

**Jerzy AUGUSTYN**

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, KATEDRA ELEKTROTECHNIKI I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

## Niepewność pomiaru impedancji metodami algorytmicznymi

Dr inż. Jerzy AUGUSTYN

Adiunkt w Katedrze Elektrotechniki i Systemów Pomiarowych Wydziału Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach. Autor ponad 30 publikacji a także autor lub współautor 7 patentów z zakresu metrologii elektrycznej. Główne zainteresowania naukowe: pomiary składowych impedancji, algorytmy przetwarzania danych pomiarowych, propagacja niepewności w systemach pomiarowych.



e-mail: j.augustyn@tu.kielce.pl

### Streszczenie

W artykule przedstawiono ocenę niepewności pomiaru impedancji, wyznaczonej w układzie pomiarowym z dwukanałowym przetwornikiem próbkującym. Wykorzystując metodę Monte Carlo, przeanalizowano wpływ błędów dynamicznego oraz błędów kwantowania na rozkład prawdopodobieństwa błędów składowych impedancji. Porównano propagację tych błędów dla trzech algorytmów wykorzystujących ciągi próbek napięcia i prądu, pobranych w czasie trwania okna pomiarowego równego okresowi napięcia wymuszającego. Na podstawie otrzymanego rozkładu prawdopodobieństwa wyznaczono wartość rozszerzonej niepewności pomiaru składowych impedancji.

**Słowa kluczowe:** niepewność, pomiary składowych impedancji, algorytmy pomiarowe.

### Impedance measurement uncertainty added by algorithmic methods

#### Abstract

The article presents estimation of the impedance measurement uncertainty determined in the measurement circuit with two-channel sampling sensor. Using Monte Carlo method, influence of dynamic error and quantisation error on the probability distribution of impedance components error has been analysed. Comparison has been made of these errors propagation for three algorithms using sequences of voltage and current samples taken during the measurement window equal to the period of sinusoidal forcing voltage. On the basis of the obtained probability distribution, the value of the expanded uncertainty of impedance components has been determined.

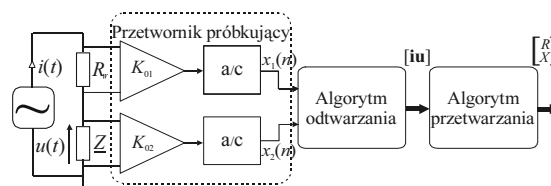
**Keywords:** uncertainty, measurement of impedance components, measurement algorithms.

## 1. Wprowadzenie

Wyznaczanie wartości składowych impedancji jest zadaniem pomiarowym stosowanym w wielu dziedzinach techniki. Różne wielkości fizyczne przetwarzają się na sygnał elektryczny za pomocą czujników impedancyjnych. Zastosowanie układów pomiarowych z przetwarzaniem analogowo-cyfrowym umożliwia wykorzystanie odpowiednich algorytmów cyfrowego przetwarzania spróbkowanych sygnałów pomiarowych do wyznaczenia wartości składowych impedancji [1-6]. Znanych jest wiele algorytmów przetwarzania stosowanych przy zasilaniu mierzonej impedancji sinusoidalnym napięciem lub prądem. W celu wyznaczenia chwilowych wartości napięcia i prądu na mierzonej impedancji należy zastosować dwukanałowy system akwizycji danych z jednoczesnym próbkowaniem w obu kanałach. Algorytmy przetwarzania upraszczają się w warunkach próbkowania synchronicznego z częstotliwością generatora zasilającego badaną impedancję. Do wstępnego przetworzenia prądu płynącego w obwodzie pomiarowym na napięcie wykorzystywany jest szeregowy rezystor wzorcowy lub aktywny przetwornik I/U [1-6].

Wartości przetwarzanych sygnałów należy ponadto odpowiednio przeskalować w zależności od zakresu zastosowanych przetworników a/c. Obliczenie wartości składowych impedancji musi więc być poprzedzone odpowiednim algorytmem odtworzenia wartości chwilowych napięcia i prądu na mierzonej impedancji. Schemat blokowy toru pomiarowego, uwzględniający omówione podstawowe etapy przetwarzania przedstawiono na rys. 1.

