycznych i wykonanych symulacyjnych badań komputerowych zbudowane zostało modelowe skomputeryzowane stanowisko badawcze PSA 6 do odniesieniowych pomiarów zarysów walcowości, którego konstrukcja wykorzystuje założenia opracowanej koncepcji.







Rys. 2. Wyniki pomiaru zarysu walcowości elementu uzyskane metodami: a) promieniową, b) odniesieniową

Aby ocenić dokładność pomiaru za pomocą nowej metody te same elementy były mierzone na modelowym stanowisku badawczym PSA 6, a następnie na wzorcowym przyrządzie pomiarowym, którym był skomputeryzowany przyrząd do pomiaru walcowości metodą promieniową *Talycenta* firmy *Taylor Hobson*. Wartości wybranych parametrów walcowości obu zarysów oraz ich graficzną prezentację przedstawia rysunek 2. Oba zarysy zostały przedstawione graficznie, wyliczono też dla nich wybrane parametry walcowości względem walca najmniejszych kwadratów.

Wyliczone parametry walcowości mają charakter punktowy, wobec tego nie dają dokładnej informacji o analizowanych zarysach. Dlatego też w celu ilościowego porównania zarysów uzyskanych podczas eksperymentu i przedstawienia ich na jednym wykresie, opracowana została koncepcja zastosowania odpowiednio unormowanej funkcji interkorelacji. Koncepcja ta umożliwia wyliczenie współczynnika zgodności między zarysami oraz przesunięcia fazowego między nimi, którego znajomość jest konieczna do przedstawienia zarysów na jednym wykresie i ich wizualnego porównania.

## 4. Wyliczanie współczynnika zgodności

W rozważaniach będziemy zakładać, że rzeczywisty zarys walcowości opisany jest w cylindrycznym układzie współrzędnych za pomocą funkcji typu  $R(\varphi, z)$ ,  $0 \le \varphi \le 2\pi$  and  $0 \le z \le H$ , gdzie  $\varphi$  jest kątem biegunowym, zaś wielkość **z** stanowi przesunięcie wzdłuż osi Z. Pomiar zarysu walcowości polega na określeniu wartości profilu w wielu wybranych punktach pomiarowych o współrzędnych ( $\varphi_k, z_k$ ) dla k = 1, 2, ..., N. Zbiór współrzędnych punktów pomiarowych będziemy nazywali strategią pomiarową. Zastosowana strategia pomiarowa zależy od rodzaju wykorzystywanego przyrządu pomiarowego. W typowych przyrządach do pomiaru odchyłek walcowości, z obrotową głowicą lub stołem stosuje się strategię przekrojów poprzecznych, przekrojów wzdłużnych i strategię łączącą obydwie wspomniane metody, zwaną strategią klatkową. W przypadku stosowania maszyn współrzędnościowych wykorzystuje się strategię punktową. Zastosowana strategia powinna zapewnić odpowiednio dużą liczbę punktów pomiarowych i punkty te powinny być w miarę równomiernie rozłożone na ocenianej powierzchni walcowej.

Często istnieje potrzeba porównania pomiarów wykonanych za pomocą różnych przyrządów pomiarowych. Przykładem może być potrzeba oceny występujących błędów systematycznych przyrządów w celu ich późniejszej eliminacji. Załóżmy więc, że stosując tę samą strategię pomiarową ( $\varphi_k, z_k$ ) dla k = 1, 2, ..., N, gdzie N jest liczbą punktów pomiarowych otrzymano za pomocą dwóch różnych przyrządów następujące wartości zarysu mierzonego:

$$R_k^r, R_k^e$$
 for  $k = 1, 2, ..., N$   $k = 1, 2, ..., N$  (1)

