

Bogdan GRZYWACZ

POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA, INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ

Koncepcja skalowania czasowego odpowiedzi liniowych i nieliniowych układów MIMO

Dr inż. Bogdan GRZYWACZ

Adiunkt w Instytucie Automatyki Przemysłowej Politechniki Szczecińskiej. Tematyka badań: filtry nieliniowe, pośrednia identyfikacja dynamiki, synteza sterowań dla obiektów nieliniowych. Był głównym inżynierem w kompleksie biurowo-hotelowym Pazim-Raddisson w Szczecinie, gdzie zdobył wiedzę i doświadczenie w zakresie eksploatacji i automatyki kompleksowej systemów technicznych w nowoczesnych budynkach o wielkich kubaturach.



e-mail: grzywacz@ps.pl

Streszczenie

Przedstawiono sposób syntezy takich sygnałów wejściowych dla obiektów typu MIMO, tak liniowych jak i nieliniowych, które umożliwiają dokładne skalowanie czasowe sygnałów na wyjściach tych obiektów. Rozważono implementację algorytmów skalowania w ramach typowej struktury MFC dla układów MIMO. Wskazano na zalety algorytmów sterowania opartych o skalowanie czasowe, tak w dziedzinie czasu, jak i w dziedzinie częstotliwości. Rozważania zilustrowano przykładami.

Słowa kluczowe: sterowanie obiektami MIMO, skalowanie czasowe odpowiedzi układów dynamicznych, sterowanie z wykorzystaniem zmiennych stanu.

Time-Scaling of Responses of Linear and Nonlinear MIMO Systems

Abstract

The idea of time-scaling of output signals of linear and nonlinear MIMO plants has been presented. The proposed method of perfect scaling can be applied, if so-called V-model of MIMO plant can be determined and SISO components of this model can be scaled separately by equipping them with input and feedback correctors "supplied" with associated state variables. It has been shown that control algorithms based on the idea of time-scaling can be implemented by using the typical Model Following Control structure for MIMO plants. The considerations are illustrated with examples.

Keywords: control of MIMO plants, time-scaling of system responses, control based on system state variables.

1. Wstęp

We współczesnych pracach z dziedziny sterowania można spotkać różne warianty stosowania technik skalowania czasowego. W oparciu o te techniki projektuje się, między innymi, obserwatory i regulatory dla pewnych klas obiektów nieliniowych [1, 2]. W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję rozwiązania następującego problemu:

Niech sygnały $y_1(t), \dots, y_q(t)$ (tworzące wektor wyjść $y(t)$) będą odpowiedziami układu MIMO na wymuszenia $u_1(t), \dots, u_p(t)$ (tworzące wektor wejść $u(t)$). Niech odpowiedzi układu $y_i(t)$, $i=1, \dots, q$, spełniają nałożone wymagania techniczne (kształt, stabilność, parametry charakteryzujące jakość regulacji, itd.), jednak są one „zbyt wolne” lub „zbyt szybkie”. Należy wyznaczyć sygnały sterujące $u_{A_1}(t), \dots, u_{A_p}(t)$ (tworzące wektor $u_A(t)$), które sprawią, że odpowiedzi układu przyjmą postać $y_1(A^{-1}t), \dots, y_q(A^{-1}t)$, gdzie „współczynnik skali czasu” $A > 0$.

Jeśli $A > 1$, wtedy odpowiedzi układu zostaną „przyspieszone” w porównaniu z odpowiedziami „naturalnymi”, otrzymanymi dla $A=1$. Wprowadzenie $0 < A < 1$ powoduje spowolnienie odpowiedzi układu. W obu przypadkach, gdy skalowanie układu zostanie

