

Anna SZLACHTA, Adam KOWALCZYK
POLITECHNIKA RZESZOWSKA, ZAKŁAD METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Regresyjny algorytm pomiaru wartości kąta przesunięcia fazowego

Dr inż. Anna SZLACHTA

Absolwentka Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej – specjalność aparatura elektroniczna (1995). W 2006 r. uzyskała tytuł doktora nauk technicznych, w dyscyplinie naukowej elektrotechnika. Adiunkt w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Zajmuje się zagadnieniami analizy i przetwarzania sygnałów pomiarowych, w szczególności w zakresie pomiarów kąta przesunięcia fazowego sygnałów zakłóconych.

e-mail: annasz@prz.edu.pl



Dr hab. inż. Adam KOWALCZYK

Profesor nadzwyczajny Politechniki Rzeszowskiej, Kierownik Zakładu Metrologii i Systemów Pomiarowych. Ukończył specjalność Miernictwo Elektryczne i Przyrządy Pomiarowe na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w 1973 roku. Stopień doktora uzyskał w 1983r., a doktora habilitowanego w 1992r. Dyscyplina i specjalności naukowe: elektronika, metrologia elektryczna i elektroniczna, systemy pomiarowe wielkości nieelektrycznych, przetwarzanie sygnałów stochastycznych.

e-mail: kowadam@prz.edu.pl



Streszczenie

W artykule przedstawiono algorytm do pomiaru kąta przesunięcia fazowego, wykorzystujący warunkowe uśrednianie sygnałów.

Słowa kluczowe: warunkowe uśrednianie sygnałów, przesunięcia fazowe, algorytm regresyjny, niepewność pomiaru.

The regression algorithm for phase angle measurement

Abstract

In this paper the regression algorithm was presented. It works using conditional averaging for phase angle measurement.

Keywords: conditional averaging of signals, phase angle, regression algorithm, uncertainty of measurement result.

1. Wstęp

W pomiarach kąta przesunięcia fazowego najczęściej spotykane zakłócenia wynikają z występowania szumu, składowych harmonicznych oraz składowej stałej w sygnale. Fazomierze elektroniczne z przetwarzaniem kąta przesunięcia fazowego w odstęp czasu są układami mało odpornymi na zakłócenia losowe. Zniekształcenia losowe wpływają na dokładność określenia przejścia przez zero obydwu przebiegów i mają bezpośredni wpływ na dokładność pomiaru odcinka czasu, odpowiadającego przesunięciu fazowemu φ pomiędzy badanymi sygnałami [1].

Poprawę dokładności pomiaru kąta przesunięcia fazowego dla sygnałów zakłóconych można uzyskać stosując metody algorytmiczne wykorzystujące analizę statystyczną, np. wyznaczenie korelacji wzajemnej dwóch, przesuniętych o kąt φ , sygnałów oraz algorytmy wykorzystujące warunkowe uśrednianie sygnałów zaproponowane przez autorów artykułu [2, 3].

2. Metoda korelacyjna

Metoda korelacyjna pomiaru kąta przesunięcia fazowego centrowanych sygnałów $x(t)$ i $z(t)$ wykorzystuje zależności statystyczne pomiędzy badanymi sygnałami, które opisuje funkcja korelacji wzajemnej $R_{x,z}(\tau)$ sygnałów dla $\tau=0$:

$$R_{x,z}(0) = \sigma_x \cdot \sigma_z \cdot \cos \varphi. \quad (1)$$

Estymatory wariancji, dyskretnych reprezentacji sygnałów $x(t)$ i $z(t)$, odpowiednio wynoszą:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad \hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n z_i^2, \quad (2)$$

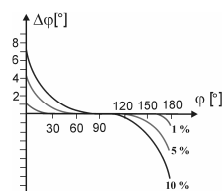
a estymator ich funkcji korelacji wzajemnej $\hat{R}_{x,z}(0)$ określa wyrażenie:

$$\hat{R}_{x,z}(0) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i z_i. \quad (3)$$

Wówczas estymator wartości kąta przesunięcia fazowego $\hat{\varphi}$ może być obliczony z zależności:

$$\hat{\varphi} = \arccos \frac{\hat{R}_{x,z}(0)}{\hat{\sigma}_x \cdot \hat{\sigma}_z} = \arccos \frac{\sum_{i=1}^n x_i z_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n z_i^2}}. \quad (4)$$

