

**Anna DOMAŃSKA**

POLITECHNIKA POZNAŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

## Dynamiczne metody oceny niedokładności konwersji a-c

Dr hab. inż. Anna DOMAŃSKA

Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Poznańskiej w 1979 r. i na Wydziale Mat-Fiz-Chem Uniwersytetu Wrocławskiego w 1984 r. W 1987 r. uzyskała stopień doktora n.t. a w 1996 r. doktora habilitowanego n.t., obydwa na Wydziale Elektrycznym PP. Główne zainteresowania naukowe dotyczą systemów pomiarowych z cyfrowym algorytmem pomiaru oraz teorii i zastosowań konwersji a-c z sygnałem ditherowym.



e-mail: domanska@et.put.poznan.pl

### Streszczenie

Efektywna ocena przetwornika A/C powinna być dokonywana techniką cyfrowego przetwarzania sygnałów. Powszechne są trzy rodzaje metod testowania przetwornika stosujących tę technikę: statyczne, histogramowe i dynamiczne. Wspólne dla metod dynamicznych jest stosowanie na wejściu sygnału sinusoidalnego, akwizycja sygnału (jedno lub wielokrotna), wykorzystywanie do obliczeń parametrów sygnału po konwersji a-c. Metody, różniąc się algorytmami przetwarzania danych a w następstwie rodzajem wyznaczanych błędów, nie dają możliwości wyznaczania tych samych parametrów. Kompletny test przetwornika A/C implikuje określenie dwóch rodzajów parametrów: błędów statycznych powiązanych ze zmianą charakterystyki we-wy przetwornika oraz cech dynamicznych wyrażających zniekształcenia i zaszumienie sygnału wprowadzane przez przetwornik. Istnieją dwie główne metodologie charakteryzowania dynamicznych cech przetwornika A/C. Pierwsza opiera się na metodzie analizy widmowej i stosuje dyskretną transformatę Fouriera (analiza danych w dziedzinie częstotliwości). Druga opiera się na metodzie z dopasowaniem krzywej o modelu z nieznanymi trzema lub czterema parametrami, które są estymowane (analiza danych w dziedzinie czasu). Artykuł jest poświęcony opisowi obu rodzajów metod dynamicznego testowania przetwornika A/C.

**Słowa kluczowe:** przetwornik A/C, parametry dynamiczne, testowanie.

### Dynamic methods for estimating the inaccuracy of a-d conversion

#### Abstract

The actual evaluation of the A/D converter should be performed using digital signal processing techniques. Based on it three test methods are commonly used to characterize an A/D converter: static analysis, histogram analysis and dynamic analysis. The dynamic methods operate in the same manner, i.e. a sine wave stimulus is applied to the converter and one or more records of data are taken from the converter output response, which are taken processed to extract relevant parameters. As these methods differ in the data processing algorithms, and consequently in the type of errors detected, they do not provide the same characterisation parameters. The full test of an A/D converter implies the determination of two kinds of parameters: the static errors linked to some deviations of the converter transfer function, and the dynamic features expressing the distortion and noise of the converted signal introduced by the converter. There exist two major methodologies for A/D converter dynamic features characterization. One is the spectral analysis method based on the usage of the discrete Fourier transform (frequency-domain data analysis). The other is the curve-fit test method performing the estimation of three or four unknown model parameters (time-domain data analysis). This article is devoted to the description both of dynamic test methods of A/D converter.

**Keywords:** A/D converter, dynamic parameters of A/D converter, testing.

## 1. Wstęp

W systemach z cyfrowym algorytmem pomiaru, pomiar polega na estymacji wartości wielkości mierzonej na podstawie przekształconych do postaci cyfrowej danych. Zamianie postaci sygnału pomiarowego z analogowej na cyfrową towarzyszą nieuniknio-

ne zniekształcenia wynikające ze specyfiki operacji dyskretyzacji oraz spowodowane rzeczywistymi właściwościami przetwornika A/C.

Właściwości przetwornika A/C w znaczącym stopniu determinują właściwości systemów pomiarowych. Niedokładność konwersji a-c przekłada się bowiem na zniekształcenia ewidencjonowanych wartości chwilowych sygnału pomiarowego, wykorzystywanych następnie w procesie estymacji.

• Do zagadnień **bezpośrednio** związanych z niepewnością konwersji a-c należą:

- ocena niepewności wartości zaewidencjonowanej próbki (wyznaczenie niepewności rozszerzonej),
- korekcja,
- kalibracja.

• Zagadnienia **pośrednio** związane z niepewnością konwersji a-c to charakteryzacja przetwornika A/C w wybranych aspektach. Składa się na nią:

- interpretacja parametrów przetwornika A/C (wiedza o tym, jakich informacji o przetworniku dostarczają),
- wyznaczanie wartości parametrów w wyniku testowania (wiedza o metodach).

• Parametry opisujące właściwości przetwornika A/C dzielą się na:

- parametry statyczne, które wynikają z charakterystyki statycznej „we-wy” przetwornika
  - punktowe (wzmocnienie, przesunięcie, gubione kody),
  - opisywane funkcjami (charakterystyka we-wy, DNL, INL),
- parametry dynamiczne, które charakteryzują właściwości przetwornika A/C przy przetwarzaniu sygnałów zmiennych.