Wszystkie elementy toru przetwarzania sygnałów, począwszy od układów wstępnego przetwarzania napięcia i prądu, poprzez układy próbkująco-pamiętające i przetworniki analogowo-cyfrowe wprowadzają błędy, które należy uwzględnić podczas szacowania niepewności końcowego wyniku pomiaru. Również algorytmy przetwarzania, ze względu na przybliżoną postać zależności opisujących sposób przetworzenia ciągów skwantowanych próbek, wprowadzają dodatkowy błąd pomiaru. Obliczony zgodnie z przyjętym algorytmem przetwarzania wektor wielkości wyjściowych  $\mathbf{y}=[R \ X]^T$  zawiera więc błędy będące wynikiem złożenia błędów przetwornika próbkującego propagowanych przez kolejne elementy toru przetwarzania oraz błędów własnych algorytmu.



Rys. 1. Schemat blokowy toru przetwarzania układu do wyznaczenia składowych impedancji

Fig. 1. Block diagram of the circuit for impedance component calculation

Jedną z metod umożliwiających ocenę niepewności pomiaru w układzie złożonym z przetwornika próbkującego oraz algorytmu przetwarzania jest wykorzystanie zasady propagacji rozkładów prawdopodobieństwa jako podstawy wyznaczenia niepewności. Stosuje się do tego celu metodę Monte Carlo, wykorzystując matematyczny model pomiaru [7-11].

## 2. Błędy pojedynczego wyniku przetwarzania przetwornika próbkującego

Każdy z dwóch kanałów przetwornika próbkującego przetwarza wartości chwilowe napięcia  $u(t)$  lub prądu  $i(t)$  związane z mierzoną impedancją na ciągi wartości sygnałów wyjściowych przetworników a/c  $\{x_1(n)\}$  i  $\{x_2(n)\}$ , wyznaczone w chwilach próbkowania  $n=0, 1, \dots, N-1$ . Podstawowe składniki błędów występujące w takim przetworniku, związane są z jego właściwościami dynamicznymi oraz z procesem kwantowania [7, 8]. Przyjmując, że właściwości dynamiczne przetwornika próbkującego opisuje równanie różniczkowe 1 rzędu, jego transmitancję widmową można przedstawić równaniem postaci

$$K_i(j\omega) = \frac{K_{oi}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{gi}}}, \quad (1)$$

gdzie  $K_{oi}$  jest czułością statyczną, a  $\omega_{gi}=2\pi f_{gi}$  – pulsacją graniczną przetwornika w  $i$ -tym kanale przetwarzania ( $i=1, 2$ ).

Z postaci transmitancji (1) wynika wartość błędów dynamicznego

$$A_{di}(j\omega) = -X_{Si} K_{0i} \frac{j\omega}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{gi}}}, \quad (2)$$

gdzie  $X_{Si}$  jest amplitudą sygnału wejściowego  $i$ -tego kanału przetwornika próbkującego.

Jeżeli moment próbkowania mierzonych przebiegów jest losowany z populacji o rozkładzie jednostajnym, funkcję gęstości prawdopodobieństwa błędu dynamicznego pojedynczego wyniku przetwarzania wartości chwilowych sygnałów w obu kanałach przetwornika próbkującego opisuje funkcja dwumodalna postaci

$$g(A_{di}(t)) = \frac{1}{\pi \sqrt{|A_{di}(j\omega)|^2 - (A_{di}(t))^2}}. \quad (3)$$

Natomiast zbiór wartości błędu kwantowania  $\Delta_q$  można opisać rozkładem jednostajnym [8, 12]. Wypadkowy błąd pojedynczego wyniku przetwarzania charakteryzuje się rozkładem prawdopodobieństwa, wynikającym z kompozycji rozkładów błędu dynamicznego i błędu kwantowania [8].

Algorytm odtwarzania można opisać równaniem macierzowym postaci

$$[i \ u] = [x_1 \ x_2] \mathbf{T}, \quad (4)$$

gdzie  $x_1, x_2$  są wektorami kolumnowymi, zawierającymi wyniki przetwarzania w kolejnych chwilach  $n=0, 1, \dots, N-1$ , wektory  $i$  oraz  $u$  zawierają odtworzone wartości prądu i napięcia, a  $\mathbf{T}$  jest  $2 \times 2$  wymiarową macierzą transformacji o elementach zależnych od struktury układów wstępnego przetwarzania napięcia i prądu [6].

