

Krzysztof BOJDOŁ, Marian KAMPIK

POLITECHNIKA ŚLĄSKA, INSTYTUT METROLOGII, ELEKTRONIKI I AUTOMATYKI

Metoda obliczania cyfrowych próbek sygnału wytwarzanego przez cyfrowe źródło wzorcowego napięcia przemiennego z przetwornikiem cyfrowo-analogowym z modulacją szerokości impulsów

Dr inż. Marian KAMPIK

W 1988 roku ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej, na którym w 1996 roku z wyróżnieniem obronił pracę doktorską. Od 1988 roku jest pracownikiem naukowo-dydaktycznym w Instytucie Metrologii, Elektroniki i Automatyki Politechniki Śląskiej. Jest autorem około siedemdziesięciu publikacji, w tym dwu monografii. Interesuje się wzorcami wielkości elektrycznych, szczególnie napięcia przemiennego i stałego.



e-mail: marian.kampik@polsl.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę obliczania cyfrowych próbek sygnału sinusoidalnego wytwarzanego przez cyfrowe źródło wzorcowego napięcia przemiennego, wyposażone w jednobitowy przetwornik cyfrowo-analogowy (c/a), w którym wykorzystano modulator szerokości impulsów (PWM). Opracowana metoda umożliwiła minimalizację drugiej i trzeciej harmonicznej generowanego sygnału oraz zapewnia korekcję wartości skutecznej składowej podstawowej.

Słowa kluczowe: wzorce napięcia przemiennego, kalibratory, przetworniki cyfrowo-analogowe.

A method of calculation of digital samples of the signal generated by the digital source of standard ac voltage with pulse-width modulator digital-to-analog converter

Abstract

The paper describes a method of calculation of digital samples of the sinusoidal signal generated by a digital source of the standard ac voltage, equipped with a pulse-width modulated one-bit digital to analog converter (DAC). The presented method allows reduction of the second and third harmonics and provides correction of the fundamental.

Keywords: ac voltage standards, calibrators, digital to analog converters.

1. Wstęp

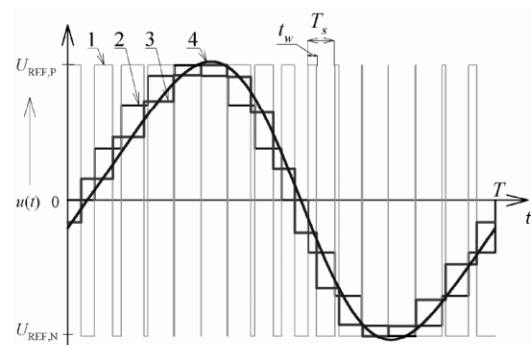
Cyfrowe źródło wzorcowego napięcia przemiennego wytwarza sygnał o kształcie zbliżonym do sinusoidy [1, 2, 3]. Wartość skuteczna napięcia tego sygnału charakteryzuje się bardzo dużą stabilnością, a po zastosowaniu odpowiedniej metody wzorcowania wartość ta jest znana z dużą dokładnością [4].

W cyfrowych źródłach wzorcowego napięcia przemiennego wykorzystywane są z reguły wielobitowe przetworniki cyfrowo-analogowe. Przetworniki te w swojej strukturze zawierają co najmniej kilkanaście rezystorów oraz innych elementów analogowych. Niestabilność czasowa i temperaturowa rezystancji tych elementów ogranicza dokładność napięcia wytwarzanego przez źródło.

Alternatywnym rozwiązaniem jest zastosowanie w źródle jednobitowego przetwornika cyfrowo-analogowego, współpracującego z modulatorem szerokości impulsów (PWM) [5, 6]. Podstawowa struktura takiego przetwornika zawiera jeden odpowiednio sterowany przełącznik analogowy oraz filtr dolnoprzepustowy. W pracy [5] opisano wyniki badań prototypu źródła tego rodzaju. Wynika z nich, że sygnał wytwarzany przez to źródło jest odkształcony. W niniejszej pracy zaproponowano metodę minimalizacji tych zniekształceń oraz sposób korekcji wartości skutecznej składowej podstawowej.

2. Właściwości widmowe sygnału sinusoidalnego odtwarzanego w przetworniku C/A PWM

Na rys. 1 przedstawiono przebieg czasowy, uzyskiwany na wyjściu przetwornika c/a z modulacją szerokości impulsów. Rysunek sporządzono przy założeniu, iż przetwornik odtwarza sygnał sinusoidalny składający się z N próbek w okresie T generowanej sinusoidy.