Błąd fazomierza korelacyjnego zwiększa się wraz ze wzrostem zawartości szumu, oraz wyższych harmonicznych. Na rysunku 1 przedstawiono wykres błędów fazomierza korelacyjnego dla różnych udziałów szumu w sygnale (%). Moduł błędu przybiera wartość maksymalną dla kąta przesunięcia fazowego 0° i 180° oraz minimalną dla 90° . Dla kątów przesunięcia fazowego wynoszących około 90° metoda korelacyjna posiada około sześciokrotnie większą dokładność niż fazomierz, który wykorzystuje przejście sygnałów przez zero.



Ys. 1. Wpływ udziału zakłóceń losowych na dokładność fazomierza korelacyjnego [4]

Fig. 1. Noise influence on accuracy of correlation phase meter [4]

Do wad metody korelacyjnej należy zaliczyć względną złożoność realizacji funkcji (4) i jej cosinusoidalny charakter oraz ograniczony zakres pomiarowy ($0^\circ \div 180^\circ$) [4].

3. Algorytm wykorzystujący warunkowe uśrednianie sygnałów

3.1. Modele pomiaru

Warunkową wartość średnią dla modeli dwóch sygnałów sinusoidalnych $x(t) = A_x \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$ i $y(t) = A_y \cos(\omega_0 t + \varphi_y)$, i wartości realizacji sygnałów w chwilach t_1 i t_2 ($\tau = t_2 - t_1$), można przedstawić w postaci zależności [2]:

$$E[y|_{x=0}] = -A_y \sin(\omega \cdot \tau + \varphi), \quad (5)$$

gdzie: $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ jest kątem przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami $x(t)$ i $y(t)$.

Jeżeli przyjąć założenie, że sygnał odniesienia $x(t)$ nie zawiera szumu, natomiast addytywnie zakłócony realizacją $n(t)$ szumu $N(0, \sigma_n)$, jest jedynie sygnał opóźniony $z(t) = y(t) + n(t)$, wówczas warunkowa wartość oczekiwana sygnału $z(t)$, przy warunku $x(t) = 0$, przyjmuje postać [2]:

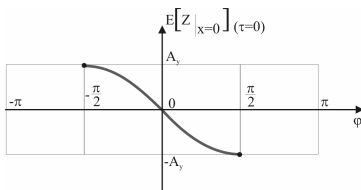
$$E[z|_{x=0}] = E[y|_{x=0}] + E[n|_{x=0}] = -A_y \sin(\omega \cdot \tau + \varphi). \quad (6)$$

W pracach [2, 3] po raz pierwszy zaproponowano kilka algorytmów wyznaczania kąta przesunięcia fazowego sygnałów sinusoidalnych zakłóconych w oparciu o metodę warunkowego uśredniania sygnałów i wykorzystania szczególnej postaci funkcji regresji. W niniejszym artykule przedstawiono metodę warunkowego uśredniania tylko dla jednego algorytmu regresyjnego nazywanego: „algorytm arcus sinus” [3].

Zależność (6) może być podstawą do wyznaczenia kąta przesunięcia fazowego φ . Dla $\tau=0$ funkcja (6) przyjmuje postać:

$$E[z|_{x=0}] = -A_y \sin \varphi \quad (7)$$

Rysunek 2 przedstawia jednoznaczny charakterystykę w przedziale $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.



Rys. 2. Charakterystyka $E[Z|_{X=0}]_{(\tau=0)}$

Fig. 2. The conditional averaging $E[Z|_{X=0}]_{(\tau=0)}$ characteristic

3.2. Algorytm pomiaru

Wyrażenie (7) można zastosować do pomiaru wartości kąta przesunięcia fazowego w zakresie $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$. Na podstawie równania:

$$\hat{\varphi} = -\arcsin \left(\frac{\hat{E}[Z|_{X=0}]}{\hat{A}_y} \right) = -\arcsin \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{\hat{A}_y} \right), \quad (8)$$

gdzie: $\hat{E}[Z|_{X=0}] = \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{\hat{A}_y} \right)$ – oznacza ocenę eksperymentalną dla warunku $x(t) = 0$, wartości oczekiwanej zakłóconego sygnału $y(t)$ przesuniętego o kąt φ względem sygnału $x(t)$, \hat{A}_y – oznacza ocenę eksperymentalną amplitudy A_y sygnału opóźnionego $y(t)$.

