

**Waldemar WÓJCIK, Piotr KISAŁA**  
POLITECHNIKA LUBELSKA, KATEDRA ELEKTRONIKI

## Modelowanie struktur światłowodowych siatek Bragga wykorzystywanych w układach czujnikowych

Dr hab. inż. Waldemar WÓJCIK

Ukończył studia na Politechnice Wrocławskiej - Wydział Elektroniki (1975), doktorat obronił w Politechnice Lubelskiej (1985), a habilitację w Politechnice Lwowskiej (2001). W pracy badawczej zajmuje się optoelektroniką, automatyką, telekomunikacją i informatyką. W swoim dorobku ma 14 monografii, ponad 100 prac naukowych, 3 patenty. Obecnie pełni funkcję Dziekana Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Lubelskiej.



e-mail: waldemar.wojcik@pollub.pl

### Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki symulacji różnych siatek Bragga mających na celu określenie czy możliwe jest zastosowanie ich w układach czujnikowych, np. naprężeń. Autorzy opisali modele najczęściej produkowanych i wykorzystywanych obecnie siatek. Dla uzyskania ilościowych informacji o efektywności dyfrakcji i jej wpływie na charakterystyki widmowe siatki Bragga wykorzystana została teoria modów sprzężonych. Badania symulacyjne potwierdzono badaniami laboratoryjnymi.

**Słowa kluczowe:** światłowodowe siatki Bragga, teoria modów sprzężonych, czujniki optoelektroniczne.

### Modeling of the fiber Bragg grating structures used in sensing systems

#### Abstract

The paper presents the simulation results of many different types of fiber Bragg gratings simulations. The FBG models chosen and presented in this article are the most common produced and used models. We used the coupled-mode theory for the quantitative information results about the grating diffraction efficiency and its influence on the FBG spectrum. Simulations are confirmed by the laboratory measurements.

**Keywords:** fiber Bragg gratings, coupled mode theory, optical fiber sensors.

## 1. Wstęp

Światłowodowe siatki Bragga wykorzystywane są najczęściej w telekomunikacji do selektywnego rozdzielania widma sygnału wejściowego dla niewiele zmieniających się warunków otaczających siatkę takich jak temperatura, ciśnienie, itp. Zmienne warunki otoczenia powodują zmiany parametrów charakterystycznych siatki, tj. okresu, efektywnego współczynnika załamania światła, długości fali Bragga, długości siatki, chirpu. Chcąc wykorzystać siatki Bragga w układach czujnikowych należy przeanalizować wpływ tych zmian na parametry siatki. W pracy podjęto próbę rozwiązania tego zadania. Przy użyciu programowania obiektowego (ang. object-oriented programming [1]) przeprowadzono symulację w środowisku Matlab wpływu parametrów charakterystycznych na charakterystyki widmowe analizowanej siatki. Zastosowano tu metodę macierzy transferujących [2]. W artykule zamieszczono opis i wyniki modelowania, zarówno siatek jednorodnych, jak i siatek niejednorodnych (chirpowych i apodyzowanych). Dla oceny możliwości wykorzystania poszczególnych rodzajów siatek, ich charakterystyki widmowe zostały przedstawione na wspólnych wykresach. Rozważone zostały przypadki siatek z różnymi wartościami chirpu liniowego, siatek z chirpem nieliniowym oraz siatek apodyzowanych trzema różnymi funkcjami matematycznymi, najczęściej spotykanymi w zastosowaniach praktycznych.

Mgr inż. Piotr KISAŁA

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Lubelskiej w 2002 r. W roku tym został zatrudniony na stanowisku asystenta w Katedrze Elektroniki Politechniki Lubelskiej. Działalność naukowo-badawcza Piotra Kisały dotyczy zarówno telekomunikacyjnych jak i nietelekomunikacyjnych zastosowań światłowodów, zwłaszcza nad zastosowaniem światłowodowych siatek Bragga jako elementów filtrujących oraz czujników optycznych.