Zastosowanie algorytmu odtwarzania (4) może prowadzić do skorelowania odtworzonych sygnałów napięcia i prądu [6]. Właściwości probabilistyczne pojedynczego wyniku przetwarzania opisuje wtedy łączna funkcja gęstości prawdopodobieństwa wektora losowego  $[i, u]$ :  $g_{[i,u]}(x_1, x_2)$ .

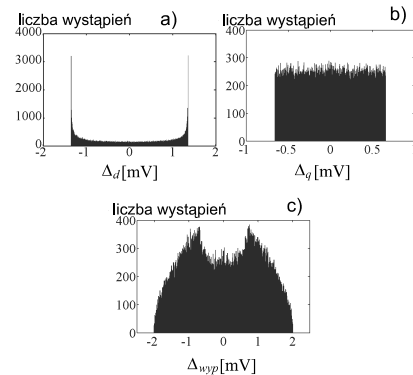
Dla układu wstępnego przetwarzania przedstawionego na rys. 1 macierz transformacji jest równa

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{01} R_w} & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_{02}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

W przypadku diagonalnej macierzy transformacji, napięcie i prąd są zależne tylko od jednego z sygnałów wyjściowych przetwornika próbkującego; odpowiednie rozkłady gęstości prawdopodobieństwa są więc niezależne  $g(i(n)) = f_1(x_1(n))$ ,  $g(u(n)) = f_2(x_2(n))$ .

W celu wyznaczenia niepewności przetwarzania pojedynczego wyniku pomiaru napięcia i prądu przeprowadzono eksperyment symulacyjny. Założono, że parametry dynamiczne (jednakowe dla obu kanałów przetwornika próbkującego) są równe:  $K_{0i}=1$ ,  $f_{gi}=100$  kHz. Badaną impedancję o wartości  $Z_{sym}=(1000-j1000) \Omega$  zasilono ze źródła napięcia sinusoidalnego o amplitudzie  $U_{Gm}=5$  V i częstotliwości  $f=50$  Hz. Aby zminimalizować błędy wprowadzone przez układ wstępnego przetwarzania sygnałów przyjęto, że szeregowy rezystor wzorcowy  $R_w=|Z_{sym}|$ . Ponadto założono, że zakresy przetwarzania dwóch 12-bitowych przetworników a/c odpowiadają wartościom amplitud kwantowanych przebiegów. Symulacje powtarzano 100 000 razy, losując moment próbkowania przebiegów wejściowych (jednocześnie w obu kanałach przetwornika) z populacji o rozkładzie jednostajnym w przedziale od 0 do  $T$  ( $T=1/f$ ). Wyniki tego eksperymentu w postaci histogramów błędu dynamicznego  $\Delta_d$ , błędu kwantowania  $\Delta_q$  oraz wypadkowego błędu pojedynczego wyniku przetwarzania  $\Delta_{wyp}$

przetwornika próbkującego (dla kanału sygnału napięciowego) przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Histogramy błędu pojedynczego wyniku przetwarzania przetwornika próbkującego, a) błędu dynamicznego, b) błędu kwantowania, c) błędu wypadkowego

Fig. 2. Transformation error histograms of single result of the sampling sensor, a) dynamic error, b) quantisation error, c) resultant error

### 3. Ocena niepewności końcowego wyniku przetwarzania

Do wyznaczenia wartości składowych impedancji, przy pobudzeniu skupionego, liniowego, stacjonarnego i bezźródłowego dwójnika przebiegiem sinusoidalnym o określonej częstotliwości  $f$  stosuje się wiele algorytmów przetwarzania odtworzonych ciągów próbek sygnałów napięcia i prądu [1-6]. W pracy porównano właściwości algorytmów wykorzystujących próbki pobrane w czasie trwania jednego okresu napięcia generatora wymuszającego.