wykonane dokładnie, „kształty” odpowiedzi (a zatem takie parametry związane z kształtem, jak na przykład przeregulowania, błędy statyczne, stopnie tłumienia oscylacji, itd.) zostaną zachowane. Co więcej, dokładne skalowanie czasowe układu stabilnego nie spowoduje utraty stabilności, gdyż sterowanie $u_A(t)$ sprawia, że kolejność następujących po sobie amplitud tworzących sygnały wyjściowe zostaje zachowana, zaś od wartości A zależą tylko momenty pojawienia się poszczególnych amplitud na wyjściach układu. Jest to wyjątkowo korzystna cecha algorytmów sterowania bazujących na idei skalowania czasowego. Jeśli „przyspieszanie”, czy „spowalnianie” odpowiedzi obiektu odbywa się w sposób „klasyczny”, to jest poprzez zmianę parametrów lub algorytmu działania i parametrów regulatorów w pętach sprzężenia zwrotnego, wówczas narażamy się na niebezpieczeństwo utraty stabilności przez układ (sformułowanie warunków stabilności dla obiektów nieliniowych typu SISO, a tym bardziej typu MIMO, wcale nie jest zadaniem łatwym), nie mówiąc już o ilości prób, które trzeba wykonać, by chociaż w sposób przybliżony zachować pożądane kształty odpowiedzi obiektu. Niewątpliwą zaletą algorytmów sterowania opartych o koncepcję skalowania czasowego jest też możliwość natychmiastowej, nie wymagającej dodatkowych analiz, interpretacji własności układu w dziedzinie częstotliwości. Wynika to ze znanej własności: jeśli $y(t)$ ma reprezentację widmową $y(j\omega)$, wówczas reprezentacją $y(A^{-1}t)$ jest $Ay(jA\omega)$. Zatem znajomość reprezentacji częstotliwościowej układu przed skalowaniem (dla $A=1$) definiuje te własności dla dowolnego A , co więcej, wiele istotnych parametrów definiowanych w oparciu o reprezentację widmową (jak np. zapasy stabilności, częstotliwościowe miary interakcji pomiędzy torami transmisji sygnałów) można traktować jako inwariantne przy zmianach A .

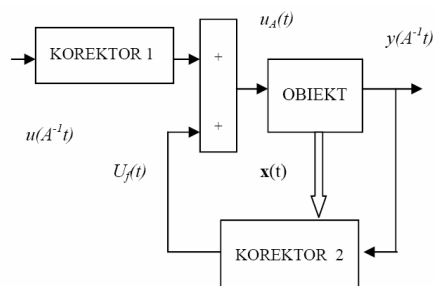
W [3] przedstawiano algorytmy sterowania bazujące na idei skalowania czasowego dla obiektów SISO o wejściu u i wyjściu y , gdy obiekty te mogą być reprezentowane modelami liniowymi typu transmitancja, a także dla obiektów nieliniowych, reprezentowanych równaniami stanu:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + u \\ y &= F(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie $f(\cdot)$ i $F(\cdot)$ reprezentują statyczne operacje nieliniowe, a $x_1(t), \dots, x_n(t)$ są składowymi wektora stanu $x(t)$. W [4] pokazano, jak można skalować czasowo odpowiedzi obiektów nieliniowych SISO reprezentowanych modelami Wienera lub Hammersteina, a także w przypadkach, gdy model obiektu stanowi kaskadowe połączenie elementarnych modeli Wienera i/lub Hammersteina. W [5] omówiono sposoby formowania pobudeń elektrycznych umożliwiających skalowanie czasowe wybranych przebiegów prądów i napięć w obwodach elektrycznych. Niniejsza praca przedstawia koncepcję skalowania czasowego odpowiedzi układów (obiektów) MIMO, tak liniowych, jak i nieliniowych. Pokazano, że metody skalowania układów SISO mogą być względnie łatwo wykorzystane do skalowania odpowiedzi układów MIMO, jeśli tylko dysponujemy ich modelami typu „V” [6].