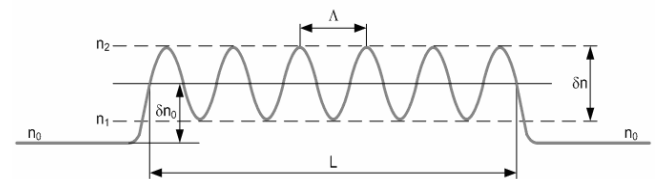


e-mail: p.kisala@pollub.pl

## 2. Założenia metody

Zakładamy, że współczynnik załamania światła w siatce jest wielkością zależną od zmiennej  $z$  (rys. 1), gdzie  $z$  jest osią światłowodową, wzdłuż której zapisana jest siatka (siatka zapisana jest we włóknie wzdłuż osi  $z$ ). Można zatem współczynnik załamania światła przedstawić w postaci:

$$n(x, y, z) = n(z) = n_0 + \delta n_0 + \delta n(z) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z + \varphi(z)\right) \quad (1)$$



Rys. 1. Siatka jako modulacja współczynnika załamania  
Fig. 1. Grating as a refractive index modulation

gdzie:

- $n_0$  – współczynnik załamania rdzenia na odcinku włókna bez siatki,
- $n_1$  – minimalna wartość współczynnika załamania wewnątrz struktury siatki,
- $n_2$  – maksymalna wartość współczynnika załamania wewnątrz struktury siatki,
- $\delta n_0$  – wartość średnia modulacji współczynnika załamania (składowa stała DC),
- $\delta n(z)$  – amplituda modulacji współczynnika zał. (składowa zmienna AC),
- $\Lambda$  – okres siatki,
- $L$  – długość siatki.

W pracy wykorzystano równania modów sprzężonych [3] w następującej postaci:

$$\frac{dR(z)}{dz} = i\sigma(z)R(z) + ik(z)S(z), \quad (2)$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = -i\sigma(z)S(z) + ik^*(z)R(z), \quad (3)$$

gdzie:  $R(z) = A(z) \exp[i(\delta z - \varphi/2)]$  natomiast

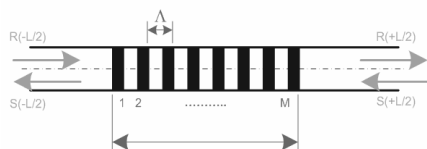
$$S(z) = B(z) \exp[-i(\delta z + \varphi/2)], \quad (4)$$

$A(z)$  i  $B(z)$  są amplitudami modów propagujących odpowiednio w kierunkach  $+z$  oraz  $-z$ ,  $R(z)$  reprezentuje mod poruszający się w kierunku  $+z$ , natomiast  $S(z)$  mod poruszający się w kierunku przeciwnym ( $-z$ ),  $\sigma$  jest składową stałą (DC) modulacji współczynnika załamania,  $k(z)$  jest składową zmienną (AC) modulacji współczynnika załamania światła w siatce (nazywana również lokalną mocą siatki – ang.: local grating strength).

### 3. Modelowanie czujników o parametrach rozłożonych jednorodnie

Jednorodna siatka Bragga (uniform grating) potraktowana została jako układ o jednorodnie rozłożonych parametrach. Wszystkie parametry modelu siatki (łącznie z jej okresem) są stałe na całej jej długości.

Równania modów sprzężonych (2) i (3) zostały, dla siatek jednorodnych, rozwiązane za pomocą metody macierzy transferujących. Metoda macierzy transferujących wykorzystywana jest często do analizy struktur periodycznych. Zgodnie z założeniem z rysunku 1, siatkę traktujemy jako periodyczną zmianę współczynnika załamania w rdzeniu włókna światłowodowego. Rysunek 2 przedstawia ideę macierzy transferujących zastosowanych do symulacji siatek Bragga.



Rys. 2. Metoda macierzy transferujących w zastosowaniu do siatek jednorodnych

Fig. 2. Transfer matrix method for the uniform grating modelling

Zmiana amplitudy współczynnika załamania w siatce oraz okres siatki są wartościami stałymi. Siatka reprezentowana jest za pomocą jednej macierzy transferującej  $F_M$  (stały okres siatki i okres modulacji współczynnika załamania). Proces propagacji światła przez strukturę siatki opiszemy równaniem:

$$\begin{bmatrix} R_{+L/2} \\ S_{-L/2} \end{bmatrix} = F_M \cdot \begin{bmatrix} R_{-L/2} \\ S_{+L/2} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