Jedną z najczęściej spotykanych metod wyznaczania składowych impedancji polega na wykorzystaniu definicji impedancji

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = R + jX = \frac{U_c I_c + U_s I_s}{I_c^2 + I_s^2} + j \frac{U_s I_c - U_c I_s}{I_c^2 + I_s^2}, \quad (6)$$

gdzie  $U_c, U_s, I_c, I_s$ , oznaczają składowe zespolone napięcia i prądy. Do obliczenia tych składowych stosowane jest dyskretne przekształcenie Fouriera [5, 6].

Odmienne podejście polega na wykorzystaniu definicji wartości skutecznej oraz mocy czynnej [1, 3]. Dla  $N$ -elementowych ciągów spróbkowanych sygnałów napięcia i prądu można je opisać wzorami

$$U = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u^2(n)}, \quad (7a)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i^2(n)}, \quad (7b)$$

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n)i(n). \quad (7c)$$

Stąd wartości składowych impedancji są równe

$$R = \frac{P}{I^2}, \quad (8a)$$

$$|X| = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2}. \quad (8b)$$

Napięcie na mierzonej impedancji można również opisać modelem w postaci sumy napięć na składowej czynnej i biernej [4–6]. Wtedy, dla ciągów próbek napięcia  $\{u(n)\}$  i prądu  $\{i(n)\}$ , obowiązuje równanie

$$u(n) = R i(n) + X i_{\perp}(n) + r_{u,i}(n), \quad (9)$$

gdzie  $i_{\perp}(n)$  oznacza próbkę prądu pobraną dla chwili próbkowania odpowiadającej przesunięciu w czasie o  $T/4$  dla sygnałów ciągłych, a  $r_{u,i}(n)$  jest błędem powstającym podczas kondycjonowania i dyskretyzacji napięcia i prądu.

Po utworzeniu ciągu wartości próbek prądu  $\{i_{\perp}(n)\}$  przesuniętych w czasie i zastosowaniu metody zmiennych instrumentalnych otrzymuje się rozwiązanie [6]:

$$\begin{bmatrix} R \\ X \end{bmatrix} = (\mathbf{Z}_W^T \mathbf{A}_I)^{-1} \mathbf{Z}_W^T \mathbf{u}, \quad (10)$$

gdzie:  $\mathbf{Z}_W$  jest macierzą, zawierającą wartości dyskretnych nieparzystych  $\text{sal}(k, n)$  i parzystych  $\text{cal}(k, n)$  współczynników funkcji Walsha, dla sygnałów o częstotliwości  $f(k=1)$  postaci

$$\mathbf{Z}_W = \begin{bmatrix} \text{sal}(1,0) & \text{cal}(1,0) \\ \text{sal}\left(1, \frac{1}{N}\right) & \text{cal}\left(1, \frac{1}{N}\right) \\ \vdots & \vdots \\ \text{sal}\left(1, \frac{n}{N}\right) & \text{cal}\left(1, \frac{n}{N}\right) \\ \vdots & \vdots \\ \text{sal}\left(1, \frac{N-1}{N}\right) & \text{cal}\left(1, \frac{N-1}{N}\right) \end{bmatrix},$$

$\mathbf{A}_I = [\mathbf{i} \ \mathbf{i}_{\perp}]$ , a  $\mathbf{i}_{\perp}$  jest  $N$ -elementowym wektorem kolumnowym utworzonym z elementów ciągu  $\{i_{\perp}(n)\}$ .

Ponieważ współczynniki funkcji Walsha są równe  $\pm 1$ , występujące w (10) operacje mnożenia są zastępowane operacją zmiany znaku [4, 6].

Konstrukcję wektora  $\mathbf{i}_{\perp}$  umożliwia pomocniczy algorytm odtwarzania zamieniający wydłużony o  $p=N/4$  próbek ciąg  $\{i_p(n)\}$  na dwa  $N$ -elementowe ciągi  $\{i(n)\}$  oraz  $\{i_{\perp}(n)\}$ , opisany macierzowym równaniem postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{i}_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times p} \\ \mathbf{0}_{N \times p} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{i}_p = \mathbf{T}_p \mathbf{i}_p, \quad (11)$$

gdzie  $\mathbf{i}_p$  jest wektorem kolumnowym, zawierającymi wyniki przetwarzania w kolejnych chwilach  $n=0, 1, \dots, N, \dots, p-1$ , a  $\mathbf{T}_p$  jest  $2N \times N+p$ -wymiarową blokową macierzą transformacji.  $\mathbf{I}_N$  oznacza  $N \times N$ -wymiarową macierz jednostkową, a  $\mathbf{0}_{N \times p}$  -  $N \times p$ -wymiarową macierz zerową. Ponieważ macierz  $\mathbf{T}_p$  zawiera niezerowe elementy poza główną przekątną, wektory  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{i}_{\perp}$  są skorelowane [6].

