

Robert HANUS

POLITECHNIKA RZESZOWSKA, ZAKŁAD METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Uśrednianie sygnałów

Dr inż. Robert HANUS

Adiunkt w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. W pracy naukowo-badawczej zajmuje się głównie zagadnieniami związanymi z modelowaniem i analizą sygnałów losowych oraz statystycznymi metodami pomiaru opóźnienia. Autor lub współautor kilkudziesięciu publikacji w czasopiśmie i materiałach konferencyjnych w kraju i za granicą.



e-mail: rohan@prz.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono przykłady autonomicznych wirtualnych układów do prezentacji wybranych metod uśredniania sygnałów w dziedzinie czasu i częstotliwości. Układy są realizowane przy wykorzystaniu zintegrowanego graficznego środowiska programowania systemów pomiarowych DASYLab i stosowane w dydaktyce podstaw cyfrowego przetwarzania sygnałów.

Słowa kluczowe: uśrednianie sygnałów, uśrednianie widm częstotliwościowych, przyrządy wirtualne.

Signal averaging

Abstract

This article presents some examples of virtual instruments (VI) for presentation selected methods of signal averaging in time and frequency domain. The instruments are based on the graphical programming environment DASYLab and are used in didactics of digital signal processing.

Keywords: signal averaging, frequency spectrum averaging, virtual instruments.

1. Wstęp

Uśrednianie jest techniką szeroko stosowaną zarówno w analizie sygnałów w dziedzinie czasu (zwykle do redukcji zakłóceń) jak i częstotliwości (wygładzanie estymatorów charakterystyk widmowych) [1-4]. Klasyfikacji metod uśredniania można dokonać na kilka sposobów, np. biorąc pod uwagę wyżej wymienione dziedziny analizy i w każdej z nich wyróżniając:

- uśrednianie próbek (należących do jednej realizacji – jednego segmentu danych), często stosowane są tu współczynniki wagowe różnicujące wpływ poszczególnych składników na rezultat uśrednienia;
- uśrednianie sygnałów (realizowane w zbiorze realizacji uzyskiwanych równoległe lub powstałych przez podzielenie jednego zbioru danych na większą liczbę części).

W każdej dziedzinie możliwe jest oddzielne lub łączne stosowanie obydwu wyżej wymienionych zasad. Niektóre metody uśredniania standardowo dostępne są w przyrządach pomiarowych, stosowanych w analizie sygnałów (analizatory sygnałów, oscyloskopy cyfrowe) i układach akwizycji danych (np. komputerowe karty DAQ). W artykule skrótowo omówiono wybrane metody i przedstawiono przykłady ich wykonania w środowisku DASYLab [5-7]. Oprogramowanie to wykorzystywane jest do realizacji serii ćwiczeń laboratoryjnych z podstaw przetwarzania sygnałów dla studentów Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej.

2. Uśrednianie w dziedzinie czasu

Wyróżnić można dwie główne metody uśredniania sygnałów okresowych w dziedzinie czasu: niekoherentne (bez synchroniza-

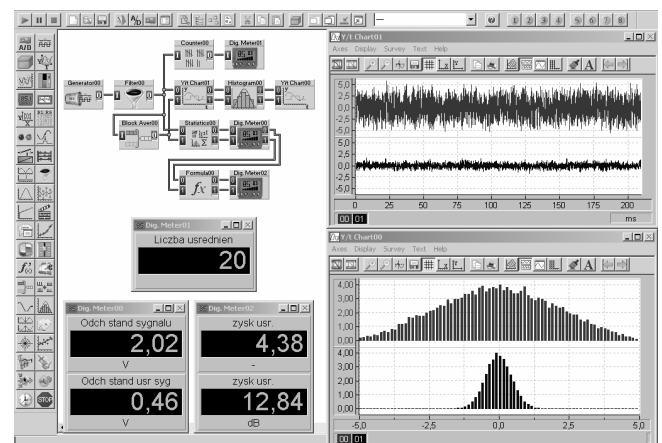
cji czasowej próbek) i koherentne. W procesie uśredniania koherentnego [1] kluczową cechą jest synchronizacja czasowa przy próbkowaniu sygnału pierwotnego. Oznacza to, że gdy gromadzimy wielokrotne zbiory próbek sygnału źródłowego wymagamy, aby faza sygnału była identyczna w każdym zbiorze. Gdy wymaganie to zostanie spełnione, uśrednienie np. zsumowanego przebiegu okresowego da (przy odpowiednio dużej liczbie uśrednień) prawdziwe wartości chwilowe tego przebiegu. Redukcja szumu określona jest przez zależność:

$$\sigma_{ave} = \sigma_{in} / \sqrt{q}, \quad (1)$$

gdzie σ_{in} to odchylenie standardowe szumu przed uśrednianiem, a σ_{ave} - odchylenie standardowe szumu po q uśrednieniach. Zysk uśredniania z jest proporcjonalny do pierwiastka z liczby uśrednień:

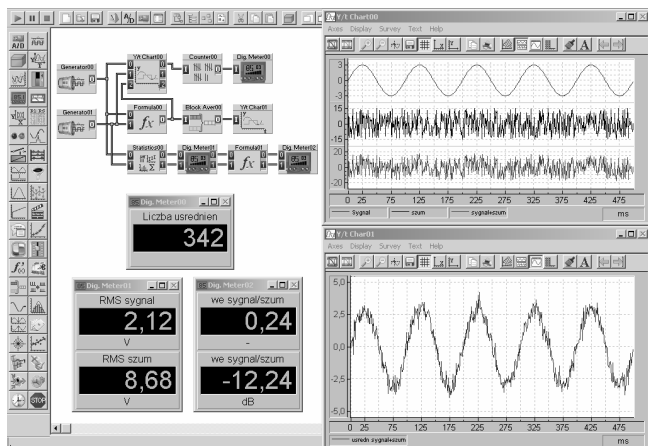
$$z = \sigma_{in} / \sigma_{ave} = \sqrt{q}. \quad (2)$$

Zależności (1) i (2) najłatwiej zweryfikować doświadczalnie uśredniając q realizacji szumu oraz wyznaczając σ_{in} i σ_{ave} . Na rysunku 1 przedstawiono diagram wirtualnego układu służącego do tego celu, przebiegi czasowe szumu o zerowej wartości średniej przed i po 20 uśrednieniach i odpowiednie histogramy, oraz wyniki obliczeń odchyleń standardowych i zysku uśredniania. Po zbudowaniu i uruchomieniu układu wykonujący ćwiczenie mają możliwość obserwacji redukcji σ_{ave} w miarę wzrostu liczby uśrednień q oraz weryfikacji zysku uśredniania na podstawie wskazanych wirtualnych mierników.



Rys. 1. Wirtualny układ do weryfikacji zysku uśredniania w dziedzinie czasu
Fig. 1. Virtual instrument for verification of averaging gain in time domain

W układzie pokazanym na rys. 2 generowany jest zsumowany przebieg okresowy (np. sinusoidalny), który następnie jest uśredniany koherentnie dzięki odpowiednim nastawom parametrów pracy programu. W osobnym oknie można obserwować efekt takiego uśredniania – redukcję szumu i wygładzanie się przebiegu okresowego w miarę wzrostu liczby uśrednień. Redukcja odchylenia standardowego szumu następuje zgodnie z zależnością (1). Zadaniem ćwiczących jest wykonanie kilku eksperymentów mających na celu określenie - dla danego stosunku sygnał/szum - liczby uśrednień, pozwalającej na wyznaczenie parametrów sygnału ukrytego w szumie. W układzie z rys. 2 zademonstrować można również uśrednianie niekoherentne – wówczas zamiast wyłonienia się sygnału okresowego z szumu obserwuje się efekt odwrotny.