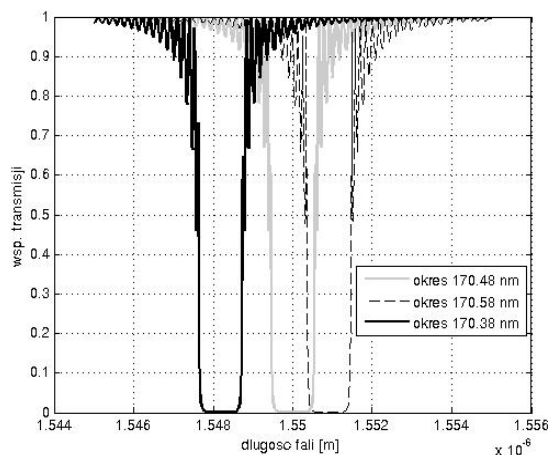
$R_{+L/2}$  reprezentuje sygnał transmitowany przez siatkę, wartość mocy sygnału po przejściu przez siatkę,  $S_{-L/2}$  to sygnał odbity przez siatkę,  $R_{-L/2}$  jest sygnałem wprowadzanym do siatki zgodnie z kierunkiem  $+z$ , natomiast  $S_{+L/2}$  jest sygnałem wprowadzanym zgodnie z kierunkiem  $-z$ . Macierz  $F_M$  dana jest wzorem:

$$F_M = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_B L) - i \frac{\sigma}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B L) & -i \frac{k}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B L) \\ i \frac{k}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B L) & \cosh(\gamma_B L) + i \frac{\sigma}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B L) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie  $k$  i  $\sigma$  to wielkości z równania opisuje równanie (2) i (3),  $L$  jest to długość siatki, natomiast  $\gamma_B$  to wielkość zależna od  $k$  i  $\sigma$  zgodnie z literaturą [4].

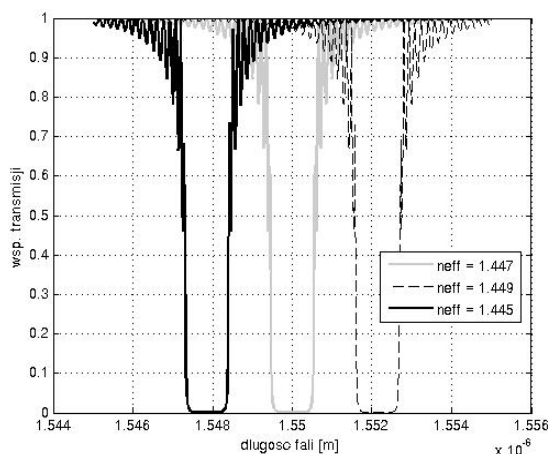
Charakterystyki widmowe tak zamodelowanych siatek przedstawiają rysunki zamieszczone poniżej.

Im większy okres danej siatki, tym większa jest wartość długości fali Bragga dla tej siatki, co potwierdza rys. 3. Podobne porównanie przedstawiono na rys. 4. Dla różnych wartości efektywnego współczynnika załamania światła w siatce  $n_{eff}$ , różne będą wartości długości fali Bragga, co skutkować będzie przesunięciem charakterystyki widmowej siatki w dziedzinie długości fali. Siatki o różnych wartościach efektywnego współczynnika załamania światła, a takich samych pozostałych parametrach będą posiadać dokładnie taki sam kształt charakterystyki widmowej (również taką samą szerokość połowkową).



Rys. 3. Widma transmisyjne uzyskane za pomocą metody macierzy transferujących dla różnych wartości okresu siatki  $\Lambda$ . Linia czarna ciągła  $\Lambda = 170.48$ , linia szara ciągła  $\Lambda = 170.58$ , linia czarna przerywana  $\Lambda = 170.28$

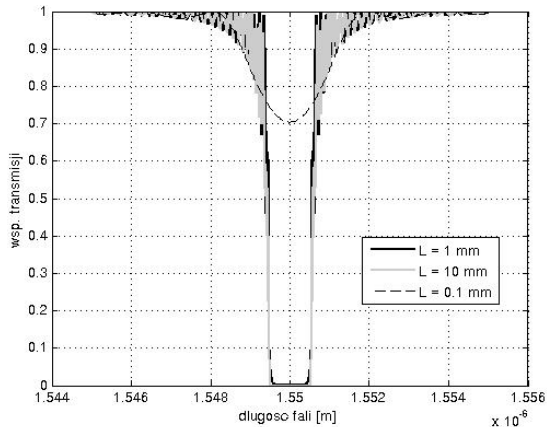
Fig. 3. Transmission spectra modelled by using of the transfer matrix method for three different value of the grating period



Rys. 4. Widma transmisyjne uzyskane za pomocą metody macierzy transferujących dla różnych wartości efektywnego współczynnika załamania światła w siatce  $n_{eff}$ . Linia szara ciągła  $n_{eff} = 1.447$ , linia czarna przerywana  $n_{eff} = 1.449$ , linia czarna ciągła  $n_{eff} = 1.445$