Rys. 1. Odtwarzanie przebiegu sinusoidalnego za pomocą przetwornika c/a z modulacją PWM. Opis oznaczeń w tekście

Fig. 1. Reconstruction of the sinusoidal waveform by means of the PWM DAC. Symbols are described in the text

Prostokątny sygnał wyjściowy (przebieg 1) przyjmuje wartości odpowiadające dwóm napięciom odniesienia: $U_{REF,P}$ (stan wysoki) oraz $U_{REF,N}$ (stan niski). Napięcia te są bardzo stabilne, a ich wartość jest wyznaczana podczas kalibracji źródła. Czas trwania stanu wysokiego n -tej próbki jest równy $t_{w,n}$, natomiast czas trwania stanu niskiego wynosi $T_s - t_{w,n}$, gdzie T_s jest okresem impulsów prostokątnych. Generacja kolejnych próbek przebiegu sinusoidalnego odtwarzanego za pomocą cyfrowo-analogowego przetwornika PWM odbywa się poprzez zmianę współczynnika wypełnienia $k_{w,n}$ przebiegu prostokątnego w każdym okresie T_s wg zależności:

$$k_{w,n} = \frac{t_{w,n}}{T_s} = \frac{1}{2} + \frac{M}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right), \quad (1)$$

gdzie $t_{w,n}$ jest czasem trwania stanu wysokiego, a parametr M jest współczynnikiem głębokości modulacji, $M = 0 \dots 1$.

Wartość średnia napięcia U_n obliczona za okres T_s n -tego prostokątnego impulsu odpowiada cyfrowej wartości odtwarzanej

próbki sygnału sinusoidalnego, która jest aktualnie podana na wejście przetwornika c/a. W dalszej części pracy zakłada się, że wartości te są stabilizowane i równe współczynnikom wypełnienia $k_{w,n}$ przebiegu prostokątnego. Przy założeniu $U_{REF,P} = |U_{REF,N}| = U_{REF}$ wartość średnia napięcia U_n każdej próbki jest równa

$$U_n = U_{REF} (2k_{w,n} - 1) = U_{m,1}^* \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right), \quad (2)$$

gdzie

$$U_{m,1}^* = M U_{REF} \quad (3)$$

jest amplitudą składowej podstawowej generowanego przebiegu, a

$$U_1^* = M \frac{U_{REF}}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

jest zadaną wartością skuteczną tego przebiegu. Z powyższych zależności wynika możliwość zmiany amplitudy harmonicznnej podstawowej generowanego napięcia poprzez zmianę współczynnika głębokości modulacji M . Wartość współczynnika wypełnienia $k_{w,n}$ n -tego impulsu prostokątnego dla zadanej wartości skutecznej U_1^* wytwarzanego przebiegu sinusoidalnego oblicza się ze wzoru

$$k_{w,n} = \frac{1}{2} + U_1^* \frac{\sqrt{2}}{2U_{REF}} \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right). \quad (5)$$

Nominalnie okres uśredniania w zal. (2) obejmuje czas trwania stanu wysokiego $t_{w,n}$ oraz następujący po nim czas trwania stanu niskiego $T_s - t_{w,n}$. Próbkę uzyskane w wyniku takiego uśredniania są reprezentowane przez przebieg 2 na rys. 1. Jeżeli jednak obliczy się wartość średnią w okresie czasu obejmującym czas trwania stanu niskiego danej próbki $T_s - t_{w,n}$ oraz czas trwania stanu wysokiego próbki następnego $t_{w,n+1}$, to uzyskane w wyniku takiego uśredniania próbki nie odpowiadają już wartościom cyfrowych próbek sinusoidy, doprowadzonych na wejście przetwornika c/a [5]. Próbkę te są reprezentowane przez przebieg 3 na rys. 1. Po odfiltrowaniu harmonicznnych zlokalizowanych wokół częstotliwości $1/T_s$ i jej wielokrotności, przebieg ten jawi się jako zniekształcona sinusoida, której zbrocze opadające ma większą stromość niż narastające (przebieg 4 na rys. 1). Analiza widmowa wykazuje, iż odkształcenie to jest spowodowane występowaniem drugiej oraz trzeciej harmonicznnej o znacznych wartościach.