Na niepewność składowych impedancji obliczonych na podstawie algorytmów opisanych wzorami (6), (8), (10) składa się rezultat propagacji  $N$  rozkładów pojedynczych wyników przetwarzania dwukanałowego przetwornika próbkującego przez algorytm przetwarzania oraz niepewność związana z błędem własnym zastosowanego algorytmu [7, 9, 12].

Ocenę wpływu właściwości przetwornika próbkującego oraz zastosowanego algorytmu przetwarzania na postać funkcji gęstości prawdopodobieństwa wyznaczanych składowych impedancji można uzyskać metodą badań symulacyjnych. Dla przedstawionych w punkcie 2 wartości parametrów przetwornika przeprowadzono eksperyment symulacyjny, uwzględniając dodatkowo, że próbkowanie sygnałów w obu torach przetwarzania odbywa się z częstotliwością  $f_s = Nf$ . Symulacje powtarzano  $M=100\ 000$  razy,

zmieniając losowo moment pobrania pierwszej próbki przebiegów wejściowych (jednocześnie w obu kanałach przetwornika) w przedziale od 0 do  $T$ . W wyniku przeprowadzenia tego losowania uzyskano dwie macierze zawierające  $M$ -elementowe próby losowe  $N$ -elementowych ciągów sygnałów wyjściowych przetworników a/c  $\{x_1(n)\}_m$  i  $\{x_2(n)\}_m$ :

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \{x_1(n)\}_1 \\ \vdots \\ \{x_1(n)\}_m \\ \vdots \\ \{x_1(n)\}_M \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} \{x_2(n)\}_1 \\ \vdots \\ \{x_2(n)\}_m \\ \vdots \\ \{x_2(n)\}_M \end{bmatrix},$$

gdzie  $\{x_1(n)\}_m$  oraz  $\{x_2(n)\}_m$  oznaczają ciągi zawierające próbki sygnałów uzyskane w  $m$ -tym losowaniu.

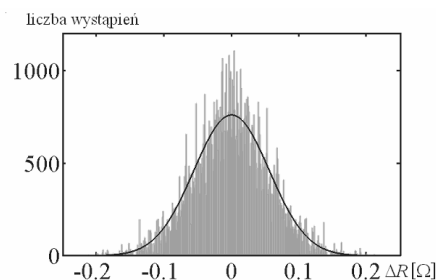
Następnie po zastosowaniu algorytmu odtwarzania zastosowano jeden z opisanych algorytmów obliczania składowych. Wynikiem tych obliczeń są  $M$ -elementowe próby wartości składowych impedancji. Wypadkowy błąd wyznaczenia każdej ze składowych  $\Delta R_m$ ,  $\Delta X_m$  obliczono ze wzoru

$$\Delta Z_m = \Delta R_m + j \Delta X_m = Z_m - Z_{sym}, \quad (13)$$

$$m=1, 2, \dots, M,$$

gdzie indeksem  $m$  oznaczono wartość impedancji oraz wyznaczonego na jej podstawie błędu, uzyskaną w  $m$ -tym losowaniu, a  $Z_{sym}$  oznacza wartość impedancji przyjętą do obliczeń symulacyjnych.