Fig. 4. Transmission spectra modelled by using of the transfer matrix method for three different value of the effective refractive index of the grating

Na rys. 5. przedstawiono porównanie kształtów charakterystyk widmowych siatki dla różnych jej długości. Im dłuższa siatka, tym zbczoce „piku” transmisyjnego jest bardziej pionowe. Jak widać siatka o długości 0.1mm posiada praktycznie nie przydatną do większości zastosowań (czujnikowych i telekomunikacyjnych) charakterystykę widmową. Jej widmo jest bowiem na tyle rozmyte, że współczynnik odbicia osiąga jedynie 30% wartości pożądaney (równy 99.9%).

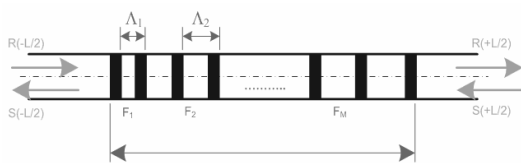


Rys. 5. Widma transmisyjne uzyskane za pomocą metody macierzy transferujących dla różnych wartości długości siatki  $L$ . Linia czarna ciągła  $L = 1$  mm, linia szara ciągła  $L = 10$  mm, linia czarna przerywana  $L = 0.1$  mm

Fig. 5. Transmission spectra modelled by using of the transfer matrix method for three different value of the grating length

#### 4. Modelowanie czujników o parametrach rozłożonych niejednorodnie z siatkami chirpowymi (chirped gratings)

Siatka jest teraz reprezentowana za pomocą różnych macierzy transferujących o wymiarach  $2 \times 2$ . Każda macierz transferująca obrazuje transfer światła w danym miejscu (segmencie) siatki. Siatka podzielona została na  $M$  sekcji, z których każda reprezentowana jest przez osobną macierz. Całkowita macierz transferu dla naszej siatki będzie w takim przypadku równa iloczynowi wszystkich cząstkowych macierzy transferujących. Światło wprowadzane do siatki propaguje przez kolejne sekcje siatki, które opisane są przez macierze transferujące  $F_i$  (rys. 6) ( $i$ -numer sekcji).



Rys. 6. Metoda macierzy transferujących w zastosowaniu do siatek niejednorodnych

Fig. 6. Transfer matrix method for the nonuniform grating modelling

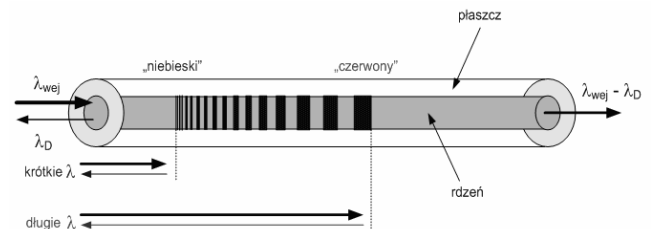
Każda macierz  $F_i$  może być teraz opisana wzorem:

$$F_i = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_B \Delta z) - i \frac{\sigma}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) & -i \frac{k}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) \\ i \frac{k}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) & \cosh(\gamma_B \Delta z) + i \frac{\sigma}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie:  $\Delta z$  jest długością  $i$ -tej sekcji siatki. Cała siatka opisana będzie równaniem:

$$\begin{bmatrix} R_{+L/2} \\ S_{-L/2} \end{bmatrix} = F_M \cdot F_{M-1} \cdot \dots \cdot F_i \cdot \dots \cdot F_1 \cdot \begin{bmatrix} R_{-L/2} \\ S_{+L/2} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

Chirpowa siatka Bragga (ang.: chirped grating [5]), która posiada zmienny okres przedstawiona jest na rys. 7.



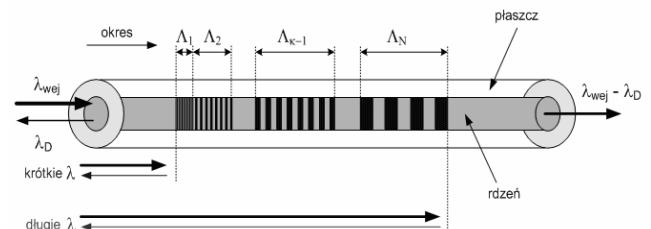
Rys. 7. Siatka Bragga o liniowym chirpie  
Fig. 7. Linear chirped Bragg grating

Jest to siatka Bragga o liniowym chirpie [6]. W tym przypadku okres siatki zmienia się w sposób liniowy wraz ze zmianą pozycji sekcji siatki. Współczynnik załamania chirpowej siatki Bragga wyrazić można następującą zależnością:

$$n(x, y, z) = \vec{n}(x, y, z) + \delta n(x, y, z) \cos\left(\frac{2\pi z}{\Lambda} + 2 \int_0^z \phi(\xi) d\xi\right), \quad (9)$$

gdzie:  $\Lambda$  jest okresem Bragga,  $d\xi$  opisuje wartość chwilową fazy siatki chirpowej.