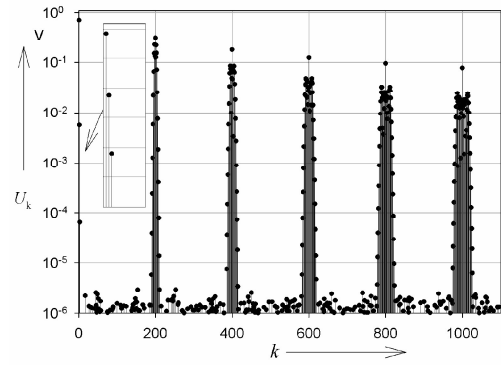
W celu przeprowadzenia analizy harmonicznnej przebiegu na wyjściu, rozwija się go w zespolony szereg Fouriera. Przy założeniu $U_{REF,P} = |U_{REF,N}| = U_{REF}$, otrzymuje się współczynniki $U_{m,k}$ poszczególnych wyrazów tego szeregu o wartościach równych:

$$U_{m,k} = \frac{4U_{REF}}{k\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \sin\left(k\pi \frac{k_{w,n}}{N}\right) \cdot e^{-jk\pi \left(\frac{2n+k_{w,n}}{N}\right)}. \quad (6)$$

Współczynniki $U_{m,k}$ reprezentują zespolone amplitudy harmonicznnych sygnału wytwarzanego przez źródło. Wartości skuteczne poszczególnych składowych oblicza się ze wzoru:

$$U_k = \frac{2\sqrt{2}U_{REF}}{k\pi} \left| \sum_{n=0}^{N-1} \sin\left(k\pi \frac{k_{w,n}}{N}\right) \cdot e^{-jk\pi \left(\frac{2n+k_{w,n}}{N}\right)} \right| \quad (7)$$

Przykładowe widmo tego sygnału przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Widmo amplitudowe sygnału sinusoidalnego odtwarzanego w przetworniku c/a PWM

Fig. 2. Amplitude spectrum of the sinusoidal waveform generated using PWM DAC

Widmo obliczono dla $N=200$ próbek w okresie wytwarzanego sygnału, przyjmując $U_{REF} = 1$ V. Dodatkowo założono, iż czas t_w można nastawiać z rozdzielczością 16 bitów, przy czym najmniejszy przyrost Δt_w na jaki dzieli się jest okres impulsów T_s , jest równy $1/f_{CLK}$, gdzie f_{CLK} jest częstotliwością taktowania układu. Założona rozdzielczość nastawy czasu t_w odpowiada rozdzielczości wielobitowych przetworników c/a stosowanych w cyfrowych źródłach wzorcowego napięcia przemienne.

3. Minimalizacja drugiej i trzeciej harmonicznnej sygnału wytwarzanego przez źródło

Przebieg czasowy przebiegu wytwarzanego przez źródło z cyfrowo-analogowym przetwornikiem PWM można opisać w dziedzinie czasu korzystając z rozwinięcia w szereg Fouriera:

$$u(t) = U_{m,1} \sin(\omega t + \varphi_1) + U_{m,2} \sin(2\omega t + \varphi_2) + U_{m,3} \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \quad (8)$$

W celu minimalizacji wyższych harmonicznnych należy zmodyfikować zależność (5), z której obliczany jest czas trwania stanu wysokiego każdej próbki. Modyfikacja ta polega na odpowiednim przesunięciu czasowym minimalizowanej harmonicznnej. Zmodyfikowana zależność ma następującą postać:

$$\tilde{k}_{w,n} = \frac{\tilde{t}_{w,n}}{T_s} = \frac{1}{2} + U_1^* \frac{\sqrt{2}}{2U_{REF}} \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right) - A_{m,2} \sin\left(2\frac{2\pi}{N} n + \varphi_2 - 2\varphi_1\right) - A_{m,3} \sin\left(3\frac{2\pi}{N} n + \varphi_3 - 3\varphi_1\right) \quad (9)$$

przy czym

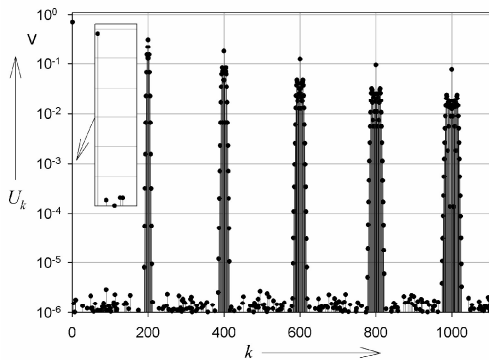
$$\tilde{k}_{w,n} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \tilde{k}_{w,n} < 0 \\ 1 & \text{gdy } \tilde{k}_{w,n} > 1 \end{cases} \quad (10)$$

oraz $A_{m,k} = U_k \frac{\sqrt{2}}{2U_{REF}}$.