Do oceny \hat{A}_y należy wykorzystać eksperymentalne estymatory $\hat{\sigma}_z^2$, $\hat{\sigma}_n^2$ wariancji sygnałów $z(t)$, $n(t)$ wg zależności:

$$\hat{A}_y = \sqrt{2 \cdot (\hat{\sigma}_z^2 - \hat{\sigma}_n^2)}. \quad (9)$$

Jeżeli amplituda A_y sygnału opóźnionego $y(t)$ jest znana, wówczas ocena estymatora \hat{A}_y nie jest potrzebna.

3.3. Ocena niepewności standardowej i rozszerzonej

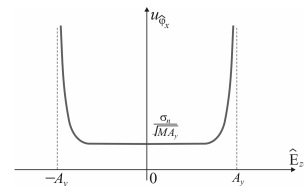
Dla wyznaczenia kąta przesunięcia fazowego według algorytmu regresyjnego w pracy [3] wykorzystana została zależność:

$$\hat{\varphi}_x = -\arcsin \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right) = f \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right). \quad (10)$$

Ocenę niepewności standardowej $u(\hat{\varphi}_x)$ przy uśrednianiu w M -okresach określa wyrażenie:

$$u(\hat{\varphi}_x) = \frac{d\hat{\varphi}}{df \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right)} u \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right) = \frac{u \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right)^2}} = \frac{\sigma_n^2}{\sqrt{M} A_y \sqrt{1 - \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{A_y} \right)^2}}. \quad (11)$$

Zależność (11), której przebieg ilustruje rysunek 3, jest słuszną dla założenia, że amplituda A_y jest znana.



Rys. 3. Zależność niepewności standardowej $u(\hat{\varphi}_x)$ od \hat{E}_{z0} według (11)

Fig. 3. Relation between standard uncertainty $u(\hat{\varphi})$ and \hat{E}_{z0} according to (11)

Jeżeli amplituda A_y nie jest znana, wtedy należy obliczyć jej estymator \hat{A}_y oraz niepewność standardową $u \left(\frac{\hat{E}_{z0}}{\hat{A}_y} \right)$.

Niepewność rozszerzona dla zależności (11) będzie wynosiła:

$$U_c(\hat{\varphi}_x) = k(\alpha) u(\hat{\varphi}), \quad (12)$$

gdzie: $k(\alpha)$ – współczynnik rozszerzenia zależy od przyjętego rozkładu prawdopodobieństwa i założonego poziomu ufności α .

4. Wnioski

Charakterystyka niepewności $u(\hat{\varphi}_x)$ pokazuje uzupełniające właściwości omawianej zasady pomiaru w stosunku do metody korelacyjnej (rys. 1) gdzie większe niedokładności pomiaru występują w pobliżu punktów $\varphi=0^\circ$ i $\varphi=180^\circ$. Omówiona zasada pomiaru, ze względu na wykorzystanie uśredniania w jednym punkcie charakterystyki, dla uzyskania dużej dokładności wymaga uwzględnienia do uśredniania wielu okresów i nadaje się do sygnałów o częstotliwościach z zakresu pasma akustycznego i większych.

5. Literatura

- [1] J. Gajda, R. Sroka: „Pomiary kąta fazowego. Modele – układy – algorytmy”; Kraków 2000
- [2] A. Szlachta, A. Kowalczyk: „Modelowanie warunkowego uśredniania wartości amplitudowych sygnałów w pomiarach kąta przesunięcia fazowego”, Sympozjum Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych str. 65-70, Krynica 2004r.
- [3] Szlachta A.: „Zastosowanie warunkowego uśredniania wartości amplitudowych sygnałów w pomiarach kąta przesunięcia fazowego”. Rozprawa doktorska; Rzeszów 2006.
- [4] Спектор С.А.: „Электрические измерения физических величин”. ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ Ленинградское отделение, Ленинград 1987.