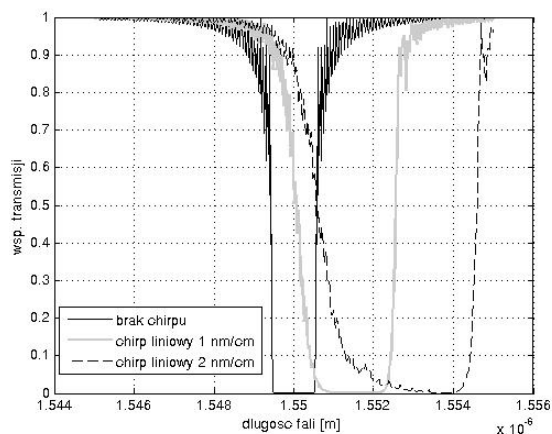
Nie istnieją analityczne metody rozwiązania równań modów sprzężonych dla siatek chirpowych [7]. W związku z powyższym musimy zastosować metody numeryczne do rozwiązania przybliżonego. Wykorzystamy w tym celu opisaną wcześniej metodę macierzy transferujących. Aby to uczynić, zakładamy iż nasza siatka jest liniowa w pewnych okresach – patrz rys. 8.



Rys. 8. Schemat przedstawiający kaskadę wielu siatek o zwiększającym się okresie. Schemat wykorzystywany jest przy symulacji siatek chirpowych  
Fig. 8. The cascade of many uniform gratings used for the chirped grating simulations

Schemat z rysunku 8 wykorzystany został do symulacji siatek chirpowych, zarówno liniowych, jak i nieliniowych.

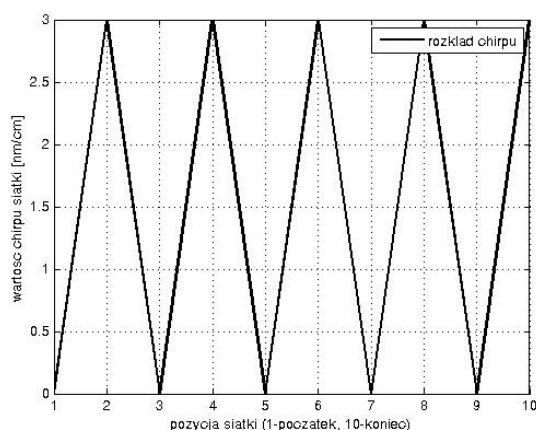
Na rys. 9 przedstawione są wyniki symulacji widma transmisyjnego dla różnych wartości chirpu  $d\lambda_D/dz$ , lecz przy takich samych wartościach  $\delta n$  oraz przy takich samych długościach siatki  $L$ . Jeżeli  $d\lambda_D/dz$  będzie dodatnie, wtedy okres siatki o chirpie liniowym będzie wzrastał wzdłuż kierunku propagacji światła. Jeżeli natomiast  $d\lambda_D/dz$  będzie ujemne, okres ten będzie malał. W naszym modelu uwzględnimy zarówno dodatnie, jak i ujemne wartości  $d\lambda_D/dz$ . Jak widać z rys. 9 charakterystyki widmowe siatek z chirpem są przesunięte w stosunku do siatki bez chirpu. Zauważalne jest również „rozmycie” widma. Rozmycie to jest tym większe, im większa jest wartość bezwzględna chirpu. Jeżeli  $d\lambda_D/dz$  jest ujemne centralna długość fali siatki (długość fali Bragga) przesuwa się w lewą stronę (w kierunku mniejszych długości fali). Jeżeli natomiast  $d\lambda_D/dz$  jest dodatnie, wtedy centralna długość fali (długość fali Bragga) przesuwa się w prawą stronę (w kierunku fal dłuższych). Informacja o wpływie chirpu siatki na jej widmo jest bardzo istotna przy wykorzystaniu siatki jako czujnika np. naprężenia. Znamy bowiem zależność widma od chirpu siatki, którym jest zmiana okresu po długości siatki. Niesie on zatem informację o wartości okresu w danym punkcie czujnika (siatki) zarówno jakościową, jak i ilościową.



