

Przemysław OTOMAŃSKI

POLITECHNIKA POZNAŃSKA, INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI I ELEKTRONIKI PRZEMYSŁOWEJ

Wykorzystanie szeregu Fouriera do określenia dokładności pomiaru zawartości harmonicznych

Dr inż. Przemysław OTOMAŃSKI

Pracownik Zakładu Metrologii i Optoelektroniki Instytutu Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej. Główne obszary zainteresowań dotyczą zagadnień związanych z teorią pomiarów, w szczególności z oceną niepewności wyniku pomiaru, badaniem właściwości metrologicznych czujników i przetworników pomiarowych oraz badań w zakresie oceny jakości energii elektrycznej. Jest autorem lub współautorem ok. 90 publikacji.



e-mail: otoman@et.put.poznan.pl

Streszczenie

Ocena jakości energii elektrycznej w sieciach elektroenergetycznych wykorzystuje zestaw wielkości normatywnych i uzupełniających. Wśród tych wielkości znajdują się dwie miary zawartości harmonicznych w napięciu: widmo amplitudowe, czyli zestaw wartości poszczególnych harmonicznych oraz współczynnik odkształcenia THD. W pracy zaprezentowano przykładowe wyniki badań wybranego analizatora harmonicznych HA-2000 przeprowadzone na zaprojektowanym i wykonanym stanowisku pomiarowym. Prezentowane stanowisko pomiarowe umożliwia zadawanie wybranych sygnałów testowych - funkcji okresowych, pozwalających na ocenę dokładności pomiaru zawartości harmonicznych.

Słowa kluczowe: harmoniczne, analizator harmonicznych, współczynnik odkształcenia napięcia THD, szereg Fouriera.

The application of Fourier series to determine of measuring accuracy of harmonics contents

Abstract

The electric power quality evaluation in electrical power networks is a complex measuring task carried out with the use of a set of standard and complementary quantities. Among these quantities two measures of harmonic contents in voltage can be mentioned: spectrum amplitude and coefficient THD. The paper presents examples of the measurement results of selected harmonic analyser – HA-2000, realized on a design measuring position. The measuring position makes it possible to set selected test signals – periodic functions which enable the evaluation of measuring accuracy of harmonic contents.

Keywords: harmonics, harmonic analyzer, total harmonic distortion THD, Fourier series.

1. Wprowadzenie

Ocena jakości energii elektrycznej jest złożonym zadaniem pomiarowym i wykorzystuje zestaw wielkości normatywnych i uzupełniających. Szersze omówienie tych zagadnień można znaleźć w innych pracach autora między innymi w [1]. Wśród zestawu wielkości oceniających jakość są miary zawartości harmonicznych w napięciu. Składową harmoniczną nazywamy każdą składową o częstotliwości będącej całkowitą krotnością częstotliwości podstawowej. Harmoniczne mogą być scharakteryzowane:

- indywidualnie, poprzez ich względną amplitudę u_h porównywaną do napięcia składowej podstawowej U_1 , gdzie h jest rzędem harmonicznej,
- łącznie, przez współczynnik odkształcenia harmonicznymi napięcia zasilającego THD, obliczanym wg wzoru:

$$THD = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (u_h)^2} \quad (1)$$

Obecnie dostępnych jest na rynku cała gama mniej lub bardziej złożonych przyrządów pomiarowych przeznaczonych do oceny jakości energii elektrycznej. W niniejszej pracy zaprezentowano przykładowe wyniki badań wybranego analizatora harmonicznych HA-2000 przeprowadzone na zaprojektowanym i wykonanym stanowisku pomiarowym. Do badań wykorzystano rozwinięcie w szereg Fouriera dwóch wybranych funkcji okresowych.

2. Wykorzystanie szeregu Fouriera do przedstawienia sygnałów okresowych

Sygnał okresowy $u(t)$ można przedstawić w postaci trygonometrycznego szeregu Fouriera [2]:

$$u(t) = a_0 + \sum_{h=1}^{\infty} (a_h \cos h\omega_0 t + b_h \sin h\omega_0 t) \quad (2)$$

gdzie:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad (3)$$

T – okres sygnału okresowego,

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) dt, \quad (4)$$

$$a_h = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) \cdot \cos h\omega_0 t dt, \quad (5)$$

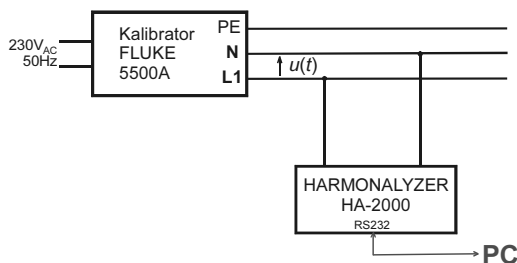
$$b_h = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) \cdot \sin h\omega_0 t dt. \quad (6)$$

Reprezentacja sygnału $u(t)$ zgodnie z równaniami (2-6) odwołuje się do nieskończenie dużej ilości składników. W praktyce jest to niemożliwe. Dlatego wykorzystuje się skończoną ilość składników. W praktyce pomiarowej układów elektroenergetycznych wykorzystuje się zazwyczaj od kilkunastu do kilkudziesięciu pierwszych składników.