Z rys. 2 wynika, że praktyczne znaczenie ma tylko minimalizacja drugiej i trzeciej harmonicznnej. Niestety obliczenie czasu trwania stanu wysokiego $\tilde{k}_{w,n}$ na podstawie (9) powoduje zmniejszenie amplitudy jedynie drugiej. Minimalizację amplitudy również i trzeciej harmonicznnej uzyskuje się, jeżeli czwarty składnik wzoru (9) uwzględni się z przeciwnym znakiem. Współczynnik wypełnienia $\tilde{k}_{w,n}$ n -tej próbki oblicza się wówczas ze wzoru:

$$\tilde{k}_{w,n} = \frac{1}{2} + U_1^* \frac{\sqrt{2}}{2U_{REF}} \sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) - A_{m,2} \sin\left(2\frac{2\pi}{N}n + \varphi_2 - 2\varphi_1\right) + A_{m,3} \sin\left(3\frac{2\pi}{N}n + \varphi_3 - 3\varphi_1\right) \quad (11)$$

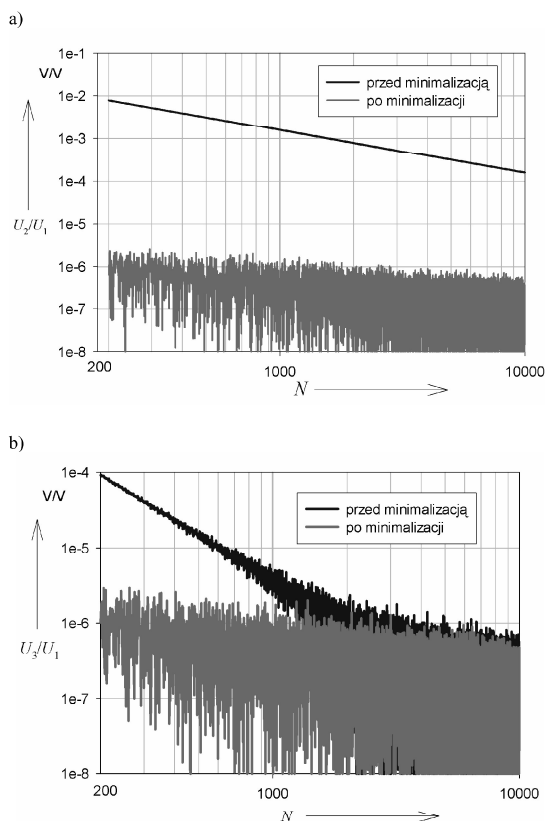
Na rys. 3 przedstawiono widmo sygnału obliczone po zastosowaniu powyższej zależności. Uzyskano je przy założeniach przyjętych dla sygnału o widmie przedstawionym na rys. 2.



Rys. 3. Widmo amplitudowe po obliczeniu wartości czasu $\tilde{t}_{w,n}$ ze wzoru (11)

Fig. 3. Amplitude spectrum after calculation of time $\tilde{t}_{w,n}$ using eq. (11)

Na rys. 4 zaprezentowano efekt opracowanej metody. Rysunek ten przedstawia zależność stosunku wartości skutecznej drugiej (rys. 4a) oraz trzeciej (rys. 4b) harmonicznej do wartości skutecznej składowej podstawowej od liczby próbek N przypadających na okres generowanej sinusoidy.



Rys. 4. Stosunek wartości skutecznej harmonicznej drugiej (a) oraz trzeciej (b) do składowej podstawowej w funkcji liczby odtwarzanych próbek

Fig. 4. The proportion of the second (a) and third (b) harmonic ac voltage to the ac voltage of the fundamental as a function of the number of samples per period

Z rys. 4 wynika, iż obliczanie cyfrowych wartości podawanych na wejście przetwornika c/a wynikającej z zał. (11) umożliwia stłumienie drugiej i trzeciej harmonicznej do wartości około 100 dB mniejszej od składowej podstawowej. Minimalizacja 3. harmonicznej jest pożądana w przypadku małej liczby próbek na okres, mniejszej od około 2000, ze względu na dużo większy spadek wartości skutecznej trzeciej harmonicznej przy wzroście N .