Rys. 9. Zamodelowane widma transyisyjne trzech siatek o różnej wartości chirpu:  $d\lambda_D / dz = 0$  nm/cm – brak chirpu (linia czarna ciągła),  $d\lambda_D / dz = 1$  nm/cm (linia szara ciągła) oraz  $d\lambda_D / dz = 2$  nm/cm (linia czarna przerywana). Parametry siatki:  $L = 1000$   $\mu\text{m}$ ,  $n_{\text{eff}} = 1.447$ ,  $\delta n = 0.001$ ,  $\lambda_D = 1.55$   $\mu\text{m}$

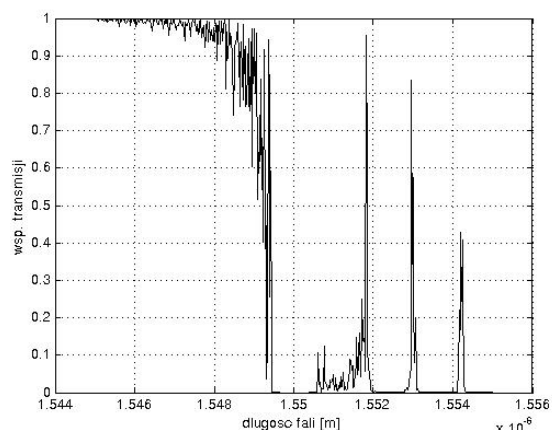
Fig. 9. Transmission spectra from the model for three grating with the different chirp value

Stworzony model może być również wykorzystywany do symulacji czujników wykonanych na siatkach chirpowych o różnym rozkładzie chirpu wzdłuż siatki. Na rys. 10 przedstawiono przykładowy przebieg rozkładu chirpu wzdłuż długości siatki.



Rys. 10. Wykresy zamodelowanego chirpu nieliniowego

Fig. 10. Non-linear chirp shape used in simulations



Rys. 11. Odpowiedź widmowa siatki otrzymana z modelu dla rozkładu chirpu z rys. 10

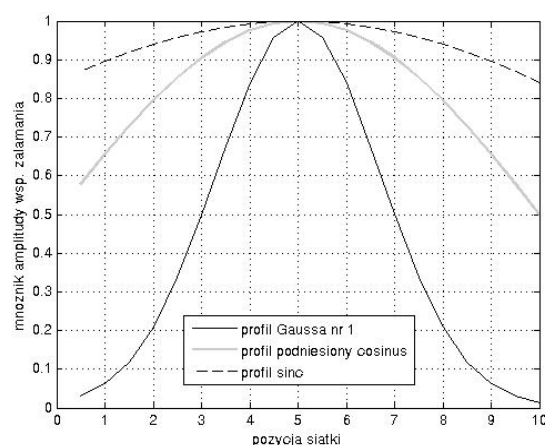
Fig. 11. Spectral response of the grating for the chirp profile from fig. 10

Model pozwala wyznaczać odpowiedzi widmowe również siatek chirpowych i to w szerokim zakresie zmian parametrów tych siatek.

## 5. Modelowanie czujników o parametrach rozłożonych niejednorodnie z siatkami apodyzowanymi (apodized gratings)

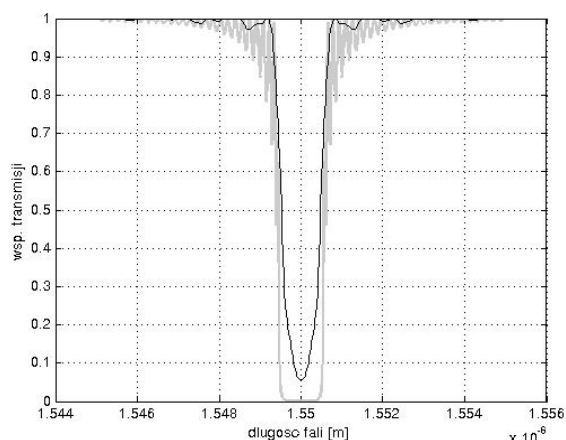
Obecnie na rynku dostępne są siatki Bragga apodyzowane [8] wieloma funkcjami. Jeżeli znamy klasę funkcji anodyzacyjnej, możemy również określić postać matematyczną tej funkcji wraz ze współczynnikami. To z kolei pozwoli nam na uwzględnienie takiej funkcji w stworzonym modelu.

