

Jakub WOJTURSKI

POLITECHNIKA RZESZOWSKA, ZAKŁAD METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Metoda weryfikacji poprawności wskazań mierników *THD*

Dr inż. **Jakub WOJTURSKI**

W 1995 roku ukończył studia w Politechnice Rzeszowskiej na Wydziale Elektrycznym. Od 1995 roku zatrudniony jako asystent a od 2004 roku jako adiunkt w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zainteresowania naukowe obejmują: pomiary wielkości nieelektrycznych, głównie pomiary temperatury za pomocą platynowych termometrów rezystancyjnych, oraz wzorcowe pomiary współczynnika zawartości harmoniczych.



e-mail: wojtur@prz.edu.pl

Streszczenie

W artykule opisano metodę sprawdzania dokładności wskazań mierników zawartości harmoniczych za pomocą sygnału napięciowego zawierającego wzorcową, ściśle określoną wartość współczynnika zawartości harmoniczych (*THD*). Wyznaczono zależność wartości *THD* oraz jego niepewności od kształtu trójkątnego sygnału napięciowego o zmiennej symetrii. Przedstawiono wyniki sprawdzenia właściwości metrologicznych miernika zniekształceń nieliniowych PMZ-8A na wybranym zakresie pomiarowym. Zweryfikowano dokładność zaproponowanej metody.

Słowa kluczowe: zniekształcenia nieliniowe, współczynnik zawartości harmoniczych, weryfikacja poprawności wskazań miernika, wzorzec.

Verification of the indication correctness of total harmonic distortion meters

Abstract

In the article, method of total harmonic distortion meters accuracy verification, by the use of voltage signal with standard, exactly defined, value of total harmonic distortion (*THD*) factor was described. Dependence of *THD* factor value and its uncertainty as the relationship of triangle signal shape with changing symmetry was calculated. Results of metrological properties verification for PMZ-8A non-linear distortion meter on selected measuring range were shown. Accuracy of the proposed method was verified.

Keywords: non-linear distortion, total harmonic distortion factor, verification of instrument's indication correctness, standard.

1. Wstęp

Zniekształcenia nieliniowe sygnału pojawiają się wszędzie tam, gdzie w obwodach elektrycznych stosuje się elementy o nieliniowej charakterystyce prądowo-napięciowej. Zniekształcenia są zwykle zjawiskiem szkodliwym, dlatego istnieje konieczność posiadania możliwości dokładnej oceny stopnia zniekształceń. Miarą stopnia zniekształceń mogą być różne współczynniki, m.in. współczynnik zawartości harmoniczych *THD* [1] (w zagadnieniach związanych z kompatybilnością elektromagnetyczną określane jako całkowity współczynnik odkształcenia harmonicznymi [2]). Estymata *THD*, definiowana dla sygnału napięciowego, modelowana jest za pomocą wyrażenia

$$THD = \sqrt{\sum_{i=2}^n \left(\frac{U_i}{U_1}\right)^2}, \quad (1)$$

gdzie: U_i - wartość skuteczna napięcia i -tej harmonicznej, U_1 - wartość skuteczna napięcia pierwszej harmonicznej, n - rząd harmonicznej (n określane jest w odpowiednich normach dotyczących wartości dopuszczalnych).

Przyrządy służące do estymacji wartości *THD* nazywane są miernikami zawartości harmoniczych (MZH). Przyrządy te mogą

być zarówno analogowe (mierniki z tłumieniem lub kompensacją podstawowej harmonicznej [3]), jak i cyfrowe (mierniki z analizą widmową sygnału) [4]. Dla mierników analogowych, działających na zasadzie eliminacji podstawowej składowej napięcia z badanego przebiegu, wartość skuteczna napięcia wyższych harmonicznych odniesiona jest do całkowitej wartości skutecznej sygnału a nie do wartości skutecznej pierwszej harmonicznej. Fizyczna realizacja (THD_t) estymowania wartości *THD* opisana jest za pomocą wzoru [5]

$$THD_t = \frac{U_{2-m}}{U}, \quad (2)$$

gdzie: U_{2-m} - wartość skuteczna napięcia bez uwzględnienia w sygnale pierwszej harmonicznej, U - całkowita wartość skuteczna napięcia, m - rząd harmonicznej wynikający z szerokości pasma przenoszonych częstotliwości przyrządu.