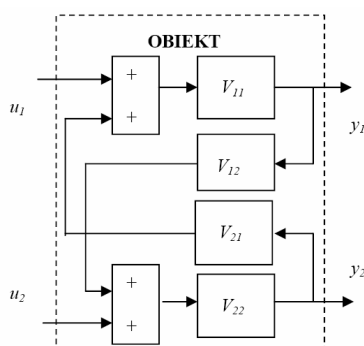
2. Skalowanie czasowe odpowiedzi układu MIMO

W rozważanych w [3, 4, 5] przypadkach skalowania obiektów SISO sygnał sterujący $u_A(t)$ jest formowany w układzie przedstawionym na rys. 1, gdzie $u(A^{-1}t)$ otrzymuje się poprzez przeskalowanie „naturalnego” sygnału wejściowego $u(t)$ sterującego obiektem przy $A=1$, a $x(t)$ jest wektorem stanu o składowych $x_1(t), \dots, x_n(t)$. Procedura projektowania korektorów 1 i 2 zależy od przynależności modelu matematycznego obiektu do jednej z rozpatrywanych w [3, 4] klas.



Rys. 1. Skalowanie czasowe liniowych i nieliniowych obiektów SISO
Fig. 1. The scheme for time-scaling of linear and nonlinear SISO plants

Obiekty MIMO modeluje się zwykle za pomocą tzw. struktury „P” lub „V” [6]. Załóżmy, że dysponujemy modelem „V” obiektu. Dla $p=q=2$ pokazano go na rys. 2, gdzie V_{ij} są operacjami (liniowymi lub nieliniowymi) realizowanymi na sygnałach – odpowiednio – wejściowych lub wyjściowych. Jeśli teraz dokonamy skalowania czasowego wszystkich elementów V_{ij} tworzących strukturę na rys. 2, czyli zastąpimy elementy typu SISO V_{ij} (rys. 2) przez odpowiadające im struktury jak na rys. 1 (gdzie V_{ij} pełni rolę „obektu”, zaś przez V_{ij} i V_{Fij} oznaczono odpowiednio operacje realizowane przez korektor „1” i odpowiednio korektor „2”), a ponadto „naturalne” pobudzenia $u_1(t)$, $u_2(t)$ zastąpimy przez ich przeskalowane odpowiedniki $u_1(A^{-1}t)$, $u_2(A^{-1}t)$, to na wyjściach w ten sposób zmodyfikowanej struktury z rys. 2 otrzymamy dokładnie przeskalowane odpowiedzi „naturalne”, to jest sygnały $y_1(A^{-1}t)$, $y_2(A^{-1}t)$. Jednak w przypadku sterowania rzeczywistymi obiektami nie możemy modyfikować ich wewnętrznej struktury, ani też zmieniać ich parametrów. Wobec takiego ograniczenia skalowania wyjść można dokonać jedynie poprzez modyfikację sygnałów bezpośrednio sterujących obiektem.



Rys. 2. Struktura obiektu MIMO typu „V”
Fig. 2. The „V” structure of MIMO plant

By określić formuły tworzenia takich sygnałów wejściowych należy przekształcić zmodyfikowaną w wyżej opisany sposób strukturę „V” obiektu na wielowymiarową strukturę o schemacie ogólnym jak na rys. 1, z tym, że występujące tam oznaczenia pojedynczych sygnałów u , u_A , y należy dostosować do notacji dla układów MIMO, to jest zastąpić odpowiednio wektorami $u(A^{-1}t)$, $u_A(t)$, $y(A^{-1}t)$.

W rezultacie odpowiednich przekształceń formalnych otrzymujemy następujące formuły definiujące sygnały wejściowe $u_A(t)$, które dokładnie skalują wyjścia obiektu:

$$u_{A1}(t) = V_{111}(u_1(A^{-1}t) + V_{A21}(y_2)) + V_{F11}(x_{11}, y_1) - V_{21}(y_2)$$

$$u_{A2}(t) = V_{122}(u_2(A^{-1}t) + V_{A12}(y_1)) + V_{F22}(x_{22}, y_2) - V_{12}(y_1) \quad (2)$$