W niniejszym artykule wykorzystane zostały następujące funkcje apodyzacyjne: rozkład gaussa, podniesiony cosinus oraz sinc. Na rys. 12 zostały przedstawione kształty trzech profili apodyzacyjnych. Rysunki od 13 do 15 zawierają porównanie charakterystyk widmowych siatek bez anodyzacji, z siatkami apodyzowanymi profilami z rys. 12.



Rys. 12. Profile apodyzacyjne wykorzystywane do modelowania siatek Bragga apodyzowanych

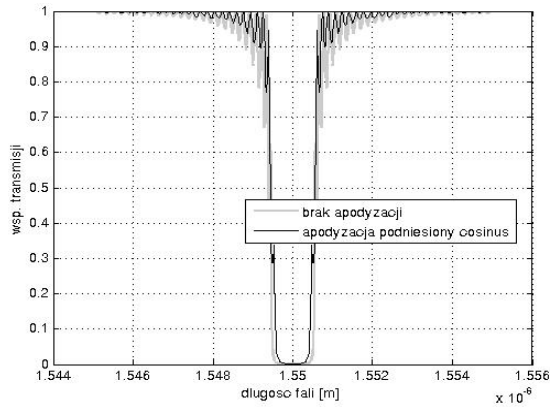
Fig. 12. Apodization profiles, which was used for the apodized gratings modelling process



Rys. 13. Porównanie odpowiedzi widmowej siatki jednorodnej bez apodyzacji (linia szara) z odpowiedzią widmową siatki z apodyzacją profilem Gaussa (linia czarna)

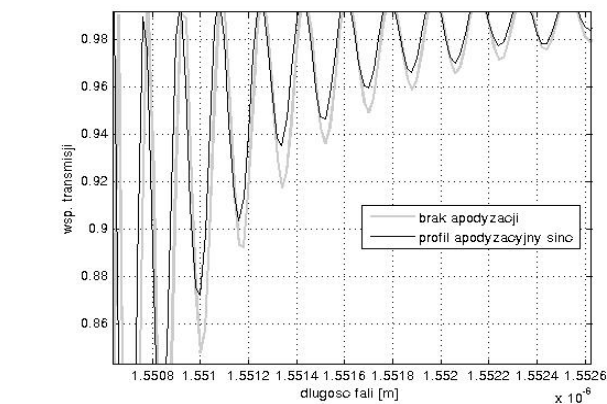
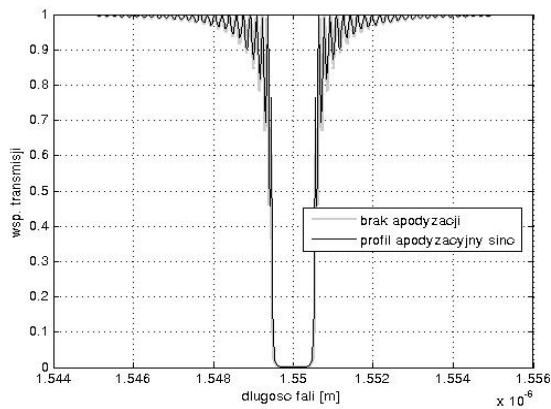
Fig. 13. Transmission spectra of uniform grating without apodization and Gaussian profile apodized grating

Jak widać z rys. 13 do 15 apodyzacja zmniejsza wstęgi boczne w widmie siatki. Stopień wytlumienia tych wstęp jest różny dla różnych profili apodyzacji. Największy stopień wytlumienia wstęp bocznych obserwujemy dla profili Gaussowskich.



Rys. 14. Porównanie odpowiedzi widmowej siatki jednorodnej bez apodyzacji (linia szara) z odpowiedzią widmową siatki z apodyzacją profilem podniesiony cosinus (linia czarna)

Fig. 14. Transmission spectra of uniform grating without apodization and raised cosine profile apodized grating