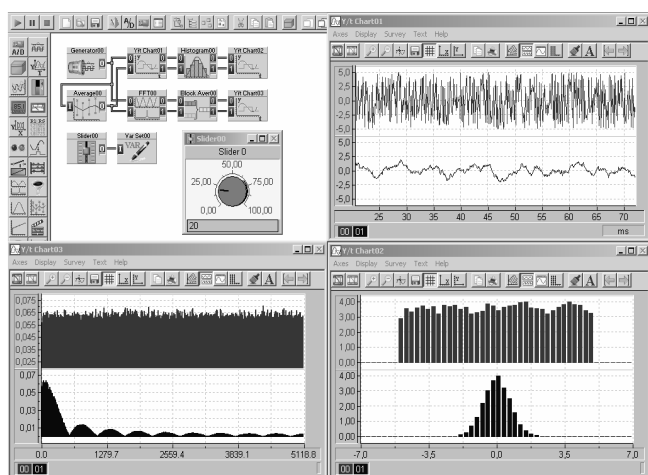


Rys. 2. Układ do koherentnego uśredniania zaszumionego przebiegu okresowego
Fig. 2. VI for coherently averaging of deterministic time signal with noise distortion

Często stosowaną metodą uśredniania próbek jest wygładzanie przy użyciu średniej kroczącej [2]. W przypadku sygnałów zaszumionych w zależności od długości p okna uśredniającego (zwykle prostokątnego) uzyskuje się redukcję szumu zgodnie z zależnością:

$$\sigma_{ave} = \sigma_{in} / \sqrt{p}. \quad (3)$$

Demonstrację tej zasady na przykładzie szumu o rozkładzie równomiernym umożliwia układ pokazany na rys. 3. Dla zadanej długości okna uśredniającego obserwować można przebiegi czasowe, widma i histogramy sygnału przed i po zastosowaniu wygładzania. Zadaniem wykonujących ćwiczenie jest zapoznanie się z właściwościami metody a następnie zastosowanie wygładzania przy zastosowaniu średniej arytmetycznej i mediany dla sygnału okresowego zakłóconego sygnałem szumowym i impulsowym. W tym ostatnim przypadku istotne jest zwrócenie uwagi zarówno na redukcję zakłóceń, jak i na zniekształcenia użytecznego przebiegu okresowego w miarę zwiększania długości okna.

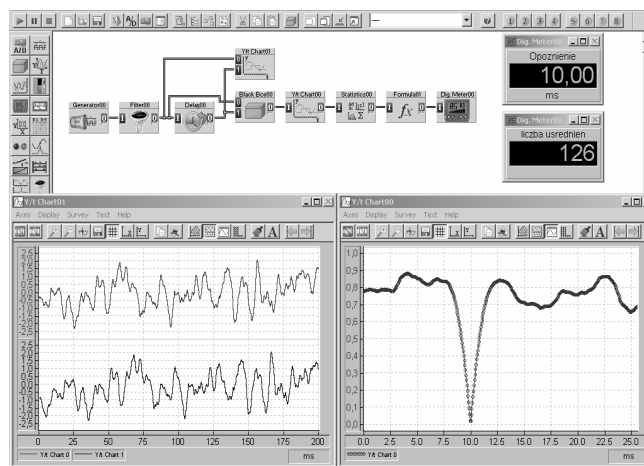


Rys. 3. Układ do demonstracji wygładzania przy użyciu mediany i średniej arytmetycznej

Fig. 3. Virtual instrument for averaging by use median and arithmetic mean

Odrębną metodą uśredniania jest uśrednianie warunkowe. Wówczas kolejne realizacje są uśredniane przy warunku, którym jest przekroczenie przez sygnał przyjętego poziomu wartości – np. zera. Metoda ta może być zastosowana m.in. do pomiaru opóźnienia sygnałów losowych podobnie jak metoda korelacji wzajemnej [8]. Na rysunku 4 pokazano diagram układu prezentującego tą zasadę, przebiegi wzajemnie opóźnionych sygnałów stochastycznych i charakterystykę warunkowej wartości średniej modułu sygnału opóźnionego (WWS), wyznaczaną dla warunku przejścia sygnału pierwotnego przez zero. Położenie głównego minimum WWS