3. Stanowisko pomiarowe do badań analizatora harmonicznych HA - 2000

Badania przeprowadzono na zaprojektowanym i skonstruowanym układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 1, składającym się ze źródła sygnałów testowych – funkcji okresowych napięcia $u(t)$. W omawianym układzie wykorzystano kalibrator 5500A f-my Fluke [3]. Głównym celem było określenie błędu pomiaru zawartości harmonicznych, w sygnale napięciowym, wnoszonym przez analizator harmonicznych HA-2000 firmy Amprobe. Jest to prosty w obsłudze przyrząd pozwalający określić poziom zniekształceń harmonicznych zarówno w przebiegach napięciowych jak i prądowych. Przyrząd ten umożliwia rejestrację w jednym z 21 buforów pamięci, a następnie przesył danych do komputera za pomocą interfejsu RS232. Dołączony program Harmona-Link II umożliwia szczegółową analizę zarejestrowanych wyników pomiarów. Przy jednoczesnej rejestracji prądu i napięcia analizator umożliwia

pomiary mocy czynnej, bierniej i pozornej, jak również „prawdziwego” i „przesunięciowego” współczynnika mocy [4].



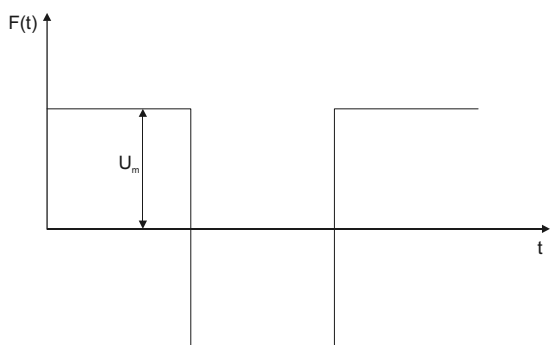
Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego do badania analizatora harmonicznych
Fig. 1. Diagram of measuring position to examine of harmonic analyzer

Jako sygnały testowe wykorzystano okresowe funkcje: „sinus prostokątny” i „sinus trójkątny”, przedstawione na rys. 2 i rys. 3, których rozwinięcie w szereg Fouriera przedstawiono zależnościami odpowiednio 7 i 8 [5]:

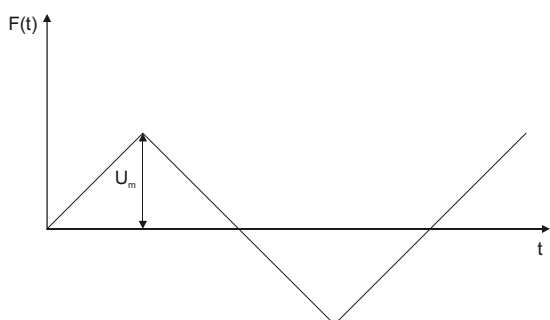
$$F(t) = \frac{4 \cdot U_m}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right) \quad (7)$$

$$F(t) = \frac{8 \cdot U_m}{\pi^2} \left(\sin \omega_0 t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega_0 t - \dots \right) \quad (8)$$

gdzie U_m oznacza amplitudę sygnału.



Rys. 2. Funkcja testująca „sinus prostokątny”
Fig. 2. Test function „rectangular sine”



Rys. 3. Funkcja testująca „sinus trójkątny”
Fig. 3. Test function „triangular sine”

4. Wyniki badań analizatora harmonicznych HA-2000

Pomiary przeprowadzono w laboratorium, w temperaturze pokojowej, w układzie o schemacie z rys.1 z wykorzystaniem funk-

cji testujących danych zależnościami 7 i 8 dla wartości amplitud U_m równych 10, 20 i 30 woltów, oraz częstotliwości równej 50 Hz. Z praktycznego punktu widzenia istotne są wyłącznie nieparzyste harmoniczne, dlatego badania ograniczono do harmonicznych nieparzystych do 13, pomimo że przyrząd umożliwia pomiar zarówno parzystych jak i nieparzystych harmonicznych do 31 włącznie. W tabelach 1 i 2 zestawiono uzyskane przykładowe wyniki pomiarów wartości skutecznych wybranych harmonicznych napięcia U dla funkcji „sinus trójkątny” oraz „sinus prostokątny”, dla amplitud $U_m = 10$ V, 20 V i 30 V.

