

## Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

POLITECHNIKA ŚLĄSKA, INSTYTUT METROLOGII, ELEKTRONIKI I AUTOMATYKI

# Synteza oscylatorów harmonicznych na bazie równań impedancyjnych

Dr hab. inż. Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

Jest pracownikiem Instytutu Metrologii, Elektroniki i Automatyki Pol. Śląskiej w Gliwicach. Zajmuje się zagadnieniami teorii obwodów elektrycznych i elektronicznych, szczególnie analizą i syntezą układów aktywnych, modelowaniem układów elektronicznych za pomocą elementów osobliwych oraz konstruowaniem i zastosowaniami nowoczesnych wzmacniaczy operacyjnych, w tym analogowych układów sterowanych i programowalnych.



e-mail: leslaw.topor-kaminski@polsl.pl

### Streszczenie

Opisano koncepcje syntezy oscylatorów harmonicznych w oparciu o równania impedancyjne opisujące ich część rezystancyjno aktywną. Podano ogólną postać równania charakterystycznego oraz relacji opisujących warunki oscylacji i wartość pulsacji. Na ich podstawie zaproponowano model oscylatora z dwoma wzmacniaczami prądowymi i dwoma transrezystancyjnymi. Pokazano możliwość realizacji oscylatorów z dwoma wielozaciskowymi konwejerami prądowymi, oraz wszystkimi elementami RC uziemionymi. Przedstawiono ich wersje kwadraturowe o wyjściach napięciowych i prądowych. Umożliwiają one także niezależne strojenie warunku wzbudzenia oraz pulsacji wytwarzanych oscylacji.

**Słowa kluczowe:** oscylator harmoniczny, równania impedancyjne, wzmacniacze elektroniczne, konwejer prądowy.

## Synthesis of sinusoidal oscillator based on impedance equations

### Abstract

Concept of the synthesis of sinusoidal oscillators based upon impedance equations with separate resistance and reactance parts, has been described. Its general form of characteristic equation and condition of oscillation and frequency of oscillation formulas, have been demonstrated. Basis on its oscillator model with two current amplifier and two transresistance amplifier, has been proposed. Possibility of oscillators realizations with two multi-terminal current conveyors and all grounded RC elements, have been demonstrated. Theirs two quadrature version with voltage and current outputs, have been presented. They enable also independently tuning of oscillation condition and oscillation frequency.

**Keywords:** harmonic oscillator, impedance equations, electronic amplifier, current conveyor.

## 1. Wprowadzenie

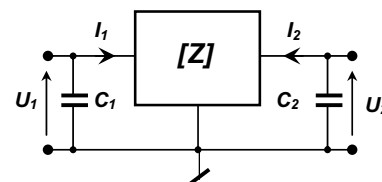
Oscylatory wytwarzające sygnał sinusoidalny odgrywają istotną rolę w wielu układach elektronicznych stosowanych w telekomunikacji, przetwarzaniu sygnałów i aparaturze pomiarowo kontrolnej. Oscylatory te powinny mieć prostą konstrukcję z minimalną ilością elementów aktywnych w postaci wzmacniaczy oraz biernych impedancji, najlepiej uziemionych. Powinny także mieć możliwość niezależnej regulacji częstotliwości wytwarzanego sygnału i ustawiania warunków ich wzbudzenia.

Istnieją różne metody syntezy obwodów oscylatorów opisanych w literaturze, takie jak: z zastosowaniem opisu części rezystancyjno aktywnej równaniami admitancyjnymi [1], w oparciu o ogólne obwodowe układy kanoniczne [2, 4, 6, 8, 13], na bazie zmiennych stanu [5], z zastosowaniem algorytmów genetycznych [10], metodą obwodów ekwiwalentnych [3, 14], oraz strojone elektronicznie [7, 11, 16, 17]. W ich realizacjach znajdują zastosowanie różnorodne wzmacniacze elektroniczne typu: wzmacniacze transkonduktancyjne (OTA) [1, 6, 8, 14], konwejer prądowy o różnej liczbie zacisków wejściowych i wyjściowych (CCII, TCCII) [2, 7, 9, 16], wielozaciskowe napięciowe i prądowe wzmacniacze ope-

racyjne [11, 12, 15], wzmacniacze transimpedancyjne (CFA) [4, 5] i wiele innych, takich jak: wzmacniacz transrezystancyjny (OTRA) i czterozaciskowy nullor nieuziemiony (FTFN) [7, 10].