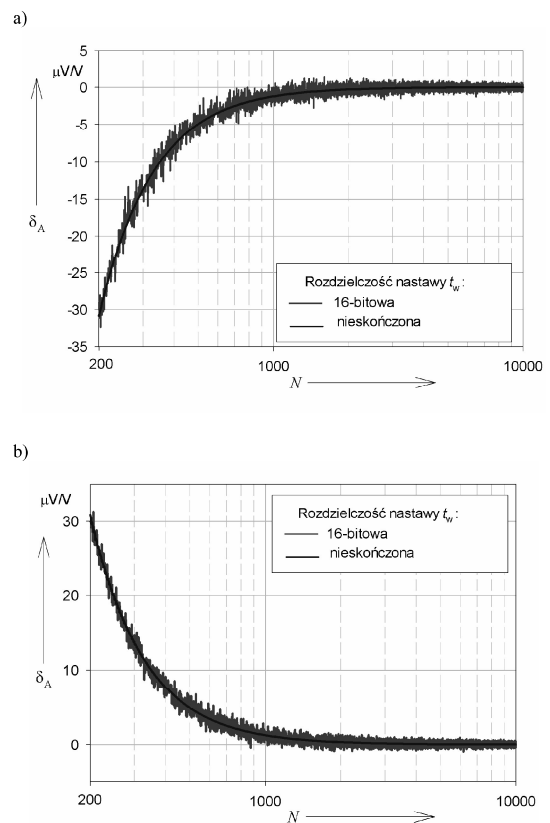
4. Korekcja wartości skutecznej składowej podstawowej wytwarzanego sygnału

Błąd odtworzenia wartości skutecznej napięcia składowej podstawowej widma sygnału wytwarzanego przez źródło definiuje się następująco:

$$\delta_A = \frac{U_1}{U_1^*} - 1, \quad (12)$$

gdzie U_1 jest wartością skuteczną napięcia składowej podstawowej widma wyznaczoną w wyniku analizy harmonicznej z zależności (7), a U_1^* jest nastawioną (zadaną) wartością skuteczną napięcia. Na rys. 5 przedstawiono zależność błędu δ_A w funkcji liczby odtwarzanych próbek N w przypadku gdy rozdzielczość nastawy czasu t_w jest:

- nieskończona,
- ograniczona do 16 bitów.



Rys. 5. Zależność błędu δ_A w funkcji liczby próbek N przy nie zminimalizowanej 2 i 3 harmonicznej (a) oraz po ich zminimalizowaniu (b)

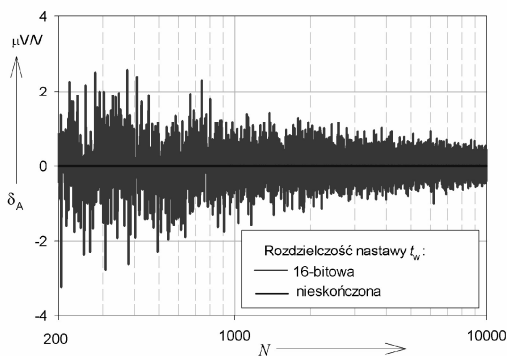
Fig. 5. Relationship between the relative error δ_A and the number of samples N per period without minimization of the 2nd and 3rd harmonic (a) and after minimization (b)

Z rys. 5 wynika, iż w przypadku nieograniczonej rozdzielczości nastawy czasu t_w , błąd δ_A jest monotoniczną funkcją liczby próbek N . Korzystne jest, aby ten błąd był równy zero, gdyż ułatwia to procedurę kalibracji oraz umożliwia bezpośrednią nastawę amplitudy przez zmianę wartości M . W celu spełnienia tego wy-

magania wartość współczynnika wypełnienia n -tego impulsu oblicza się z następującego wzoru:

$$\tilde{k}_{w,n} = \frac{1}{2} + U_1^* (1 - \delta_A) \frac{\sqrt{2}}{U_{REF}} \sin\left(\frac{2\pi}{N} n\right) - A_{m,2} \sin\left(2\frac{2\pi}{N} n + \varphi_2 - 2\varphi_1\right) + A_{m,3} \sin\left(3\frac{2\pi}{N} n + \varphi_3 - 3\varphi_1\right) \quad (13)$$

W tym przypadku należy również uwzględnić zależność (10). Na rys. 6. przedstawiono zależność błędu δ_A od liczby próbek w okresie N przy wykorzystaniu wzoru (13) do obliczania $\tilde{k}_{w,n}$. Widoczne jest istotne zmniejszenie wartości błędu dla małej liczby próbek N . Pozostały rozrzut wynika z ograniczoną rozdzielczością nastawy czasu $\tilde{t}_{w,n}$ (16 bitów).