określa opóźnienie czasowe [9]. Układ pozwala na obserwację przebiegu charakterystyki WWS przy zmianie opóźnienia oraz badanie właściwości metody przy zaszumieniu sygnału opóźnionego. W tym ostatnim przypadku konieczna jest rozbudowa układu o dodatkowe moduły umożliwiające generowanie sygnału zakłócającego i zadawanie stosunku sygnał/szum. Uśrednianie tego typu zastosować można także dla jednej realizacji – wówczas uśredniane są kolejne próbki sygnału opóźnionego na wybranej długości okna dla kolejnych przejść przez zero sygnału pierwotnego.



Rys. 4. Układ do prezentacji warunkowego uśredniania wzajemnie opóźnionych sygnałów stochastycznych

Fig. 4. VI for presentation of conditional averaging of stochastic time delayed signals

3. Uśrednianie w dziedzinie częstotliwości

Ujemną cechą analizy widmowej sygnałów losowych przy zastosowaniu DFT/FFT jest duża wartość wariancji uzyskiwanych estymatorów gęstości widmowej mocy (GWM). Błąd standardowy (odchylenie standardowe) zgrubnych estymatorów GWM może być równy wartości estymowanej, stąd konieczność wygładzania tych estymatorów [3, 4]. Stosowane są następujące trzy metody uśredniania: odcinkowe, częstotliwościowe i mieszane. Uśrednianie odcinkowe znajduje zastosowanie w przypadkach, gdy czas wykonania pomiaru (rejestracji sygnału) nie jest ściśle ograniczony. Procedura uśredniania estymatorów GWM $\hat{G}_{xx}(f_k)$, gdzie f_k - dyskretna wartość częstotliwości, polega na podziale rekordu N próbek sygnału $x(n)$ na q odcinków o długości N/q określonej przez wymaganą rozdzielczość analizy. Dla każdego z odcinków oblicza się $\hat{G}_{xx}(f_k)$, a następnie dokonuje się uśredniania w zbiorze q estymatorów dla każdej częstotliwości f_k uzyskując wygładzony estymator $\tilde{G}_{xx}(f_k)$ w postaci:

$$\tilde{G}_{xx}(f_k) = [\hat{G}_{xx}(f_k, 1) + \hat{G}_{xx}(f_k, 2) + \dots + \hat{G}_{xx}(f_k, q)] / q. \quad (4)$$

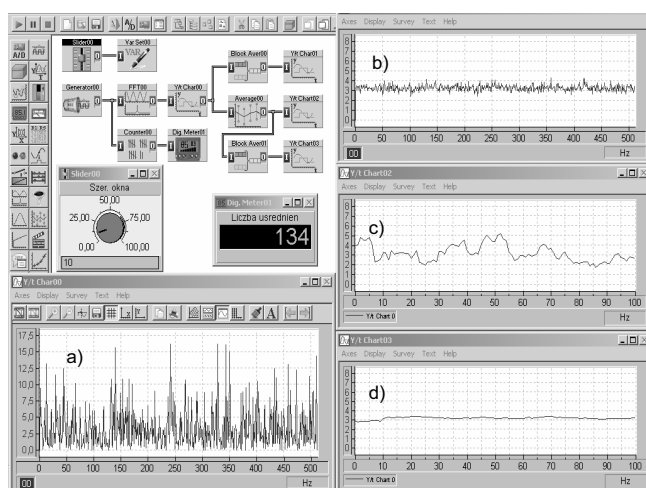
Błąd standardowy estymatora (4) jest \sqrt{q} razy mniejszy niż dla estymatora zgrubnego przy niezmienniej rozdzielczości analizy. Uśrednianie częstotliwościowe stosujemy wtedy, gdy dysponujemy realizacją sygnału $x(n)$ o ograniczonej długości, wykluczającej jej segmentację. Ten sposób wygładzania estymatorów polega na wyznaczeniu średniej arytmetycznej p sąsiednich prążków estymatora zgrubnego $\hat{G}_{xx}(f_k)$:

$$\tilde{G}_{xx}(f_k) = [\hat{G}_{xx}(f_k) + \hat{G}_{xx}(f_{k+1}) + \dots + \hat{G}_{xx}(f_{k+p-1})] / p. \quad (5)$$