## 2. Metoda macierzy impedancyjnej

Opisywane metody syntezy oscylatorów nie wyczerpują wszystkich możliwości teoretycznych ich realizacji. Generalnie można w tym celu wykorzystać każdy ogólny model teoretyczny opisujący selektywny układ aktywny, który umożliwi przez zmianę parametrów zawartych w nim elementów wprowadzenie dodatnich sprzężeń zwrotnych i doprowadzenie układu do niestabilności oscylacyjnej. Przykładem może być zastosowanie do tego celu metody rozdzielania obwodu oscylatora na część rezystancyjno-aktywną opisaną macierzą admitancyjną  $Z$ , oraz część reaktancyjną, zawierającą pojemności jednostronnie uziemione, tak jak pokazano to na rys. 1.



Rys. 1. Ogólna struktura oscylatora z rozdzieloną częścią rezystancyjną i reaktancyjną

Fig. 1. General structure of oscillator with separate resistance and reactance parts

Przyjmuje się, że układ aktywny z dwiema wydzielonymi pojemnościami opisuje wtedy impedancyjne równanie macierzowe typu:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Po uwzględnieniu, że

$$I_1 = -sC_1U_1 \quad (2)$$

$$I_2 = -sC_2U_2 \quad (3)$$

Otrzymuje się układ równań:

$$\begin{cases} (1 - sC_1Z_{11})U_1 + sC_2Z_{12}U_2 = 0 \\ sC_1Z_{21}U_1 + (1 - sC_2Z_{22})U_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Po obliczeniu jego wyznacznika i przyrównaniu do zera uzyskuje się równanie charakterystyczne układu oscylatora o postaci:

$$s^2C_1C_2(Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}) + s(C_1Z_{11} + C_2Z_{22}) + 1 = 0 \quad (5)$$

Aby powstały oscylacje o pulsacji:

$$\omega_0 = \sqrt{1/C_1C_2(Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21})} \quad (6)$$

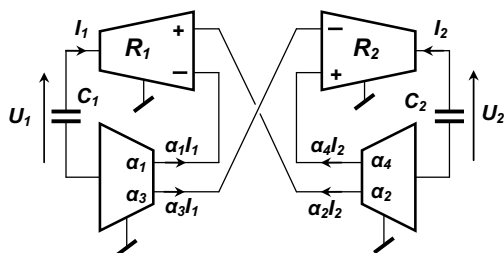
powinien być spełniony warunek wzbudzenia:

$$\frac{C_1}{C_2} = -\frac{Z_{22}}{Z_{11}} \quad (7)$$

Ze względu na to, że macierz  $Z$  opisuje wydzieloną część bezinercyjną oscylatora, jej wyrazy mają wymiar rezystancji i mogą być przykładowo przedstawione w postaci:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 R_1 & \alpha_2 R_1 \\ -\alpha_3 R_2 & \alpha_4 R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Opis taki odpowiada realizacji oscylatora z zastosowaniem dwóch transrezystancyjnych (OTRA) oraz dwóch wielowyjściowych wzmacniaczy prądowych sterowanych prądem połączonych w sposób pokazany na rys. 2. W układzie tym pojemności  $C_1$  i  $C_2$  mają pozorne połączenia z masą układu poprzez niskoimpedancyjne wejścia wzmacniaczy prądowych.