Zgodnie z przyjętą konwencją w (2) użyto następujących oznaczeń: V_{111} , V_{122} – operacje realizowane przez korektory „1” (rys. 1) przyporządkowane elementom torów głównych obiektu V_{11} , V_{22} ; V_{F11} , V_{F22} – operacje realizowane przez korektory „2” przyporządkowane odpowiednio elementom torów głównych obiektu V_{11} i V_{22} ; V_{21} , V_{12} – operacje realizowane przez sprzężenia „skrośne” struktury na rys. 2; V_{A21} , V_{A12} – przeskalowane czasowo operacje V_{21} , V_{12} (przykładowo, jeśli $z_1(t) = V_{21}(y_2(t))$, to $z_1(A^{-1}t) = V_{A21}(y_2(A^{-1}t))$; $x_{11}(t)$, $x_{22}(t)$ – wektory stanu dla elementów w torach głównych V_{11} , V_{22} . Formuły (2) mogą być łatwo uogólnione na większą ilość wejść i wyjść obiektu:

$$u_{Am}(t) = V_{1mm}(u_m(A^{-1}t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^p V_{Ajm}(y_j)) +$$

$$+ V_{Fmm}(x_{mm}, y_m) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^p V_{jmm}(y_j), \quad m, j = 1, \dots, p. \quad (3)$$

Przykład 2.1.

Założmy, że kształty odpowiedzi $y_1(t), y_2(t)$ obiektu MIMO o strukturze „V” zdefiniowanej transmitancjami:

$$V_{11}(s) = \frac{s + 4}{s^3 + 5s^2 + 7s + 3},$$

$$V_{22}(s) = \frac{s + 4}{(s + 2)^2},$$

$$V_{21}(s) = -\frac{1}{s + 3},$$

$$V_{12}(s) = -\frac{s + 1}{s + 2}, \quad (4)$$

spełniają wymagania techniczne, jednak odpowiedzi te są zbyt „wolne” lub zbyt „szybkie”. Skalowanie czasowe tych odpowiedzi można wykonać modyfikując sygnały wejściowe obiektu zgodnie z (2).

Transmitancję

$$G(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (5)$$

można traktować jako szczególny przypadek układu (1), gdzie

$$f(.) = -a_0x_1 - a_1x_2 - \dots - a_{n-1}x_n$$

$$F(.) = b_0x_1 + b_1x_2 + \dots + b_{n-1}x_n$$

W [3] pokazano, że skalowanie czasowe obiektu SISO typu (5) może być realizowane w układzie jak na rys. 1, gdzie korektor „1” dany jest transmitancją:

$$K(s) = \frac{Ab_{n-1}s^{n-1} + \dots + A^{n-1}b_1s + A^n b_0}{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}, \quad (6)$$

a sygnał wyjściowy U_f korektora „2” definiuje wyrażenie:

$$U_f = -(a_0(A^n - 1)x_1 + a_1x_2(A^{n-1} - 1) + \dots + a_{n-1}(A-1)x_n) \quad (7)$$

Dla elementów tworzących obiekt (4) otrzymujemy stąd:

$$V_{111}(s) = \frac{A^2s + 4A^3}{s + 4},$$

$$V_{A21}(s) = -\frac{A}{s + 3A},$$

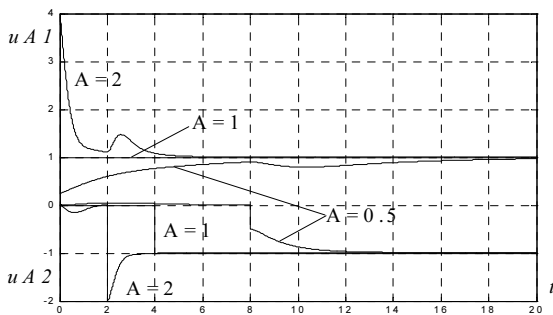
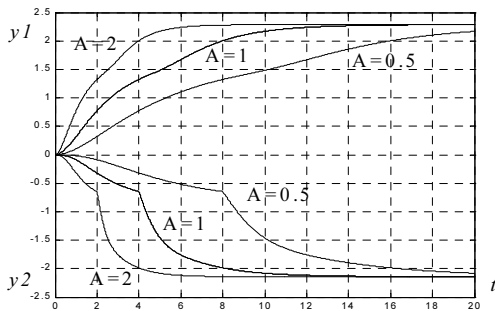
$$V_{F11}(x_{11}, y_1) = -3(A^3 - 1)x_{111} - 7(A^2 - 1)x_{112} - 5(A - 1)x_{113},$$