Rys. 6. Zależność błędu δ_A w funkcji liczby próbek N przy wykorzystaniu wzoru (14) do obliczania $\tilde{k}_{w,n}$

Fig. 6. Relative error δ_A as a function of the number of samples N when eq. (14) is used to calculate $\tilde{k}_{w,n}$

5. Wnioski

Sygnal sinusoidalny wytwarzany przez źródło wzorcowego napięcia przemiennego z jednobitowym przetwornikiem c/a z modulacją PWM zawiera między innymi drugą i trzecią harmoniczną o relatywnie dużej wartości skutecznej względem wartości skutecznej składowej podstawowej. Wartości skuteczne tych harmonicznych maleją wraz ze zwiększaniem liczby odtwarzanych próbek N w okresie wytwarzanego sygnału.

Obliczanie współczynnika wypełnienia danej próbki według metody zaproponowanej w pracy pozwala na zmniejszenie amplitud harmonicznych drugiej i trzeciej do poziomu składowych widma wynikających z ograniczonej rozdzielczości nastawy współczynnika wypełnienia. Ograniczona rozdzielczość nastawy współczynnika wypełnienia modulatora jest przyczyną występowania w widmie dodatkowych harmonicznych, o wartościach proporcjonalnych do kwantu czasu $1/f_{CLK}$.

W pracy zaproponowano także metodę obliczania współczynnika wypełnienia umożliwiającą korekcję wartości skutecznej składowej podstawowej widma sygnału wytwarzanego przez źródło. Dla założonej 16-bitowej rozdzielczości nastawy współczynnika wypełnienia po zastosowaniu opracowanej metody pozostały błąd zawiera się w przedziale $\pm 3 \mu V/V$ dla liczby próbek w okresie $N > 200$.

Minimalizacja harmonicznych zlokalizowanych wokół częstotliwości taktowania modulatora PWM do poziomu harmonicznych wynikających z ograniczonej rozdzielczości nastawy współczynnika wypełnienia wymaga opracowania odpowiedniego filtra.

6. Literatura

- [1] Oldham N.M., Hetrick P.S., Zeng X.: A Calculable, Transportable Audio-Frequency AC Reference Standard, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 38, no.2, pp. 368-371, 1989.
- [2] Lapuh R., Svetik Z.: Evaluation of a Voltage Source with Three Calculable RMS Outputs, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 46, no. 4, pp. 784-788, 1997.
- [3] Kampik M., Skubis T. Wzorcowe źródło napięcia przemiennego o bardzo małej częstotliwości Materiały konferencji „Systemy pomiarowe w badaniach naukowych i w przemyśle SP'98”, s. 87-95, Politechnika Zielonogórska 1998r.
- [4] Kampik M., Metody kalibracji i autokalibracji źródeł wzorcowego napięcia przemiennego o małej częstotliwości, Podstawowe Problemy Metrologii, Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach, Seria Konferencje nr 8, Ustroń 2005, str. 259-266
- [5] Wright P.S., Pickering J.R An AC Voltage Standard Based on a PWM DAC, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., vol. 48, no. 2, pp. 457-461, April 1999.
- [6] Jedliński L., Kampik M., Źródło wzorcowego napięcia przemiennego wykorzystujące zasadę modulacji szerokości impulsów, Pomiar Automatyka Robotyka, nr 7-8/2004, str. 150-153.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

Zapraszamy do prenumeraty czasopisma PAK w 2008 roku

Cena prenumeraty rocznej: 192,00 zł netto/1 egz.

Prenumeratę i kolportaż prowadzą:

WYDAWNICTWO POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA
ul. Świętokrzyska 14A, pok. 530, 00-050 Warszawa, tel./fax: 022 827 25 40

Redakcja czasopisma POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA
44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, pok. 30b, tel./fax: 032 237 19 45,
e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl, www.pak.info.pl