Rys. 2. Synteza oscylatora na podstawie równań impedancyjnych (8)  
Fig. 2. Synthesis of oscillator based upon impedance equation (8)

Zakładając przykładowo równość transrezystancji  $R_1=R_2=R$  oraz pojemności  $C_1=C_2=C$  otrzymuje się możliwość wpływania na warunek wzbudzenia i pulsację oscylacji poprzez dobór wartości współczynników wzmocnień  $\alpha_i$  w zastosowanych źródłach prądowych. Opisują to zależności:

$$\alpha_4 = \alpha_1 \quad (9)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{\alpha_2\alpha_3 - \alpha_1\alpha_4}} \quad (10)$$

Jeżeli założy się dodatkowo  $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha$  oraz  $\alpha_2 = \beta$  to macierz impedancyjna ma postać:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \alpha R \begin{bmatrix} -1 & 1 + \beta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

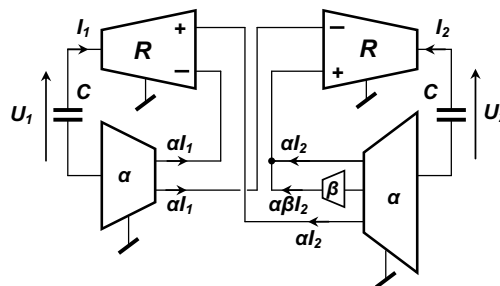
Wtedy spełniony jest warunek powstawania oscylacji, gdyż:

$$\frac{C_1}{C_2} = -\frac{Z_{22}}{Z_{11}} = 1 \quad (12)$$

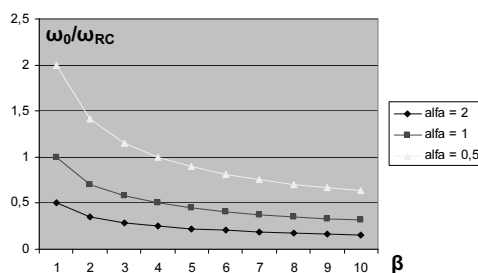
Natomiast oscylacje można przestrajać wzmocnieniem  $\beta$  dodatkowego wzmacniacza prądowego, gdyż ich wartość opisuje zależność:

$$\omega_0 = \frac{1}{\alpha RC\sqrt{\beta}} = \frac{\omega_{RC}}{\alpha\sqrt{\beta}} \quad (13)$$

Układ ma wtedy strukturę pokazaną na rys. 3. Natomiast zmiany pulsacji  $\omega_0$  oscylacji wytwarzanych przez układ w funkcji zmian wzmocnień  $\alpha$  i  $\beta$  wzmacniaczy prądowych pokazane są w postaci wykresów na rys. 4. Ukazują one możliwość precyzyjnego regulowania częstotliwości zarówno dla wartości większych jak i mniejszych od pulsacji  $\omega_{RC}$  zadanej przez wartości elementów biernych  $R$  i  $C$ .



Rys. 3. Realizacja oscylatora na podstawie równań impedancyjnych (11)  
Fig. 3. Realization of oscillator based upon impedance equation (11)



Rys. 4. Zmiany pulsacji  $\omega_0$  oscylacji wytwarzanych przez układ z rys. 3 w funkcji zmian wzmocnień  $\alpha$  i  $\beta$

Fig. 4. Oscillation frequency of the circuit shown in Fig. 3 versus amplification coefficients,  $\alpha$  and  $\beta$

### 3. Zastosowanie wielozaciskowych konwejerów prądowych

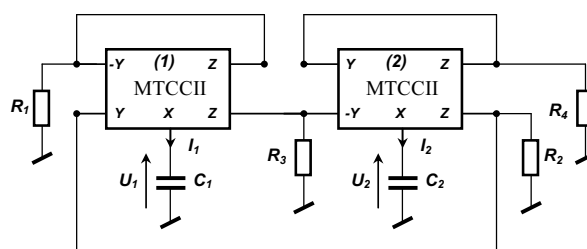
W praktyce łatwiej jest technicznie wykonać oscylator w oparciu o macierz impedancyjną z zastosowaniem wielozaciskowego konwejera prądowego (MTCCII – multi terminal current conveyor) o dwóch wejściach różnicowych Y i dwóch wyjściach Z oraz jednym pośrednim X. Opisują go zależności:

$$U_X = U_Y - U_Z \quad (14)$$

$$I_{Z1} = I_{Z2} = I_X \quad (15)$$

Pozwala to przez wpływać niezależnie na wartości wyrazów macierzy przez zmianę wartości czterech oddzielnych rezystancji, w układzie pokazanym na rys. 5, gdyż układ taki opisuje impedancyjne równanie macierzowe o postaci:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & R_2 \\ -R_3 & R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$