$$V_{122}(s) = \frac{As + 4A^2}{s + 4},$$

$$V_{A12}(s) = -\frac{s + A}{s + 2A},$$

$$V_{F22}(x_{22}, y_2) = -4(A^2 - 1)x_{221} - 4(A - 1)x_{222}. \quad (8)$$

Powyższe zależności pozwalają zbudować sprzężenia wokół obiektu zgodnie z (2), co z kolei umożliwia generowanie sygnałów wejściowych $u_{A1}(t)$, $u_{A2}(t)$ skalujących wyjścia obiektu. Przykładowe wyniki skalowania wyjść przedstawiono na rys. 3.



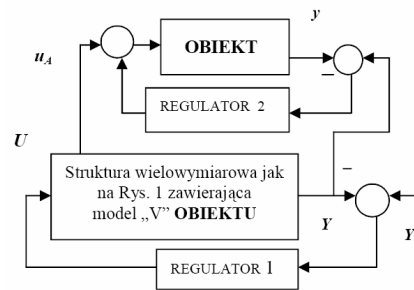
Rys. 3. Odpowiedzi obiektu (4) skalowanego według (2). Odpowiedzi dla $A=0.5$ i $A=2$ dokładnie zachowują kształt odpowiedzi „naturalnych” (dla $A=1$). Poniżej: sygnały wejściowe u_{A1} , u_{A2} . Dla $A=1$ mamy $u_1(t) = u_{A1}(t) = 1(t)$, $u_2(t) = u_{A2}(t) = -1(t-4)$

Fig. 3. The plant outputs y_1 and y_2 scaled according to formulae (2). The responses y_1 and y_2 for $A=0.5$ and $A=2$ “conserve” the reference forms obtained for $A=1$. Below: the plant inputs u_{A1} and u_{A2} . For $A=1$ is $u_1(t) = u_{A1}(t) = 1(t)$, $u_2(t) = u_{A2}(t) = -1(t-4)$

3. Praktyczne aspekty stosowania proponowanej koncepcji

Skalowanie wyjść obiektów MIMO odbywa się na zasadzie wykorzystania sprzężeń od stanu obiektu, a zatem zmienne stanu dla operacji V_{ii} w torach głównych struktury „V” muszą być dostępne lub rekonstruowane z wykorzystaniem obserwatorów,

czy też modelu obiektu. Właśnie dlatego w zastosowaniach związanych ze skalowaniem czasowym sygnałów w układach sterowania należy zasugerować użycie struktury MFC (Model Following Control), której własności opisano obszernie w [7]. Wielowymiarowy regulator „1” steruje odpowiednikiem MIMO struktury pokazanej na rys. 1 zawierającej V-model obiektu. Sygnały $u_A(u_{A1}, u_{A2}, \dots, u_{Ap})$ sterują obiektem, a ewentualne błędy związane z niedokładną identyfikacją modelu obiektu kompensuje wielowymiarowy regulator „2”. Należy zwrócić uwagę, że obiekt może mieć dowolną strukturę wewnętrzną, nie musi to być wcale struktura „V”. Warto też dodać, że zmiana współczynnika skali czasu A wymaga przestrojenia nie tylko korektorów współpracujących z modelem „V” obiektu, ale także wszystkich stałych czasowych regulatorów, zgodnie ze schematem: $T_A = A^{-1}T$, gdzie T – stała czasowa dla $A=1$. By uzyskać przebiegi $y(A^{-1}t)$ na wyjściu obiektu (rys. 4) należy spełnić powyższe warunki, a ponadto „naturalne” sygnały zadane $Y_o(t)$ należy zastąpić sygnałami $Y_o(A^{-1}t)$.



Rys. 4. Struktura MFC
Fig. 4. The MFC control structure

Przykład 3.1.

