

Jakub WOJTURSKI

POLITECHNIKA RZESZOWSKA, ZAKŁAD METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Optymalizacja dokładności pośredniego stroboskopowego pomiaru prędkości obrotowej o dużej wartości

Dr inż. Jakub WOJTURSKI

W 1995 roku ukończył studia w Politechnice Rzeszowskiej na Wydziale Elektrycznym. Od 1995 roku zatrudniony jako asystent a od 2004 roku jako adiunkt w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zainteresowania naukowe obejmują: pomiary wielkości nieelektrycznych, głównie pomiary temperatury za pomocą platynowych termometrów rezystancyjnych oraz pomiary prędkości obrotowej silników wysokoobrotowych.



e-mail: wojtur@prz.edu.pl

Streszczenie

W artykule opisano pośrednią, optymalizowaną metodę pomiaru prędkości obrotowej za pomocą stroboskopu cyfrowego. Optymalizacja dotyczy poprawy dokładności wyznaczenia wartości estymaty prędkości obrotowej o dużej wartości (rzędu kilkudziesięciu tysięcy obrotów na minutę). Na podstawie przeprowadzonych pomiarów i obliczeń stwierdzono, iż optymalizowana metoda pomiaru pozwala na kilkukrotne zmniejszenie wartości niepewności wyniku pomiaru w stosunku do metody konwencjonalnej.

Słowa kluczowe: prędkość obrotowa, stroboskop.

Optimization of the accuracy of indirect stroboscopic, high value rotary speed measurement

Abstract

In the article, indirect optimized method of rotary speed measurement by the use of digital stroboscope was described. Optimization applies to the improvement of the accuracy of estimator of the rotary speed measurement calculation for high speeds values (at the order of ten thousands rotations per minute). On the base of calculations it was found, that it exists, for some optimal speed (Figure 1) at which estimator of the measurement uncertainty has a minimal value. On the base of measurements (Table 1) it was also computed, that the optimization allows to minimize, several times, value of the relative measurement uncertainty (Table 2).

Keywords: rotary speed, stroboscope.

1. Wstęp

Podczas pomiarów prędkości obrotowej zachodzi nieraz konieczność wyznaczenia prędkości obrotowej obiektu o dużej wartości, bez zniekształcania zjawiska ruchowego. Stroboskopy umożliwiają wykonanie bezstykowego, nieobciążającego mechanicznie, pomiaru prędkości obrotowej obiektu, jednak, ze względu na ograniczony zakres pomiarowy (typowo kilkanaście tysięcy obrotów na minutę), nie są odpowiednie do pomiaru prędkości o wartości rzędu kilkudziesięciu tysięcy obrotów na minutę. Dla prędkości obrotowej o tak dużej wartości można zastosować metodę pośrednią, polegającą na wyznaczeniu wartości estymat dwu dowolnych kolejnych podharmonicznych n_i , n_{i+1} prędkości obiektu n_{ob} , dla kolejnych nieruchomych obrazów znacznika (markera) umieszczonego na badanym obiekcie [1]. Estymata prędkości obrotowej obiektu modelowana jest za pomocą wyrażenia:

$$n_{ob} = \frac{n_i \cdot n_{i+1}}{n_i - n_{i+1}}. \quad (1)$$

Wynik obliczenia charakteryzuje się niepewnością, znacznie przekraczającą wartość niepewności podczas pomiaru bezpośredniego ze względu na konieczność wyznaczenia wartości różnic

dwóch bliskich wielkości ($n_i - n_{i+1}$ w mianowniku wyrażenia (1)). Możliwe jest jednak zminimalizowanie wartości standardowej niepewności wyniku wyznaczenia n_{ob} dla metody pośredniej, wykorzystując metodę optymalizowaną.

2. Metoda optymalizowana

W metodzie optymalizowanej wyznaczane są również dwie estymaty wartości prędkości obrotowej, dla dwu nieruchomych obrazów markera. Założono jednak, iż mierzone podharmoniczne prędkości nie będą występowały kolejno po sobie. Pierwsza podharmoniczna prędkość n_i powinna być zlokalizowana jak najbliższe górnego zakresu pomiarowego stroboskopu (ze względu na możliwość popełnienia błędu odczytu wartości drugiej podharmonicznej dla obiektu o czasowej niestabilności prędkości), natomiast druga podharmoniczna prędkość n_j oddalona jest o k harmonicznych od prędkości n_i , czyli $k = j - i$. Wówczas, estymatę prędkości obrotowej obiektu modeluje wzór:

$$n_{ob} = \frac{k \cdot n_i \cdot n_j}{n_i - n_j}. \quad (2)$$

3. Analiza niepewności wyniku pomiaru

Dla modelu matematycznego wyniku wyznaczenia estymaty n_{ob} opisanego wzorem (2), względna złożona niepewność standardowa (WZNS) wyniku opisana jest równaniem:

$$u_r(n_{ob}) = \frac{u_c(n_{ob})}{n_{ob}} = \frac{1}{n_{ob}} \sqrt{\left(\frac{\partial n_{ob}}{\partial n_i}\right)^2 u^2(n_i) + \left(\frac{\partial n_{ob}}{\partial n_j}\right)^2 u^2(n_j) + 2 \frac{\partial^2 n_{ob}}{\partial n_i \partial n_j} u(n_i, n_j)} \quad (3)$$

gdzie: $u^2(n_i), u^2(n_j)$ są estymatami wariancji n_i oraz n_j , $u(n_i, n_j)$ jest estymatą kowariancji pomiędzy n_i i n_j .

Ze względu na to, iż współczynnik k jest liczbą naturalną, nie jest uwzględniany w równaniu (2). Wykorzystywany w pomiarach stroboskop cyfrowy posiada rozdzielczość pomiaru Δ_r , wynoszącą 10 jednostek ostatniego miejsca znaczącego wyniku pomiaru wskazywanego na wyświetlaczu. Można założyć, iż dominującą składową niepewności pomiarów n_i oraz n_j jest składowa addytywna o jednostajnym rozkładzie prawdopodobieństwa, pochodząca od rozdzielczości pomiaru. Wykazano także, że pomiary wartości estymat n_i oraz n_j są statystycznie nieskorelowane (wartość kowariancji $u(n_i, n_j)$ wynosi zero).

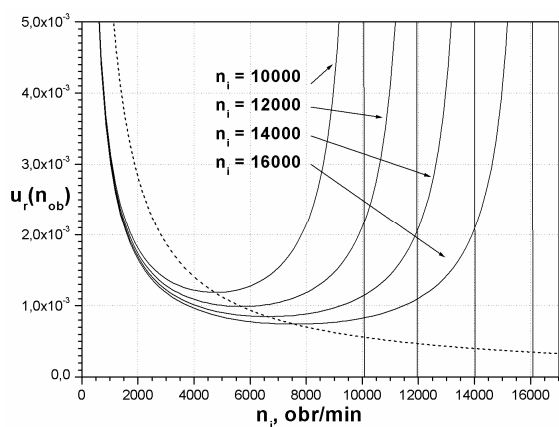
Po obliczeniu współczynników wrażliwości $\left(\frac{\partial n_{ob}}{\partial n_i}, \frac{\partial n_{ob}}{\partial n_j}\right)$ oraz

estymat wariancji $n_i, n_j \left(\frac{\Delta_r^2}{12}\right)$ i podstawieniu odpowiednich wartości do wzoru (3), otrzymano wyrażenie estymujące WZNS wyniku wyznaczenia estymaty n_{ob} :

$$u_r(n_{ob}) = \frac{\sqrt{3} \Delta_r}{6} \frac{\sqrt{n_i^4 + n_j^4}}{n_i n_j (n_i - n_j)}. \quad (4)$$

Na rysunku 1 przedstawiono graficzną zależność wartości $u_r(n_{ob})$ dla kilku wartości prędkości n_i w funkcji prędkości n_j .

Linia przerywana opisuje miejsce położenia minimum wartości WZNS, dla różnych, przykładowych wartości n_i .



Rys. 1. Zależność $u_r(n_{ob})$ w funkcji prędkości n_j dla kilku prędkości n_i
Fig. 1. Dependence of $u_r(n_{ob})$ as a function of n_j speed for some n_i speeds

Widać, że dla każdej prędkości n_i istnieje pewna optymalna prędkość n_j , przy której $u_r(n_{ob})$ osiąga wartość minimalną. W celu wyznaczenia wartości tej prędkości, należy rozwiązać równanie:

$$\left. \frac{\partial u_r(n_{ob})}{\partial n_j} \right|_{n_i} = 0. \quad (5)$$

Po wykonaniu odpowiednich obliczeń otrzymano wynik:

$$n_{jopt} \approx 0,475 \cdot n_i. \quad (6)$$

Jak widać na rysunku 1, $u_r(n_{ob})$ zmienia się nieznacznie dla prędkości n_j leżącej w pobliżu n_{jopt} . Wynika stąd wniosek, iż prędkość n_j podczas pomiaru może mieć nieznacznie większą lub nieznacznie mniejszą wartość niż wyznaczona prędkość n_{jopt} tak, aby była całkowitą podharmoniczną prędkości n_{ob} . Można założyć, że n_j będzie równa połowie prędkości n_i . Po podstawieniu $n_j = \frac{n_i}{2}$ do wzoru (2), wartość estymaty prędkości obrotowej

wyznaczona jest na podstawie wzoru:

$$n_{ob} = k \cdot n_i, \quad (7)$$

natomiast WZNS wyniku obliczenia wartości n_{ob} , wyznaczona na podstawie różniczki zupełnej dla wyrażenia (7), będzie miała wartość minimalną, wynoszącą w przybliżeniu:

$$u_r(n_{ob}) = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{A_r}{n_i}. \quad (8)$$