Pierwszy przyrząd będziemy nazywali przyrządem wzorcowym, zaś drugi przyrządem porównywanym. Z reguły przyrząd wzorcowy charakteryzuje się większą dokładnością. Oś przedmiotu nie pokrywa się z osią obrotu wrzeciona lub stołu pomiarowego. Z tego powodu po wykonaniu pomiarów wyznaczany jest walec średni (jest to powierzchnia walca idealnego o tej własności, że suma kwadratów odległości punktów pomiarowych od powierzchni walca średniego osiąga minimum), a następnie odchyłki zarysu od walca średniego. Załóżmy, że punkty pomiarowe (1) reprezentują odchyłki od walca średniego. W celu porównania wyników zdefiniujmy współczynnik zgodności zarysów:

$$\rho = \frac{2\sum_{k=1}^{N} R_{k}^{r} R_{k}^{e}}{\sum_{k=1}^{N} (R_{k}^{r})^{2} (R_{k}^{e})^{2}}$$
(2)

Łatwo wykazać, że spełniona jest nierówność:

$$\rho \le 1 \tag{3}$$

oraz, że  $\rho = 1$  wtedy i tylko wtedy,  $R_k^r = R_k^r \forall r$ . Rzeczywiście, z warunku:

$$\sum_{k=1}^{N} \left( R_k^r - R_k^e \right)^2 \ge 0$$
 (4)

otrzymujemy

$$\sum_{k=1}^{N} \left( R_{k}^{r} \right)^{2} + \sum_{k=1}^{N} \left( R_{k}^{e} \right)^{2} \ge 2 \sum_{k=1}^{N} R_{k}^{r} R_{k}^{e}$$
(5)

Stąd wynika wyżej wspomniana własność (3). Zatem im wartość współczynnika zgodności jest bliższa liczbie jeden, tym mniejszy jest błąd średniokwadratowy pomiędzy pomiarami uzyskanymi za pomocą przyrządu wzorcowego i przyrządu ocenianego. Współczynnik ρ może być więc uznany za miarę zgodności mierzonych zarysów.

Zdefiniowany zależnością (2) współczynnik zgodności dotyczy przypadku, gdy pomiary na obu przyrządach były wykonywane dokładnie w tych samych punktach pomiarowych oraz przy obu pomiarach zastosowano dokładnie to samo kątowe położenie mierzonego walca. W praktyce, przy różnych pomiarach stosuje się zazwyczaj różne ustawienie kątowe walca, co sprawia, że mierzone zarysy są przesunięte w fazie. W celu obliczenia współczynnika zgodności między zarysami przesuniętymi w fazie, konieczne jest wykorzystanie odpowiednio unormowanej funkcji interkorelacji. Biorąc pod uwagę zależność (2) zaproponowana została unormowana funkcja interkorelacji następującej postaci:

$$r(\tau) = \frac{2\sum_{k=1}^{N} R^{r}(\varphi_{k} + \tau, z_{k}) R^{e}(\varphi_{k} + \tau, z_{k})}{\sum_{k=1}^{N} \left( R^{r}(\varphi_{k}, z_{k}) \right)^{2} + \sum_{k=1}^{N} \left( R^{e}(\varphi_{k}, z_{k}) \right)^{2}}$$
(6)

Zachodzi związek, że:

$$) \leq 1$$
 (7)

przy czym  $r(\tau) = 1$  wtedy i tylko wtedy, gdy

$$R^{r}(\varphi + \tau, z) = R^{e}(\varphi + \tau, z)$$
(8)

Zatem współczynnik zgodności między porównywanymi zarysami zdefiniujemy jako:

 $r(\tau)$ 

$$\rho = r(\tau)_{\max} \tag{9}$$

zaś wartość  $\tau$  przy której występuje maksimum funkcji korelacji wzajemnej traktować będziemy jako przesunięcie fazowe pomiędzy zarysami. Wartość tego przesunięcia może być wykorzystana przy graficznej prezentacji zmierzonych powierzchni walcowych na jednym wykresie

Przedstawiona w poprzednim punkcie koncepcja wykorzystania funkcji interkorelacji do porównywania zarysów walcowości została zastosowana w praktyce do wyliczenia współczynnika zgodności zarysów przedstawionych na rysunkach 2a) i 2b). W tym celu opracowano oprogramowanie, które na podstawie wczytanych zarysów tablicuje wartości funkcji interkorelacji dla różnych wartości kąta  $\tau$ . Następnie program wyznacza wartość maksymalną funkcji interkorelacji, która zgodnie z zależnością (9) stanowi współczynnik zgodności między zarysami  $\rho$ . Kąt  $\tau$ , dla którego funkcja interkorelacji przyjmuje wartość maksymalną uznawany jest za przesunięcie fazowe między porównywanymi Wyznaczenie przesunięcia fazowego zarvsami. miedzy porównywanymi zarysami pozwala na naniesienie ich na jednym wykresie i wizualne porównanie za pomocą wykresów we współrzędnych prostokątnych i biegunowych. Wykres wartości proponowanej funkcji interkorelacji dla rozpatrywanych zarysów przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Wykres wartości unormowanej funkcji interkorelacji dla zarysów z rysunku 2