Tab. 1. Zestawienie wyników pomiarów dla funkcji „sinus trójkątny”
Tab. 1. Statement of measurement results for „triangular sine” function

Rząd harmonicznej	Funkcja „sinus trójkątny”		
	$U_m = 10$ V	$U_m = 20$ V	$U_m = 30$ V
	U we V	U we V	U we V
1	5,77	11,45	17,19
3	0,63	1,28	1,93
5	0,23	0,46	0,68
7	0,12	0,25	0,37
9	0,06	0,15	0,22
11	0,05	0,09	0,15
13	0,03	0,07	0,09

Tab. 2. Zestawienie wyników pomiarów dla funkcji „sinus prostokątny”
Tab. 2. Statement of measurement results for „rectangular sine” function

Rząd harmonicznej	Funkcja „sinus prostokątny”		
	$U_m = 10$ V	$U_m = 20$ V	$U_m = 30$ V
	U we V	U we V	U we V
1	9,07	17,98	26,94
3	3,04	6,01	9,01
5	1,83	3,65	5,45
7	1,32	2,63	3,92
9	1,04	2,05	3,07
11	0,87	1,71	2,56
13	0,75	1,50	2,23

Pomiary na stanowisku pomiarowym przeprowadzono kilkakrotnie w celu oceny powtarzalności wyników pomiarów.

Na rys. 4 przedstawiono przykładowy wydruk z programu Harmonalink II, dołączonego do badanego analizatora harmonicznych, przeznaczonego do analizy zarejestrowanych przebiegów.

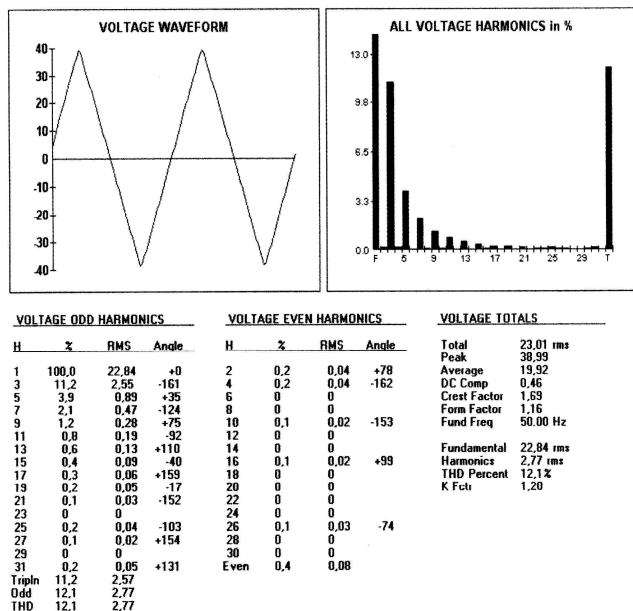
W tym zestawieniu podane są wartości skuteczne wszystkich harmonicznych do 31 włącznie łącznie z wartością kąta przesunięcia fazowego, wartość współczynnika THD i kilku innych wielkości.

W celu oceny wiarygodności wyników pomiarów, uzyskanych z wykorzystaniem funkcji testowych danych zależnościami 7 i 8, badanego analizatora harmonicznych przeprowadzono analizę niedokładności wyników pomiarów. Wyznaczono wartości błędów względnych pomiędzy wartościami skutecznymi poszczególnych harmonicznych uzyskanymi z eksperymentu a wartościami wyznaczonymi z rozwinięcia funkcji testowej w szereg Fouriera. Wartości błędów wyznaczono zgodnie z zależnością 9:

$$\delta = \frac{U_p - U_F}{U_F}, \quad (9)$$

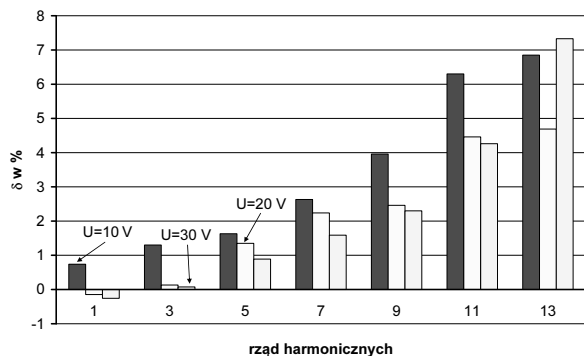
gdzie U_m oznacza wartość skuteczną danej harmonicznej uzyskanej w wyniku pomiaru, natomiast U_F wartość skuteczną z rozwinięcia funkcji testowej w szereg Fouriera.