Wewnętrzna struktura obiektu na rys. 4 odpowiada modelowi typu „P”[6], tzn. $y_1 = P_{11}(u_1) + P_{12}(u_2)$, $y_2 = P_{21}(u_1) + P_{22}(u_2)$, gdzie P_{ij} – operacje na sygnałach wejściowych, odpowiednio u_1 , u_2 . By nie odwoływać się do sposobów skalowania nieliniowych układów SISO założmy, że obiekt jest liniowy, a operacje P_{ij} definiują transmitancje:

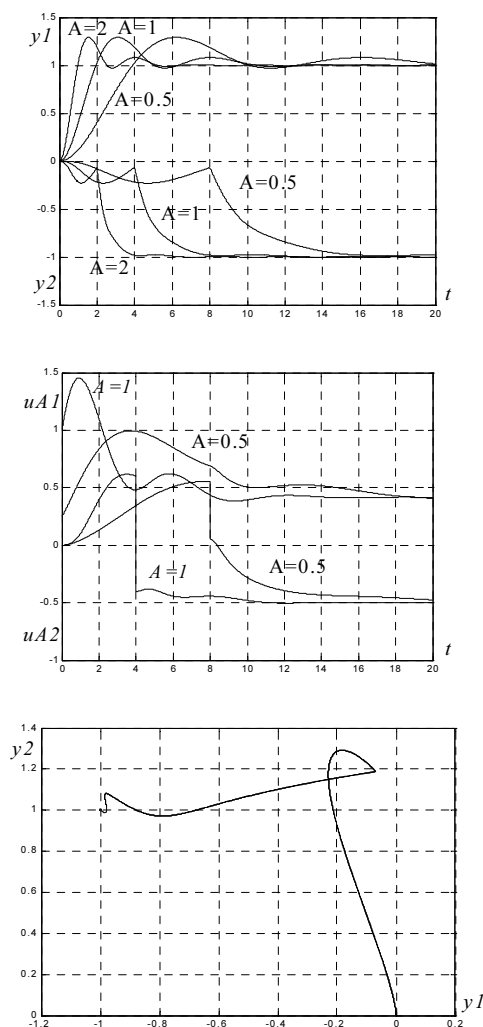
$$P_{11}(s) = \frac{s^5 + 13s^4 + 66s^3 + 166s^2 + 200s + 96}{s^7 + 14s^6 + 82s^5 + 260s^4 + 471s^3 + 500s^2 + 276s + 56},$$

$$P_{22}(s) = \frac{s^5 + 13s^4 + 65s^3 + 155s^2 + 174s + 72}{s^6 + 13s^5 + 69s^4 + 191s^3 + 280s^2 + 220s + 56},$$

$$P_{12}(s) = -\frac{s^3 + 10s^2 + 32s + 32}{s^7 + 14s^6 + 82s^5 + 260s^4 + 471s^3 + 500s^2 + 276s + 56},$$

$$P_{21}(s) = -\frac{s^3 + 11s^2 + 40s + 48}{s^6 + 13s^5 + 69s^4 + 191s^3 + 280s^2 + 220s + 56} \quad (8)$$

Można pokazać, że model „V” obiektu (8) dany jest zależnościami (4). Dysponując korektorami (8) określonymi w przykładzie 2.1 można na podstawie (2) wyznaczyć wielowymiarową strukturę podobną do tej z rys. 1, zawierającą model „V” obiektu w postaci (4). Struktura ta umieszczona w pętli sterowania modelem (rys. 4) generuje sygnały $u_A(u_{A1}, u_{A2})$ sterujące wejściami obiektu tak, by na jego wyjściach otrzymać odpowiednio $y_1(A^{-1}t)$, $y_2(A^{-1}t)$. Wyniki skalowania czasowego uzyskane w strukturze MFC pokazano na rys. 5. Symulację przeprowadzono umieszczając identyczne regulatory PI o funkcjach przejścia $G_R(s) = (I + A s^{-1})$ we wszystkich czterech pętlach regulacyjnych. Jako „naturalne” sygnały odniesienia przyjęto $Y_{o1}(t)=1(t)$, $Y_{o2}(t)=-1(t-4)$.