Rys. 5. Struktura oscylatora zrealizowana na podstawie równań impedancyjnych (16) z zastosowaniem wielozaciskowych konwejerów prądowych  
Fig. 5. Multi terminal current conveyor realization of oscillator structure based upon impedance equation (16)

Ma on równanie charakterystyczne:

$$s^2 C_1 C_2 (R_2 R_3 - R_1 R_4) + s(C_2 R_4 - C_1 R_1) + 1 = 0 \quad (17)$$

Jeżeli zatem będzie spełniony warunek oscylacji:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_4}{R_1} \quad (18)$$

To układ będzie wytwarzał oscylacje o pulsacji:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 (R_2 R_3 - R_1 R_4)}} \quad (19)$$

Wartość jej można przestrajać rezystancjami  $R_2$  lub  $R_3$ , bez wpływu na warunki wzbudzenia. Jeżeli za sygnały wyjściowe przyjmie się napięcia na pojemnościach  $U_1$  i  $U_2$ , to oscylator jest kwadraturowy, gdyż powiązane są one równaniem:

$$u_1 = R_3 C_2 \frac{du_2}{dt} \quad (20)$$

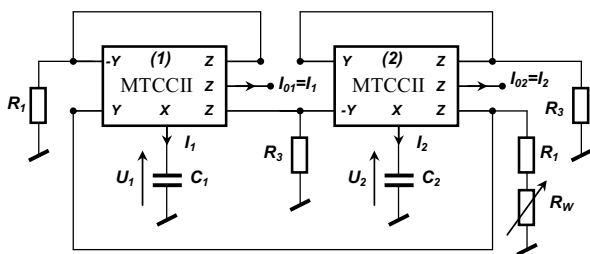
Oznacza to, że jest między nimi stałe przesunięcie fazowe o 1/4 okresu.

#### 4. Oscylatory z wyjściem prądowym i dodatkową rezystancją

W układzie oscylatora z rys. 3 sygnały wyjściowe jako napięcia dowolnego jego węzła muszą być pobierane przez bufor o dużej impedancji wejściowej tak, aby jego praca nie była zakłócana. Można temu zaradzić wprowadzając konwejerzy o dodatkowych zaciskach wyjściowych Z. Uzyskuje się wtedy oscylator kwadraturowy, ale dodatkowo dla sygnałów prądowych. Przykład takiego oscylatora pokazany jest na rys. 6. W układzie tym wprowadzono dodatkową rezystancję  $R_w$  jako składową rezystancji  $R_2$ , i poczyniono założenia:

$$R_2 = R_1 + R_w \quad (21)$$

$$R_4 = R_3 \quad (22)$$



Rys. 6. Struktura oscylatora zrealizowana na podstawie macierzy impedancyjnej (23) z konwejerami o dodatkowych zaciskach wyjściowych i rezystancją  $R_w$   
Fig. 6. Current conveyor realization of oscillator structure based upon impedance equation (23) with additional output terminal and resistance  $R_w$

Wtedy układ taki opisuje impedancyjne równanie macierzowe o postaci:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & R_1 + R_w \\ -R_3 & R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Na jego podstawie otrzymuje się równanie charakterystyczne, z którego wynika warunek wzbudzenia i pulsacja oscylatora:

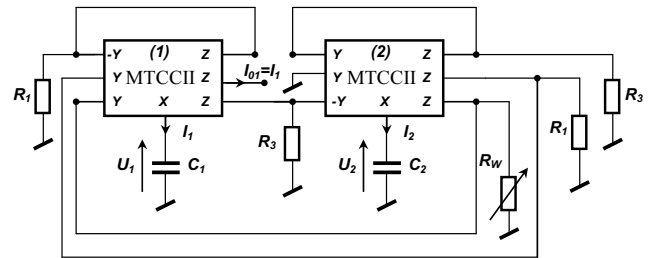
$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_3}{R_1} \quad (24)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_w}} \quad (25)$$