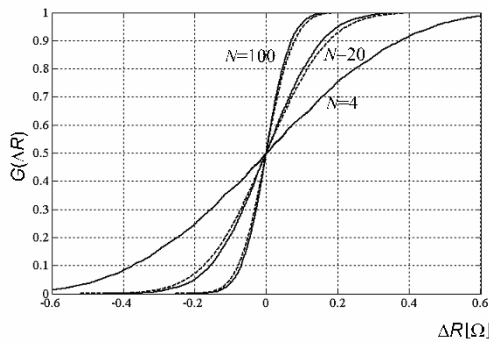
Uzyskane w ten sposób zbiory błędów uporządkowano w celu uzyskania histogramów. Przykład histogramu dla błędu składowej czynnej oraz algorytmu (6) przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Histogram błędu składowej czynnej impedancji  $\Delta R$  dla algorytmu (6) uzyskany metodą symulacyjną dla  $N=100$  próbek. Linia ciągłą oznaczono dopasowaną funkcję gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu normalnego o odchyleniu standardowym  $\sigma_R = \bar{\sigma}_R$

Fig. 3. Error  $\Delta R$  histogram of the impedance real component for the algorithm (6), calculated by the simulation method for  $N=100$  samples. Probability density curve fitted for normal distribution, of standard deviation  $\sigma_R = \bar{\sigma}_R$ , there is denoted by solid line

Natomiast na rys. 4 zestawiono empiryczne dystrybuanty błędów składowej czynnej  $G(\Delta R)$  algorytmów (6) i (10), dla kilku wybranych wartości liczby próbek  $N$ . Dystrybuanty błędów dla algorytmu (8), wykorzystującego definicje wartości skutecznej oraz mocy czynnej (7), pokrywają się z odpowiednimi krzywymi opisującymi dystrybuanty błędów algorytmu (6). Dystrybuanty błędów dla składowej biernej  $G(\Delta X)$  nie różnią się w istotny sposób od charakterystyk przedstawionych na rys. 4.



Rys. 4. Empiryczne dystrybuanty błędów składowej czynnej impedancji  $G(\Delta R)$  dla algorytmu (6) – linia ciągła oraz (10) – linia przerywana

Fig. 4. Empirical cumulative distribution curves for impedance real component  $G(\Delta R)$  calculated for the algorithm (6) (solid line) and for the algorithm (10) (dashed line)

Wynik pomiaru należy podawać wraz z oceną jego niepewności. Jeżeli znana jest funkcja rozkładu gęstości prawdopodobieństwa błędu wyniku pomiaru można, na podstawie dystrybuanty tej zmiennej losowej  $G(\Delta)$ , wyznaczyć przedział ufności  $\Delta_\alpha$  o postulowanym poziomie ufności  $\alpha$  [10, 11]. Dla symetrycznej względem zera funkcji gęstości prawdopodobieństwa przedział ufności można obliczyć rozwiązując równanie

$$G(\Delta_\alpha) - G(-\Delta_\alpha) = \alpha \cdot \quad (14)$$

Dla błędu opisanego rozkładem normalnym, wyznaczony na podstawie wzoru (14) przedział ufności  $\Delta_\alpha$  odpowiada niepewności rozszerzonej  $U$  z współczynnikiem rozszerzenia  $k_\alpha$ . W tab.1 zestawiono wartości przedziałów ufności  $\Delta_\alpha(R)$  (na poziomie ufności  $\alpha=0,95$ ) wyznaczone na podstawie (14) z wartościami niepewności rozszerzonej dla  $k_\alpha=2$ . Do wyznaczenia niepewności  $u(R)$  zastosowano eksperymentalne odchylenie standardowe  $\bar{s}_R$  [13].

Tab. 1. Porównanie wartości przedziałów ufności  $\Delta_\alpha(R)$  na poziomie ufności  $\alpha=0,95$  oraz niepewności rozszerzonej  $U(R)=2u(R)$  dla analizowanych algorytmów

Tab. 1. Confrontation of confidence intervals  $\Delta_\alpha(R)$  at confidence level  $\alpha=0,95$  and expanded uncertainty  $U(R)=2u(R)$  for algorithms under test

Numer algorytmu	N=4		N=20		N=100	
	$U(R)$	$\Delta_\alpha(R)$	$U(R)$	$\Delta_\alpha(R)$	$U(R)$	$\Delta_\alpha(R)$
(6)	0,561	0,540	0,246	0,243	0,111	0,110
(8)	0,562	0,543	0,248	0,244	0,111	0,110
(10)	0,564	0,540	0,274	0,270	0,124	0,121