Maksymalna wartość zaproponowanej funkcji intekorelacji dla zarysów z rysunku 2, stanowiąca zgodnie z zależnością (9) współczynnik zgodności między zarysami wynosi:



 $\rho = r(\tau)_{\rm max} = 0.989$ 

Funkcja osiąga tę wartość dla przesunięcia fazowego  $\tau = 1,75$ rad. Dzięki wyznaczeniu wartości  $\tau$  można było wyrównać porównywane zarysy w fazie i dzięki temu przedstawić je na jednym wykresie, w celu ich jakościowego porównania. Nałożone na siebie wykresy obu zarysów przedstawia rysunek 4.

### 6. Wnioski

Wyniki eksperymentalnej weryfikacji koncepcji zastosowania proponowanej funkcji interkorelacji do porównywania zarysów walcowości świadczą, że koncepcja ta ma duże znaczenie praktyczne. Jest ona szczególnie ważna przy zagadnieniach związanych z analizą porównawczą różnych metod pomiarów walcowości, a także przy badaniu powtarzalności pomiarów. Dzięki temu, że opracowana metoda pozwala na ilościową ocenę zgodności zarysów, może być ona wykorzystana w praktyce do ustalania dokładności poszczególnych przyrządów pomiarowych. Dzieki wyznaczeniu przesunięcia fazowego między porównywanymi zarysami walcowości, można przedstawiać porównywane zarysy na jednym wykresie i dokonywać ich wizualnej oceny. Uzyskana w wyniku obliczeń wartość współczynnika zgodności  $\rho = 0,989$ między zarysami otrzymanymi metodami odniesieniową i promieniową świadczy o bardzo wysokiej korelacji między porównywanymi zarysami. Na tej podstawie można przypuszczać, że metoda odniesieniowa pozwala na uzyskiwanie wyników zbliżonych do wyników pomiarów przeprowadzonych za pomocą wzorcowej metody promieniowej. Przypuszczenia te potwierdziły wyniki uzyskane w ramach pracy [6].

Praca prezentowana była podczas XI Krajowej, II Międzynarodowej Konferencji "Metrologia w Technikach Wytwarzania" – Politechnika Lubelska, wrzesień. 2005.

### 7. Literatura

- Osanna P. H. i in.: Cylindricity a well known problem and solution, International Journal of Machine Tools and Manufacture, t. 32, Nr 1/2, Elsevier 1992, s. 91-97.
- [2] Dawson D. J. W.: Cylindricity and its measurement, International Journal of Machine Tools and Manufacture, t. 32, Nr 1/2, Elsevier 1992, s. 247-253.
- [3] Lao. Y.-Z., Leong H.-W, Peparata F.P., Singh G., Accurate cylindricity evaluation with axis-estimation preprocessing, Precision Engineering Vol. 27 (4), 2003, s. 429-437.
- [4] Adamczak S. Et al. Koncepcja komputerowych metod odniesieniowych do dokładnych pomiarów zarysów okragłości części maszyn. Projekt badawczy KBN nr 7T07D04008, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 1997.
- [5] Żebrowska-Łucyk S.: New approach for examination of the displacement sensor characteristics. Measurement 28 (4) 2000, 261-267.
- [6] Adamczak S. i inni: Raport końcowy z realizacji projektu badawczego KBN nr 7T07D00617 pt. "Teoretyczno eksperymentalne podstawy odniesieniowych pomiarów zarysów walcowości części maszyn", Politechnika Świętokrzyska 2003.

Artykuł recenzowany

Rys. 4. Nałożenie zarysów z rysunku 2 po wyrównaniu ich w fazie