W celu wyznaczenia wartości współczynnika k we wzorze (7), wykonuje się zgrubny pomiar wartości prędkości dla n_{i+1} podharmonicznej. Po porównaniu wzorów (1) i (2) i wykonaniu odpowiednich obliczeń, otrzymano wzór na aktualną wartość współczynnika k :

$$k = \text{nint} \left(\frac{n_{i+1}}{n_i - n_{i+1}} \right), \quad (9)$$

gdzie: nint - oznacza funkcję zaokrąglającą argument do najbliższej liczby całkowitej.

4. Wyniki badań doświadczalnych

Do badań użyty został silnik modelarski o znamionowym napięciu zasilania $U_{zn} = 6V$ i znamionowej prędkości obrotowej $n_{zn} = 29000$ obr/min. Podczas eksperymentu, napięcie zasilania zwiększono do wartości ok. 10V. Wówczas, wartość prędkości obrotowej jest rzędu 50000 obr/min. Silnik zasilany był z wysoko-stabilnego źródła napięcia tak, aby zadana prędkość była niezmienna w czasie pomiarów. Po ustawieniu częstotliwości błysków stroboskopu na wartość maksymalną, równą wartości zakresu n_n pomiarowego (dla stosowanego stroboskopu $n_n = 17000$ obr/min), zaczęto stopniowo zmniejszać częstotliwość błysków, aż do uzyskania pierwszego, pozornie nieruchomego, pojedynczego obrazu znacznika obiektu. Odczytano wskazanie n_i . Następnie zmniejszono częstotliwość błysków, aż do osiągnięcia kolejnego, pozornego znieruchomienia obrazu dla prędkości n_{i+1} . W tabeli 1 przedstawiono przykładowe wyniki pomiarów, dla dwu różnych eksperymentów pomiarowych.

Tab. 1. Wyniki pomiarów wartości n_i, n_{i+1} , obliczenia wartości współczynnika k oraz n_{ob}

Tab. 1. Results of n_i, n_{i+1} values measurements and values of k coefficient and n_{ob} calculations

Lp.	n_i , obr/min	n_{i+1} , obr/min	k	n_{ob} , obr/min
1	15420	11570	3	46260
2	12980	10360	4	51920

Dla obu przykładów wyznaczono wartości n_{ob} oraz obliczono wartości WZNS wyników pomiaru, zarówno dla metody „klasycznej”, jak i optymalizowanej. Wyniki obliczeń przedstawione są w tabeli 2.

Tab. 2. Wyniki obliczeń wartości $u_r(n_{ob})$ dla metody „klasycznej” (K) i optymalizowanej (O) oraz wartość ich ilorazu

Tab. 2. Results of $u_r(n_{ob})$ values calculations for the “classical” (K) and optimized (O) methods of measurement and the value of their ratio

Lp.	$u_r(n_{ob})K$	$u_r(n_{ob})O$	$u_r(n_{ob})K / u_r(n_{ob})O$
1	0,00115	0,000187	6,1
2	0,00164	0,000222	7,4

5. Wnioski

Jak wynika z przedstawionych w tabeli 2 wyników obliczeń, wartość WZNS dla metody optymalizowanej jest, dla przedstawionych przykładów, ponad pięciokrotnie mniejsza niż dla „klasycznej” metody wyznaczenia estymaty prędkości obrotowej dla pośredniego pomiaru n_{ob} (na podstawie wzoru (1)) Dodatkową zaletą opisaną metody jest możliwość szybkiego wyznaczenia prędkości chwilowej na podstawie tylko jednego pomiaru wartości prędkości n_i . Drugi pomiar (wartości prędkości n_{i+1}) służy jedynie do oszacowania wartości współczynnika k . Czas potrzebny do nastawienia wskazania n_{i+1} nie wpływa na szybkość i dokładność wyznaczenia wartości prędkości obrotowej obiektu n_{ob} . Dla przyjętej optymalnej wartości prędkości n_j , wartość względnej złożonej niepewności standardowej może zostać wyznaczona tylko dla jednej zmiennej n_i , co znacznie poprawia dokładność wyznaczenia prędkości n_{ob} .

6. Literatura

- [1] J. Rutkowski: Stroboskopy. WNT, Warszawa 1961.