2. Sprawdzanie poprawności wskazań MZH

Ze względu na różne procesy starzeniowe zachodzące w podzespołach i elementach elektronicznych, właściwości metrologiczne przyrządów mogą ulegać niekontrolowanym zmianom w trakcie eksploatacji. Konieczna jest okresowa weryfikacja poprawności wskazań w celu ustalenia, czy wskazania przyrządu nie przekraczają dopuszczalnych granic, zadeklarowanych przez producenta przyrządu [6]. Sprawdzanie poprawności wskazań MZH może odbywać się dwiema metodami:

- metoda porównania wskazań – przyrząd sprawdzany mierzy wartość zadawanego współczynnika *THD* sygnału (THD_m), wartość poprawna (wartość odniesienia) THD_p wyznaczona jest na podstawie wskazań miernika wzorcowego,
- metoda punktów wzorcowych – przyrząd sprawdzany mierzy wartość zadawanego współczynnika THD_m , wartość poprawna THD_p odczytana jest z nastawy kalibratora.

Zgodnie z procedurą sprawdzania, pomiary odbywają się w kilku punktach wybranego zakresu pomiarowego przyrządu. Dla każdego pomiaru sprawdzany jest warunek

$$|THD_m - THD_p| \leq \Delta_{dop}, \quad (3)$$

gdzie: $THD_m - THD_p$ - odchylenie wskazań miernika od wartości odniesienia, Δ_{dop} - maksymalny błąd dopuszczalny przyrządu sprawdzanego (deklarowany przez producenta w instrukcji obsługi przyrządu) w danym punkcie sprawdzania, na wybranym zakresie.

Określa się również, czy w każdym punkcie sprawdzania dokładność przyrządu wzorcowego lub kalibratora jest odpowiednio większa od dokładności przyrządu sprawdzanego [6].

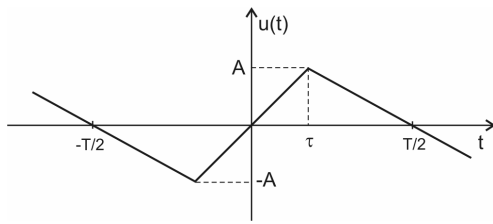
3. Sygnał o wzorcowej zawartości *THD*

Sygnał okresowy $x(t)$, spełniający warunki Dirichleta (czyli, w praktyce, realizowalny fizycznie), może być przedstawiony w postaci zbieżnego, trygonometrycznego szeregu Fouriera [7]

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t), \quad (4)$$

gdzie: a_0 , a_n , b_n - współczynniki, $\omega = 2\pi/T$ - pulsacja podstawowej harmonicznej, T - okres sygnału.

Zaproponowano wykorzystanie okresowego sygnału trójkątnego o zmiennej symetrii, jako przebiegu zawierającego wzorcową wartość *THD*.



Rys. 1. Okresowy sygnał trójkątny o zmiennej symetrii τT
Fig. 1. Periodic triangle signal with varying τT symmetry

Przedstawiony na rysunku 1 sygnał napięciowy $u(t)$, modelowany jest w dziedzinie czasu za pomocą wyrażen

$$u(t) = -\frac{2A}{T-2\tau}t - \frac{AT}{T-2\tau} \quad \text{dla: } -T/2 \leq t < -\tau$$

$$u(t) = \frac{1}{\tau}At \quad \text{dla: } -\tau \leq t < \tau \quad (5)$$

$$u(t) = -\frac{2A}{T-2\tau}t + \frac{AT}{T-2\tau} \quad \text{dla: } \tau \leq t < T/2.$$

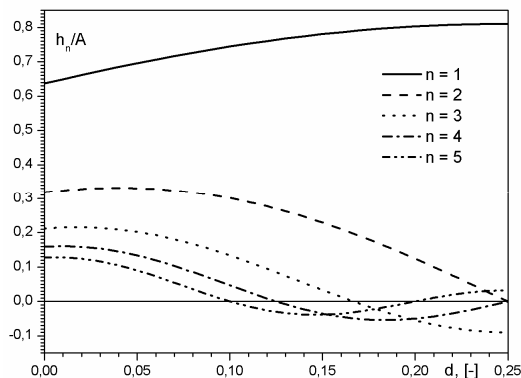
Ponieważ przebieg napięcia jest nieparzystą funkcją czasu, wartość współczynnika a_n wynosi zero, natomiast wartość współczynnika b_n estymowana jest ze wzoru