#### 4. Podsumowanie

W przedstawionej pracy zaprezentowano ocenę niepewności wybranych algorytmów do pomiaru składowych impedancji, wykorzystujących spróbkowane ciągi wartości chwilowych dwóch sygnałów związanych z mierzoną impedancją. W wyniku zastosowania metody Monte Carlo uzyskano histogramy błędów dynamicznego oraz kwantowania przetwornika próbkującego. Wypadkowy błąd pojedynczego wyniku przetwarzania takiego przetwornika charakteryzuje się dwumodalną funkcją gęstości prawdopodobieństwa (rys. 2c). Zastosowanie algorytmu wyznaczania

składowych impedancji dla  $N$ -elementowych ciągów takich wyników przetwarzania umożliwia obliczenie składowych impedancji. Błędy pomiaru tych składowych, jak to przedstawiono na rys. 3 i 4, charakteryzują się rozkładem zbliżonym do normalnego, począwszy już od 4 próbek. Umożliwia to obliczenie przedziałów ufności na podstawie niepewności wyznaczonej metodą typu A oraz odpowiedniego współczynnika rozszerzenia [13]. Wynika to z przedstawionego w tab. 1 porównania przedziałów ufności i niepewności rozszerzonej dla analizowanych algorytmów. Dodatkowo wykazano, że algorytm (6), wykorzystujący definicję impedancji oraz algorytm (8), oparty na definicjach wartości skutecznych i mocy czynnej charakteryzują się praktycznie jednakowymi błędami własnymi. Błąd własny algorytmu (10) jest większy ze względu na skorelowanie składowych ortogonalnych prądu, obliczonych na podstawie algorytmu odtwarzania (11).

#### 5. Literatura

- [1] Angrasani L., Ferrigno L.: Reducing the uncertainty in real-time impedance measurements, *Measurement*, 30 (2001), s. 307-315.
- [2] Ramos P.M., Fonseca da Silva M., Cruz Serra A.: Low frequency impedance measurement using sine-fitting, *Measurement*, 29 (2004), s.89-96.
- [3] Augustyn J.: Algorytmy przetwarzania sygnałów pomiarowych w układach do pomiarów składowych immittancji, *Metrology and Measurement Systems*, 4 (1999), s. 223-230.
- [4] Augustyn J.: A comparative evaluation of some LMS-based algorithms for calculating of impedance components in the sampling sensor instrument, in: *Proc. XVIIth IMEKO World Congress, Dubrovnik, Croatia, vol. TC4, June 22-27 (2003), s.778-782.*
- [5] Augustyn J.: Pomiary impedancji metodami algorytmicznymi, *Pomiary Automatyka Kontrola*, 4 (2006), s. 14-16.
- [6] Augustyn J.: Algorytmiczne metody pomiaru impedancji, *Monografie, Studia, Rozprawy Nr 53, Wyd. Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 2006.*
- [7] Jakubiec J.: Metrologiczny i sygnałowy opis właściwości algorytmów przetwarzania danych pomiarowych, *Materiały Konferencji „Podstawowe Problemy Metrologii”*, Ustroń, 14-17 maj 2006, *Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach, Seria: Konferencje Nr 11, s. 29-36.*
- [8] Jakubiec J.: System oriented mathematical model of single measurement result, *Metrology and Measurement Systems*, 4 (2006), s. 407-420.
- [9] Topór-Kamiński T.: Eksperymentalne wyznaczenie błędów własnych wybranej postaci algorytmu DFT, *Materiały Konferencji „Podstawowe Problemy Metrologii”*, Ustroń, 14-17 maj 2006, *Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach, Seria: Konferencje Nr 11, s. 341-352.*
- [10] Cox M.G., Siebert B.R.L.: The use of a Monte Carlo method for evaluating uncertainty and expanded uncertainty, *Metrologia* 43 (2006) s. 178-188.
- [11] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Supplement 1. Numerical Methods for the propagation of Distributions, BIPM.
- [12] Jakubiec J.: Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniu do wyznaczenia niepewności algorytmów przetwarzania danych pomiarowych, *Monografia Nr 27, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2002.*
- [13] Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik, Główny Urząd Miar, Warszawa, 1999.