Efektywna rozdzielczość estymatora wygładzonego (5) może być p -krotnie mniejsza od rozdzielczości estymatora zgrubnego (gdy okna uśredniające nie zachodzą na siebie), a błąd standardowy

tego estymatora jest \sqrt{p} razy mniejszy w porównaniu z błędem estymatora zgrubnego. Uśrednianie mieszane polega na zastosowaniu obydwu przedstawionych powyżej sposobów wygładzania jednocześnie. Efektywna rozdzielczość uzyskanego w ten sposób estymatora wygładzonego może być p -krotnie mniejsza od rozdzielczości estymatora zgrubnego, a błąd standardowy jest \sqrt{pq} razy mniejszy w porównaniu z błędem estymatora zgrubnego.

Rysunek 5 przedstawia diagram układu, w którym generowany jest szum biały, następnie wyznaczany jest estymator gęstości widmowej mocy tego sygnału (a), który jest wygładzany przy zastosowaniu uśredniania częstotliwościowego (b), odcinkowego (c) i mieszanego (d). Wykonujący ćwiczenie mają możliwość zaobserwowania i porównania efektów wygładzania przy zadawaniu różnych wartości parametrów uśredniania (np. szerokość okna p w uśrednianiu częstotliwościowym, liczba uśrednień q w uśrednianiu odcinkowym).



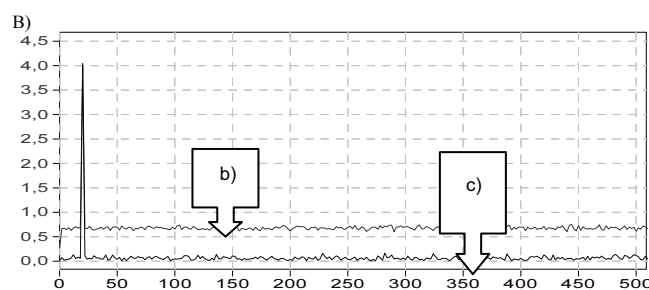
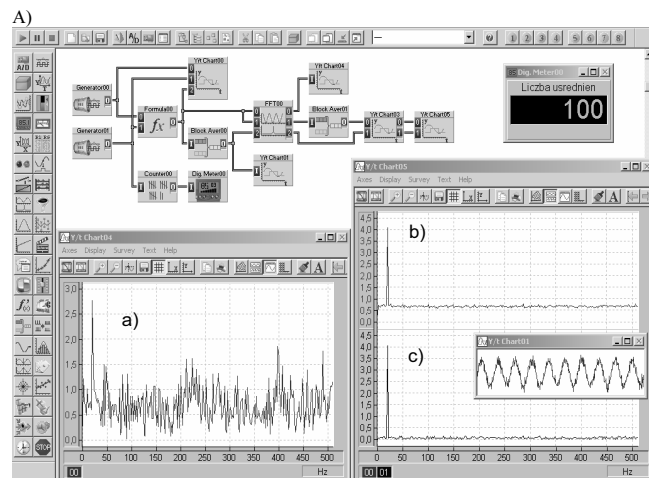
Rys. 5. Wirtualny układ do uśredniania estymatorów gęstości widmowej mocy (opis w tekście)