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin n\omega t dt. \quad (6)$$

Widmo amplitudowe przebiegu sygnału (zbiór wszystkich amplitud $h_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ składowych harmoniczych o pulsacjach $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$) wyznaczone zostanie na drodze analitycznej [7]. Po wykonaniu odpowiednich obliczeń oraz zdefiniowaniu współczynnika $d = \tau/T$ (d nastawiane na generatorze w zakresie od 0 do 0,25), otrzymano wzór modelujący wartość współczynnika h_n

$$h_n = b_n = \frac{A}{\pi^2 n^2} \frac{1}{d(1-2d)} \sin(2\pi n d). \quad (7)$$

Na rysunku 2 przedstawiono graficzną zależność zawartości harmoniczych h_n ($n = 1, \dots, 5$) w stosunku do amplitudy A w funkcji współczynnika d .



Rys. 2. Zawartość harmoniczych h_n w funkcji współczynnika d
Fig. 2. Content of harmonics h_n as the function of d coefficient

Całkowita wartość skuteczna U napięcia dla sygnału trójkątnego, wyznaczona z definicji wartości skutecznej, wynosi:

$$U = \frac{1}{T} \sqrt{\int_{-T/2}^{T/2} u^2(t) dt} = \frac{A}{\sqrt{3}}. \quad (8)$$

Dla kolejnych składowych harmoniczych o amplitudzie A_i , wartość skuteczna U napięcia może być również wyznaczona na podstawie wzoru [7]

$$U = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{A_i}{\sqrt{2}} \right)^2}. \quad (9)$$

Porównując wzory (8) i (9) można wykazać, iż wartość skuteczną napięcia wyższych harmoniczych modeluje wyrażenie

$$\sum_{i=2}^n U_i^2 = \left(\frac{A}{\sqrt{3}} \right)^2 - \left(\frac{A_1}{\sqrt{2}} \right)^2. \quad (10)$$

Wykorzystując wzory (1) oraz (10) i podstawiając do wyrażenia (7) $n = 1$, otrzymano wzór modelujący estymatę wartości współczynnika THD dla sygnału trójkątnego o zmiennej symetrii

$$THD = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{2\pi^4 d^2 (2d-1)^2 - 3\sin^2(2\pi d)}}{\sin(2\pi d)}. \quad (11)$$

Dla przyrządów, których zasada działania polega na eliminacji z sygnału pierwszej harmoniczej, korzystniej jest oszacować wartość THD_t wykorzystując bezpośrednio model pomiaru opisany wzorem (2). Po wykonaniu analogicznych obliczeń otrzymano wyrażenie modelujące estymatę wartości współczynnika THD_t

$$THD_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2\pi^4 d^2 (2d-1)^2 - 3\sin^2(2\pi \cdot d)}}{\pi^2 d \cdot (2d-1)}. \quad (12)$$

W tabeli 1 przedstawiono wartości estymat współczynników THD oraz THD_t dla kilku wybranych wartości współczynnika d .

Tab. 1. Wartości współczynników THD oraz THD_t dla przykładowych wartości d
Tab. 1. THD and THD_t factor values for some values of d coefficient

d	THD	THD_t
0,00	0,803	0,626
0,05	0,614	0,523
0,10	0,451	0,411
0,15	0,306	0,293
0,20	0,184	0,181
0,25	0,121	0,120

Podstawowe zalety sygnału trójkątnego o zmiennej symetrii, wykorzystywanego jako wzorzec THD , to:

- brak składowej stałej w sygnale wzorcowym,
- stała, w funkcji d , wartość skuteczna U napięcia (ważna zaleta podczas estymacji wartości współczynnika THD_t wg (2)),
- płynna zmiana wartości zadawanego współczynnika THD_t w określonych granicach (istotne zwłaszcza podczas kalibracji mierników analogowych).