Amprobe Harmonalink II VOLTAGE Waveform Analysis

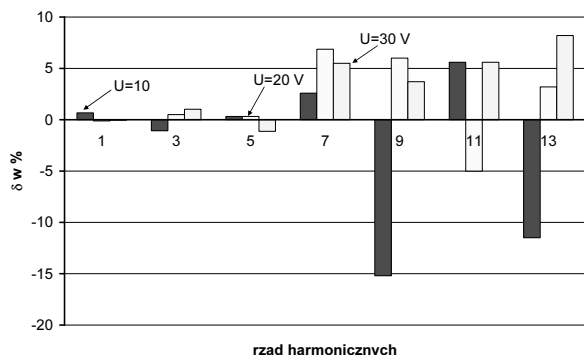


Rys. 4. Wydruk programu Harmonalink II dla wybranej funkcji testującej
Fig. 4. Printout of Harmonalink II program for selected test function

Na rys. 5 i 6 przedstawiono w postaci graficznej wartości błędów względnych, wyznaczonych zgodnie z zależnością (9), dla obydwóch funkcji testujących, danych zależnościami (7) i (8), przedstawionych na rys. 2 i 3.



Rys. 5. Wartości błędów względnych dla funkcji „sinus prostokątny”
Fig. 5. Relative error for the function „rectangular sine”



Rys. 6. Wartości błędów względnych dla funkcji „sinus trójkątny”
Fig. 6. Relative error for the function „triangular sine”

Analizując wartości błędów względnych przedstawionych na rys. 4 i 5 można zaobserwować istotny wpływ wyboru funkcji testującej zarówno na wartości jak i rozkład uzyskiwanych błędów względnych. Wartości błędów względnych stają się coraz większe wraz ze wzrostem rzędu harmonicznych. Z wyjątkiem dwóch punktów pomiarowych błędy nie przekraczają wartości kilku procentów. Zdaniem autora jest to związane z coraz mniejszą wartością skuteczną napięcia dla wyższych harmonicznych oraz z rozdzielczością samego analizatora. Dla wyższych harmonicznych zmiana wartości napięcia o 0,01 V skutkuje przyrostem błędu rzędu kilku procentów.

Jest to szczególnie istotne dla funkcji testującej typu „sinus trójkątny” gdzie wartości skuteczne napięcia maleją wraz z kwadratem wzrostu rzędu harmonicznej.

Wydaje się, że jednym z możliwych sposobów na zmniejszenie wartości uzyskiwanych błędów mogłoby być zastosowanie sygnałów testowych o większej wartości amplitudy. Jednakże jest to związane z zastosowaniem źródła wymuszającego, które posiada możliwości generacji sygnału niesinusoidalnego o dużej wartości amplitudy jak również o wystarczającej dokładności w porównaniu z badanym analizatorem harmonicznych.

5. Wnioski

W pracy podjęto próbę zaprezentowania złożonej tematyki dotyczącej pomiaru wartości harmonicznych. Szczegółowe wskazówki, co do sposobu pomiaru harmonicznych jak również wartości współczynnika THD są zawarte w dokumentach [6], [7] i [8].

Zaprezentowano przykładowe wyniki badań wybranego analizatora harmonicznych HA-2000. Na zaprojektowanym i zbudowanym stanowisku pomiarowym przeprowadzono szereg badań, z wykorzystaniem wybranych sygnałów testujących, za pomocą których dokonano oceny dokładności działania badanego przyrządu. Wykorzystano rozwinięcie zastosowanych funkcji testowych w szereg Fouriera. Przeprowadzono analizę metrologiczną uzyskanych wyników pomiarów, która pozwoliła na sformułowanie wniosków końcowych.

6. Literatura

- [1] Otdmański P: The application of the Power Quality Analyser to determine of parameters describing electric power quality, Proceedings 6th International Conference on Measurement – MEASUREMENT 2007, pp. 288 - 291, May 20 - 24, Smolenice, Slovakia, 2007.
- [2] Szabatin J.: Podstawy teorii sygnałów. WKiŁ, 1990, Warszawa
- [3] Fluke 5500A, Multi-Product Calibrator, Operator Manual, 1994.
- [4] Harmonic/Power Analyzer HA-2000 User's Manual, 1994.
- [5] Papoulis A.: Obwody i układy, WKiŁ, 1988, Warszawa.
- [6] PN-EN 61000-4-30, Metody badań i pomiarów, Metody pomiaru jakości energii.
- [7] PN-EN 61000-4-7, Metody badań i pomiarów – Ogólny przewodnik dotyczący pomiarów harmonicznych i interharmonicznych oraz stosowanych do tego celu przyrządów pomiarowych dla sieci zasilających i przyłączonych do nich urządzeń.
- [8] Rozporządzenie Ministra Gospodarki i Pracy z dn. 20.12.2004 w sprawie szczegółowych warunków przyłączenia podmiotów do sieci elektroenergetycznych, ruchu i eksploatacji tych sieci. Dz. U. nr 2 z dn. 6.01.2005, poz. 6.