Rys. 5. Precyzyjne skalowane odpowiedzi obiektu y_1, y_2 uzyskane w strukturze MFC dla $A=0.5, 1, 2$. Poniżej: wybrane sygnały sterujące u_{A1}, u_{A2} . U dołu: identyczne dla wszystkich A trajektorie $y_2(y_1)$

Fig. 5. Upper figure: the precisely scaled plant responses y_1, y_2 obtained in MFC structure for $A=0.5, 1, 2$. Below: the selected signals u_{A1}, u_{A2} generated in reference loops. The bottom figure: identical trajectories $y_2(y_1)$ for each A

4. Wnioski

1. Przedstawiono algorytmy skalowania czasowego odpowiedzi obiektów MIMO w oparciu o ich modele o strukturze „V”, gdy elementy składowe SISO tych modeli – tak liniowe, jak i nieli-

niowe - dają się modelować przy pomocy struktury pokazanej na rys. 1. Efekt skalowania czasowego wyjść obiektu osiągany jest bez ingerencji w wewnętrzną strukturę obiektu, a jedynie poprzez realizację sprzężeń zewnętrznych od stanu i wyjść obiektu (lub jego modelu, gdy używa się struktury MFC).

2. Przyspieszanie odpowiedzi obiektu wymaga zwiększenia maksymalnych amplitud sygnałów sterujących, prędkości i przyspieszeń członów wykonawczych, itd., co wywołuje wzrost amplitud sygnałów „wewnątrz” obiektu. Zatem względy techniczne będą decydować o dopuszczalnym zakresie zmian współczynnika A . Stosując inne metody przyspieszania odpowiedzi obiektu napotkamy na podobne ograniczenia techniczne.
3. Skalowanie czasowe nie destabilizuje układu, zachowuje kształt odpowiedzi, ma prostą interpretację w dziedzinie częstotliwości (problem tłumienia zakłóceń!). Jeśli odpowiedziami obiektu MIMO są przemieszczenia, to przyspieszanie, czy spowalnianie ruchu (np. ramienia robota) przez skalowanie czasowe przemieszczeń wzdłuż osi x, y, z , nie zmienia trajektorii przestrzennej reprezentującej ruch (rys. 5).

5. Literatura

- [1] P. Moya, R.Ortega, M. Netto, L.Praly: Application of Nonlinear Time-Scaling for Robust Controller Design of Reaction Systems. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, vol. 12, 2002, pp. 57-69.
- [2] W. Respondek, A. Pogromsky, H. Nimeijer: Time scaling for observer design with linearizable error dynamics. Automatica, vol. 40, no 40, February 2004, pp. 277-285.
- [3] M. Durnaś, B. Grzywacz: Application of idea of time-scaling to synthesis of linear and nonlinear control systems. Proc. of 7th IEEE Int. Conf. Methods and Models In Automation and Robotics, Międzyzdroje, Poland, 2001, pp. 284-290.
- [4] M. Durnaś, B. Grzywacz: Application of idea of time-scaling to control of nonlinear plants represented by cascade consisting of Wiener and Hammerstein models. Proc. of 8th IEEE Int. Conf. Methods and Models in Automation and Robotics, Szczecin, Poland, 2002, pp. 1263-1268.
- [5] B. Grzywacz: The Forming of Electrical Excitations by Using of Rules of Time-Scaling. The 13th IEEE Mediterranean Electro-Technical Conference MELECON, Malaga, Spain, 2006, pp. 429-432.
- [6] L. Chen Hui: General Decoupling Theory of Multivariable Process Control Systems. Berlin, New York, Springer-Verlag, 1983.
- [7] S. Skoczowski, R. Osypiuk, K. Pietruszewicz: Odporna regulacja PID o dwóch stopniach swobody. PWN, Warszawa, 2006.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

Zapraszamy do prenumeraty czasopisma PAK w 2008 roku

Cena prenumeraty rocznej: 192,00 zł netto/1 egz.

Prenumeratę i kolportaż prowadzą:

WYDAWNICTWO POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA
ul. Świętokrzyska 14A, pok. 530, 00-050 Warszawa, tel./fax: 022 827 25 40

Redakcja czasopisma POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA
44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, pok. 30b, tel./fax: 032 237 19 45,
e-mail: wydawnictwo@pak.info.pl, www.pak.info.pl