4. Analiza dokładności wzorca THD_t

Na dokładność przedstawionego wzorca wpływają głównie:

- stałość wartości amplitudy A napięcia sygnału,
 - niepewność estymacji wartości współczynnika d ,
 - liniowość generowanego przebiegu trójkątnego.
- Zakładając, iż wartość amplitudy A jest niezmienna w czasie a nieliniowość przebiegu jest pomijalnie mała, dokładność wzorca wynika z niepewności estymacji wartości współczynnika d . Dla

modelu matematycznego wyniku wyznaczenia wartości estymaty THD_t , opisanego wzorem (2), względna niepewność standardowa $u_r(THD_t)$ modelowana jest za pomocą równania:

$$u_r(THD_t) = \frac{1}{THD_t} \left| \frac{dTHD_t}{dd} \right| u(d), \quad (13)$$

gdzie: $u(d)$ – niepewność standardowa wyznaczenia wartości estymaty współczynnika d .

Po wykonaniu odpowiednich obliczeń otrzymano wzór modelujący estymatę względną niepewności standardowej THD_t :

$$u_r(THD_t) = \frac{3 \cdot u(d) \cdot (\pi \cdot d(2d-1) \sin(4\pi \cdot d) + (1-4d) \sin^2(2\pi \cdot d))}{d \cdot (2d-1) \cdot (2\pi^4 d^2(2d-1)^2 - 3 \sin^2(2\pi \cdot d))}. \quad (14)$$

Można założyć, iż dominującą składową niepewności estymaty współczynnika d dla generatora stosowanego w pomiarach, jest składowa addytywna pochodząca od rozdzielczości d_{res} odczytu. Wówczas, standardowa niepewność wartości zadawanego współczynnika d wynosi $u(d) = d_{res} / \sqrt{12}$.

5. Wyniki pomiarów

W celu sprawdzenia przydatności wzorca THD wykonano procedurę sprawdzania miernika zawartości harmonicznym typu PMZ-8A produkcji KABID-ZOPAN, na zakresie $THD_n = 30\%$. W pomiarach wykorzystano generator Tektronix AFG3102, który umożliwia płynną zmianę symetrii generowanego przebiegu trójkątnego z rozdzielczością $d_{res} = 0,0005$.

Po podłączeniu miernika do generatora, nastawieniu odpowiednich wartości amplitudy A i częstotliwości f sygnału oraz wykonaniu czynności poprzedzających pomiar miernikiem, rozpoczęto procedurę sprawdzania. W tym celu, zmieniano wartość współczynnika d tak, aby wskazówka miernika pokryła się dokładnie z wybranym wskazem określającym kolejną wartość THD_m . Po podstawieniu nastawionej wartości d do wzoru (12) obliczono poprawną wartość współczynnika THD_p . Następnie wyznaczono wartości: względnej niepewności standardowej $u_r(THD_p)$ – wzór (14), odchylenia Δ oraz dopuszczalnego odchylenia Δ_{dop} dla miernika (klasa dokładności kl = 3%). Przykładowe wyniki sprawdzania przedstawione są w tabeli 2.

Tab. 2. Wyniki sprawdzania poprawności wskazań miernika PMZ-8A
Tab. 2. Results of indications correctness verification for PMZ-8A meter

Lp.	THD_m	d	THD_p	$u_r(THD_p)$	Δ	Δ_{dop}
1	0,15	0,2060	0,1692	0,0016	-0,01924	0,009
2	0,20	0,1805	0,2225	0,0015	-0,02251	0,009
3	0,25	0,1610	0,2671	0,0013	-0,01715	0,009
4	0,30	0,1430	0,3094	0,0011	-0,00949	0,009

6. Weryfikacja dokładności wzorca THD_t

Do weryfikacji poprawności otrzymanych wyników wykorzystano prostą metodę zadawania sygnału o wzorcowej wartości THD_w , za pomocą przebiegu sinusoidalnego. Metoda ta może być stosowana wyłącznie do sprawdzenia mierników, których zasada działania bazuje na eliminacji podstawowej harmonicznym napięcia na skutek jej wytłumienia z sygnału. Wartość THD_w wynika bezpośrednio ze wzoru (2) definiującego model matematyczny realizacji pomiaru THD_t przez MZH z filtrem pasmowozaporowym.