Fig. 5. VI for averaging of power spectral density estimators

W analizie widmowej sygnałów zdeterminowanych powszechnie stosuje się wygładzanie odcinkowe. Tym typem uśredniania dysponują cyfrowe oscyloskopy i analizatory sygnałów. W przypadku sygnałów zasumionych zastosowanie uśredniania odcinkowego daje redukcję wariancji widma szumu, jednak nie redukuje średniej jego mocy. Redukcję średniej mocy szumu uzyskać można w przypadku, gdy możliwe jest zastosowanie koherentnego próbkowania sygnału. Wówczas stosuje się uśrednianie koherentne w dziedzinie czasu, a następnie wyznacza jednokrotnie widmo takiego sygnału. Na rysunku 6A pokazano układ prezentujący tą zasadę na przykładzie zakłóconego szumem białym przebiegu sinusoidalnego. Przedstawiono widmo amplitudowe wyznaczone bez uśredniania (a), uzyskane przy zastosowaniu klasycznego uśredniania odcinkowego (b) oraz po uprzednim uśrednieniu koherentnym sygnału w dziedzinie czasu (c). Widoczna jest redukcja wariancji składowych widma związanych z szumem – przebiegi (b) i (c) w stosunku do (a). Rys. 6B pokazuje w powiększeniu efekt zmniejszenia średniej wartości widma szumu (c) w stosunku do (b). Podobny efekt można uzyskać próbkując koherentnie sygnał, wyznaczając i uśredniając oddzielnie część rzeczywistą i urojoną DFT/FFT a następnie obliczając jego moduł [1].

4. Podsumowanie

Różne techniki uśredniania w dziedzinie czasu i częstotliwości mają duże zastosowanie praktyczne, niektóre z nich są standardowo dostępne w przyrządach pomiarowych. W dydaktyce podstaw cyfrowego przetwarzania sygnałów celowe wydaje się zapoznanie studentów z metodami uśredniania na przykładzie układów symulacyjnych, a następnie zastosowanie wybranych metod w praktyce.



Rys. 6. Układ do prezentacji różnych metod uśredniania widma amplitudowego (A) i przykłady widm (B) (opis w tekście)

Fig. 6. VI for presentation of different methods of amplitude spectrum averaging (A) and examples of amplitude spectrum (B)

W artykule przedstawiono kilka przykładowych aplikacji ilustrujących wybrane zasady uśredniania, zrealizowanych w środowisku DASYLab 9.0. Oprogramowanie to ze względu na duże walory dydaktyczne, nieskomplikowaną, intuicyjną obsługę i wystarczające możliwości dobrze nadaje się do wspomagania dydaktyki w zakresie cyfrowego przetwarzania sygnałów. Przedstawione układy budowane są na zajęciach od podstaw, co pozwala ćwiczącym na samodzielnej konfiguracji poszczególnych modułów i lepsze zrozumienie zasad działania poszczególnych metod. Po niewielkich modyfikacjach większość aplikacji w miarę możliwości wykorzystywana jest do analizy rzeczywistych sygnałów, których akwizycję umożliwiają komputerowe karty i moduły pomiarowe dostępne na stanowiskach laboratoryjnych.

5. Literatura

- [1] Lyons R.G.: Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów. WKiŁ, Warszawa 2000.
- [2] Smith S.W.: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. Calif. Techn. Publishing, San Diego 1999.
- [3] Bendat J.S., Piersol A.G.: Engineering applications of correlation and spectral analysis. John Wiley, New York 1993.
- [4] Bendat J.S., Piersol A.G.: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych. PWN, Warszawa 1976.
- [5] www.dasylab.net.
- [6] Karrenberg U.: An interactive Multimedia Introduction to Signal Processing. Springer-Verlag, Berlin 2002.
- [7] Winiecki W., Nowak J., Stanik S.: Graficzne zintegrowane środowisko programowe do projektowania komputerowych systemów pomiarowo-kontrolnych, MIKOM, Warszawa 2001.
- [8] Hanus R., Kowalczyk A.: Analiza błędów estymatorów wybranych statystycznych metod pomiaru opóźnienia transportowego. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr 7/8 2003, 8-11.
- [9] Hanus R.: Przyrządy wirtualne do pomiaru opóźnienia metodami statystycznymi w środowisku DASYLab. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr 223, seria Elektrotechnika z. 28. Rzeszów 2005, 81-88.