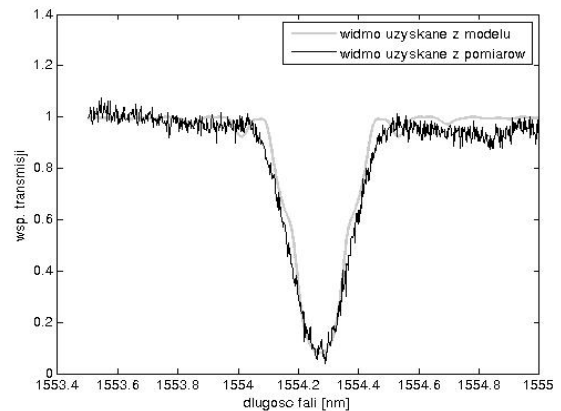


Rys. 15. Porównanie odpowiedzi widmowej siatki jednorodnej bez apodyzacji (linia szara) z odpowiedzią widmową siatki z apodyzacją profilem sinc (linia czarna). Rysunek po lewej stronie - całe widmo, rysunek po prawej stronie - powiększenie prawej strony widma

Fig. 15. Transmission spectra of uniform grating without apodization and sinc profile apodized grating

Niestety ograniczanie niepożądanych płatów bocznych powoduje również zmianę głównego pików odbiciowego siatki. Jak widać, im efektywniej wytłumiamy wstęgi boczne, tym bardziej zawężamy główny listek odbiciowy siatki. Oprócz zmniejszenia jego szerokości połowkowej ograniczamy również współczynnik odbicia i współczynnik transmisji siatki. Należy się zastanowić czy przy konkretnym zastosowaniu siatki zależy nam na utrzymaniu wysokiej wartości współczynnika odbicia, czy na ograniczeniu wstęg bocznych siatki. W przypadku siatek wykorzystanych jako elementy czujnika, np. naprężenia, gdzie o rozkładzie tego naprężenia decyduje kształt całego widma, bez wstęg bocznych. Stosownie

wyduje się zatem wykorzystanie siatek apodyzowanych do tego typu czujników.



Rys. 16. Widma transmisyjne apodyzowanej siatki Bragga: uzyskane z pomiarów i zamodelowane przy wykorzystaniu metody macierzy transferujących i teorii modów sprzężonych

Fig. 16. Transmission spectra of the apodized grating. The first (grey line) spectrum was modelled and the second spectrum was measured (black line)

Rysunek 16 przedstawia widma siatki rzeczywistej (uzyskane z pomiarów laboratoryjnych) o następujących parametrach: długość siatki  $L = 10\text{cm}$ , efektywny współczynnik załamania w siatce  $n_{\text{eff}} = 1.447$ , długość fali Bragga  $\lambda_B = 1554.4\text{nm}$ , wartość średnia modulacji współczynnika załamania  $\delta n = 0.0002$ . Siatka była apodyzowana profilem Gaussa o znanych parametrach.

## 6. Wnioski

Zaproponowane modele i metody mogą być wykorzystane nie tylko do symulacji i estymacji parametrów siatek, ale również przy ich projektowaniu. Istnieje możliwość stworzenia modeli większości produkowanych obecnie typów siatek Bragga.

Potwierdzenie rezultatów symulacyjnych charakterystyk widmowych siatek badaniami laboratoryjnymi (dla wybranych siatek) wskazuje na zasadność wykorzystania metody macierzy transferujących do analizy własności widmowych siatek i potwierdza możliwość wykorzystania ich do zastosowań czujnikowych.

## 7. Literatura

- [1] G. White, M. Sivitanides, „Cognitive Differences Between Procedural Programming and Object Oriented Programming”, *Information Technology and Management* 6, 333–350, 2005.
- [2] M. Yamada and K. Sakuda, „Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguide via a fundamental matrix approach”, *Applied Optics*, v.26, no.16, 1987, pp. 3474-3478.
- [3] A.N. Kireev, Th. Graf, „Symmetric vector coupled-mode theory of dielectric waveguides”, *Optics Communications* 244 (2005) 25–35.
- [4] A. Othonos and K. Kalli, „Fibre Bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing”, (Artech House), 1999.
- [5] H.V. Baghdasaryan, T. M. Knyazyan, „Modelling of linearly chirped fiber Bragg gratings by the method of single expression”, *Optical and Quantum Electronics* 34: 481–492, 2002.
- [6] J. Kwon, Y. Jeon, B. Lee, „Tunable dispersion compensation with fixed center wavelength and bandwidth using a side-polished linearly chirped fiber Bragg grating”, *Optical Fiber Technology* 11 (2005) 159–166.
- [7] R. Kashyap, „Fiber Bragg Gratings”, Academic Press, An Imprint of Elsevier, 1999.
- [8] Z. Lin, X. Chen, F. Wu, J. Shi, Y. Yin, S. Xie, „A novel method for fabricating apodized &ber Bragg gratings”, *Optics & Laser Technology* 35 (2003) 315 – 318.