Metoda polega na podaniu na przyrząd sygnału sinusoidalnego o dowolnej wartości skutecznej U_1 i dowolnej wartości częstotliwości (podczas trybu pracy przyrządu „kalibracja”) a następnie, podczas trybu pracy „pomiar zniekształceń”, zadawaniu napięcia U_2 tak, aby wskazówka miernika pokryła się ze wskazem odpowiadającym wartości THD_m . Podczas pomiarów wartość często-

ści środkowej filtra pasmowozaporowego MZH różni się znacząco od częstotliwości sygnału tak, aby oba napięcia nie były tłumione. Po wyznaczeniu wartości estymat napięć U_1 oraz U_2 (przy użyciu multimetru Keithley 2700), wartość estymaty THD_w wyznaczana jest z zależności: $THD_w = U_2 / U_1$. W tabeli 3 przedstawiono przykładowe wyniki weryfikacji dokładności metody sprawdzania miernika PMZ-8A za pomocą wzorca THD_t . Błąd względny zadawania wartości odniesienia THD_t wyznaczono z wyrażenia $\delta = THD_p / THD_w - 1$.

Tab. 3. Wyniki weryfikacji dokładności wzorca THD_t
Tab. 3. Results of THD_t standard accuracy verification

Lp.	THD_m	U_1, V	U_2, V	THD_w	δ
1	0,15	7,0867	1,1972	0,1689	0,0018
2	0,20	7,0867	1,5763	0,2224	0,00045
3	0,25	7,0867	1,9047	0,2687	-0,0060
4	0,30	7,0867	2,1982	0,3101	-0,0023

7. Wnioski

Przedstawiona metoda sprawdzania poprawności wskazań mierników zawartości harmonicznym jest stosunkowo łatwa w praktycznej realizacji. Umożliwia weryfikację poprawności wskazań mierników w zakresie wartości THD od ok. 0,12 do ok. 0,80, czyli dla relatywnie dużych odkształceń sygnału.

Jak wynika z wyników obliczeń przedstawionych w tabeli 2, wymagania dotyczące dokładności przyrządu sprawdzanego nie są spełnione – w każdym punkcie sprawdzania bezwzględna wartość odchylenia przekracza wartość dopuszczalną, wynikającą z klasy przyrządu. Względna standardowa niepewność wartości estymaty współczynnika THD_p jest rzędu dziesiątych części procenta, co świadczy o dużej dokładności wzorca, wystarczającej do weryfikacji poprawności wskazań miernika PMZ-8A i do większości innych zastosowań praktycznych. Na podstawie wyników obliczeń zaprezentowanych w tabeli 3 można stwierdzić, że wzorzec odwarza poprawnie założone wartości współczynnika THD_t – wartość bezwzględna względnego błędu zadawania THD_t nie przekroczyła jednego procenta.

Aktualnie, autor artykułu jest w trakcie opracowania i doświadczonego weryfikowania właściwości metrologicznym robocznego wzorca zawartości harmonicznym, umożliwiającego generowanie sygnału o zadanej wartości THD mieszczącej się w zakresie wartości od zera (teoretycznie) do ok. 0,50. Wzorzec ten umożliwi sprawdzanie poprawności wskazań MZH przeznaczonych do zastosowań np. w technice audiowizualnej lub elektroakustyce.

8. Literatura

- [1] Webster J. G.: The measurement, instrumentation and sensors handbook. CRC Press. Boca Raton 1999.
- [2] Polska Norma PN-EN 61000-4-7: Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC). Część 4-7: Metody badań i pomiarów. Ogólny przewodnik dotyczący pomiarów harmonicznym i interharmonicznym oraz przyrządów pomiarowych, dla sieci zasilających i przyłączonych do nich urządzeń. PKN, Warszawa 2007.
- [3] Shmilowitz D.: On the definition of Total Harmonic Distortion and its effect on measurement interpretation. IEEE Transactions on Power Delivery. Vol 20, No. 1. IEEE 2005.
- [4] Keithley Model 2015/2015P THD Multimeter – User’s Manual. Keithley Instruments, Cleveland 2003.
- [5] Miernik zniekształceń nieliniowych typ PMZ-8A. Instrukcja obsługi. KABID-ZOPAN, Warszawa 1975.
- [6] Tabisz R.: Komputerowy system diagnostyki podręcznych multimetrów „KALIBR”. Pomiar, Automatyka, Kontrola 10/2001.
- [7] Ozimek E.: Podstawy teoretyczne analizy widmowej sygnałów. PWN. Warszawa 1985.