Można je przestrajać niezależnie zmianami rezystancji  $R_1$  i  $R_w$ . Natomiast między prądami wyjściowymi spełniona jest zależność:

$$i_2 = R_3 C_2 \frac{di_1}{dt} \quad (26)$$

Oznacza to, że oscylator ten jest kwadraturowy. Jeżeli zastosuje się konwejerzy o trzech wejściach napięciowych Y to można użyć oscylator opisany tymi samymi zależnościami lecz o wszystkich rezystancjach uziemionych, pokazany na rys. 7. Ma on jednak wtedy tylko jedno wyjście prądowe  $I_{01}$ .



Rys. 7. Struktura oscylatora zrealizowana na podstawie macierzy impedancyjnej (23) z konwejerem o dodatkowych zaciskach wyjściowych Z, wejściowych Y oraz rezystancją  $R_w$

Fig. 7. Current conveyor realization of oscillator structure based upon impedance equation (23) with additional input terminals Y, output terminals Z and resistance  $R_w$

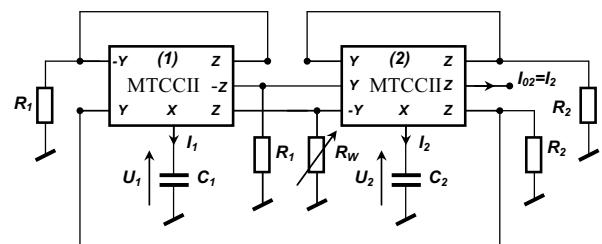
Inna wersja równań impedancyjnych opisujących oscylator, a pozwalająca na rozdzielenie sterowania warunkiem wzbudzenia i pulsacją wytwarzanych drgań ma postać:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & R_2 \\ -(R_1 + R_w) & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Wtedy na ich podstawie otrzymuje się równanie charakterystyczne, z którego wynika warunek wzbudzenia i pulsacja oscylatora:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (28)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_w}} \quad (29)$$



Rys. 8. Inna wersja oscylatora zrealizowana na podstawie macierzy impedancyjnej (27) z dodatkowymi zaciskami wyjściowymi Z i wejściowymi Y oraz rezystancją  $R_w$

Fig. 8. Current conveyor realization of oscillators structure based upon impedance equation (27) with additional input terminals Y, output terminals Z and resistance  $R_w$

Można je także przestrajać niezależnie zmianami rezystancji  $R_1$  i  $R_w$ . Wersja tego oscylatora z wszystkimi rezystancjami uziemionymi pokazana jest na rys. 8.

## 5. Podsumowanie

Jak wynika z przedstawionych przykładów, realizacja oscylatorów na podstawie opisującej je macierzy impedancyjnej pozwala uzyskać układy o wyjściach kwadraturowych napięciowych i prądowych i różnorodnych możliwościach regulacji ich właściwości.

## 6. Literatura

- [1] Senani R., Kumar B.A., Tripathi M. P.: Systematic generation of OTA-C sinusoidal oscillators. Electronics Letters, August 1990, vol. 26, no. 18, pp. 1457-1458.
- [2] Celma S., Martinez P.A., Carlosena A.: Approach to the synthesis of canonic RC-active oscillators using CCII. IEE Proc. Circuits Devices Syst., December 1994, vol. 141, pp. 493-497.
- [3] Celma S., Martinez P.A.: Transformation of sinusoidal oscillators using universal active elements. IEE Proc. Circuits Devices Syst., December 1995, vol. 142, pp. 353-356.
- [4] Senani R., Singh V.K.: Synthesis of canonic single resistance controlled oscillators using a single current feedback amplifier. IEE Proc. Circuits Devices Syst., February 1996, vol. 143, pp. 71-72.
- [5] Gupta S.S., Senni R.: State variable synthesis of single resistance controlled grounded capacitor oscillators using only two CFOAs. IEE Proc. Circuits Devices Syst., April 1998, vol. 145, pp. 135-138.
- [6] Tao Y., Fidler J.K.: Generation of second-order single-OTA RC oscillators. IEE Proc. Circuits Devices Syst., August 1998, vol. 145, pp. 271-277.
- [7] Topór-Kamiński L.: Wzmacniacze elektroniczne w układach aktywnych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Podręcznik Akademicki. Gliwice 2000, str. 336.
- [8] Tao Y., Fidler J.K.: Electronically tunable dual-OTA second-order sinusoidal oscillators/filters with non-interacting controls: a systematic synthesis approach. IEEE Trans. on AAS – Part 1. vol. 47, no. 2, February 2000, pp. 117-129.
- [9] Topór-Kamiński L., Holajn M.: Wielozaciskowy konwejer prądowy. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Seria Monografie. Zeszyt 26, Gliwice, 2001. str. 165.
- [10] Aggarwal V.: Evolving sinusoidal oscillators using genetic algorithms. Proc. The NASA/ DoD Conf. on Evolvable Hardware, Chicago, July 2003, pp. 67-76.
- [11] Topór-Kamiński L., Pasko M.: Digitally tuned sinusoidal oscillator using one multiple-input operational amplifiers. Institute of Electrical Engineering. Acad. Sci. Czech Republic. Acta Techn. CSAV 49, 2004, pp. 257-266.
- [12] Topór-Kamiński L., Kumor A.: Sinusoidalny generator wielofazowy z zastosowaniem różnicowo-różnicowych wzmacniaczy operacyjnych. X konferencja Naukowo-Techniczna Zastosowania Komputerów w Elektrotechnice, Poznań 2005.
- [13] Singh V.K., Sharma R. K., Singh A. K., Bhaskar D. R., Senani R.: Two new canonic single-CFOA oscillators with single resistor controls. IEEE Trans. on AAS – II. vol. 52, no. 12, December 2005, pp. 860-864.
- [14] Singh V.: Equivalent forms of dual-OTA RC oscillators with application to grounded-capacitor oscillators. IEE Proc. Circuits Devices Syst., April 2006, vol. 153, pp. 95-99.
- [15] Topór-Kamiński L.: Digitally tuned sinusoidal oscillator using multiple-output current operational amplifier for applications in high stable acoustical generators. Molecular and Quantum Acoustics. Annual Journal of Polish Academy of Sciences. Upper Silesian Division of the Polish Acoustical Society, Vol. 27, 2006, pp. 295-300.
- [16] Horng J.-W., Lin S.-F., Yang Ch.-T.: Sinusoidal oscillators using current conveyors and grounded capacitors. J. of Active and Passive Electronic Devices, Old City Publishing, Inc., vol. 2, 2007, pp. 127-136.

Artykuł recenzowany

## INFORMACJE

# Studia Podyplomowe

Wydział Elektryczny Politechniki Śląskiej w Gliwicach, Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki ogłasza nabór na Dwusemestralne Zaoczne Studia Podyplomowe

## Organizacja i Akredytacja Laboratoriów

Studia prowadzone są na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, w systemie zaocznym w każdą sobotę lub w co drugi weekend (do wyboru) przez dwa semestry. Zajęcia prowadzone są przez nauczycieli akademickich ze stopniem co najmniej doktora oraz przez zaproszonych Gości o uznanym dorobku i autorytecie. Studia obejmują 200 godzin dydaktycznych. Rozpoczęcie Studiów nastąpi po skompletowaniu odpowiedniej liczby kandydatów na dany rodzaj studiów.

### Organizator studiów:

Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki Politechniki Śląskiej, 44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, tel. 032 237 12 41, fax: 032 237 20 34, e-mail: re2@polsl.pl lub agnieszka.skorkowska@polsl.pl, http://imeia.elekt.polsl.pl

### Kierownik studiów:

Prof. dr hab. inż. Tadeusz SKUBIS