• Metody testowania przetwornika A/C mogą być następujące [4, 5]:

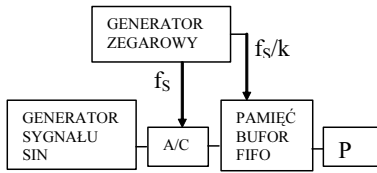
- metody statyczne - sygnał testujący: DC, celem jest ustalenie rzeczywistej statycznej charakterystyki „we-wy” przez wyznaczenie progów w sposób bezpośredni,
- metody histogramowe - sygnał testujący: DC lub AC, celem jest ustalenie rzeczywistej statycznej charakterystyki „we-wy” przez wyznaczenie progów z histogramu skumulowanego,
- metody dynamiczne - sygnał testujący: AC
  - metoda typu „t” z przetwarzaniem i analizą w dziedzinie czasu sygnału wejściowego i wyjściowego przetwornika A/C, celem jest wyznaczenie całkowitego błędu przetwarzania (metoda z dopasowaniem sinusoidy),
  - metoda typu „f” z przetwarzaniem i analizą w dziedzinie częstotliwości sygnału na wyjściu przetwornika A/C, celem jest wyznaczenie parametrów dynamicznych (metoda z DFT/FFT).

W dalszej części przedstawiono zagadnienia dotyczące dynamicznych metod charakteryzacji niedokładności przetwornika A/C.

## 2. Charakteryzacja niedokładności konwersji a-c metodą dynamiczną typu „t”

Metoda dynamiczna typu „t” stosowana jest w celu wyznaczenia całkowitego błędu przetwarzania a następnie jego wariancji. Błąd ten jest zdefiniowany jako różnica między sygnałem wyjściowym i sygnałem „odtworzącym” sygnał wejściowy przetwornika A/C. Sygnałem wejściowym jest sygnał sinusoidalny, który pokrywa zakres przetwornika A/C, bez jego przekraczania (90%-95%  $U_{FS}$ ). Sygnał „odtworzący” (sinusoidalny) jest otrzymywany w wyniku estymacji parametrów z danych cyfrowych będących rezultatem konwersji wejściowego sygnału sinusoidalnego. Takie podejście można nazwać metodą z dopasowaniem sinusoidy, czyli z odtwarzaniem odniesienia.

Schemat systemu realizującego metodę przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Układ do testowania metodą z dopasowaniem krzywej sinusoidalnej  
Fig. 1. Sinewave curve fit test setup

## Opis metody

- Zaewidencjonowanie  $M$  próbek, z co najmniej 5 okresów sygnału wejściowego.

Należy zapewnić, by przynajmniej jedna próbka przypadała na każde słowo kodowe. Dla  $N$  bitowego przetwornika A/C, idealnego (ID) [11] i rzeczywistego (RZ), minimalna liczba próbek wynosi odpowiednio:

$$(ID) \quad M_{\min} = \pi \cdot 2^N, \quad (RZ) \quad M_{\min} = \pi \cdot 2^N / (1 - |DNL_{\max}|) \quad (1)$$

$DNL_{\max}$  - maksymalna nieliniowość różniczkowa przetwornika A/C.

ależy zapewnić próbkowanie, w którym fazy wszystkich próbek byłyby różne, czyli zapobiegające wielokrotnemu pobieraniu próbek o tych samych fazach. Optymalnym rozwiązaniem jest zastosowanie próbkowania koherentnego, którego warunek jest określony następująco:

$$f_{we} = \frac{J}{M} \cdot f_s \quad (2)$$

$M$  - liczba próbek,

$J$  - liczba okresów sygnału wejściowego,  $J$  i  $M$  to liczby całkowite względnie pierwsze,

$f_{we}$  - częstotliwość sygnału wejściowego,

$f_s$  - częstotliwość próbkowania.

Najczęściej liczba próbek jest potęgą liczby 2. Wówczas wystarczy by  $J$  było liczbą nieparzystą. Jeśli spełniony jest warunek (2), liczba różniących się faz będzie maksymalna i wystąpienie każdej z faz będzie jednakowo prawdopodobne (funkcja gęstości prawdopodobieństwa fazy jest prostokątna w zakresie  $[0, 2\pi]$ ).

- Estymacja – na podstawie zaewidencjonowanego zbioru  $M$  próbek  $\{y(1), \dots, y(M)\}$  estymowane są parametry kosinusoidy  $x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \theta) + C$ , która w możliwie najlepszy sposób pasowałaby do tego zbioru. W modelu 3-parametrowym estymowane są  $A$ ,  $\theta$ ,  $C$ . Jest to przypadek, w którym częstotliwość sygnału wejściowego jest znana. W modelu 4-parametrowym estymowane są  $A$ ,  $\theta$ ,  $C$ ,  $\omega$ . Jest to przypadek, w którym częstotliwość sygnału wejściowego nie jest znana. Jako kryterium dopasowania przyjmuje się minimum sumy kwadratów różnic między magnitudami próbek zaewidencjonowanych a odpowiednimi magnitudami próbek wynikającymi z modelu.

- Wyznaczenie zbioru  $M$  różnic i wyliczenie wariancji ( $S_e^2$ ) tych różnic. Różnice są miarą całkowitej niedokładności konwersji a-c (skupione skutki niedokładności konwersji).

### Algorytm dla modelu 3-parametrowego

W modelu 3-parametrowym estymacja jest zagadnieniem liniowym względem parametrów ( $A$ ,  $\theta$ ,  $C$ ), rozwiązywalnym w jednym kroku. Funkcja estymowana ma postać:

$$\hat{x}(t_n) = A \cdot \cos(\omega_0 t_n + \theta) + C = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t_n) + B_0 \cdot \sin(\omega_0 t_n) + C_0, \quad (3)$$

natomiast kryterium jakości estymacji jest określone następująco:

$$K = \sum_{n=1}^M [y(n) - A_0 \cdot \cos(\omega_0 t_n) - B_0 \cdot \sin(\omega_0 t_n) - C_0]^2 \rightarrow \min. \quad (4)$$

W zapisie macierzowym odpowiada mu:

$$K = (y - D_0 x_0)^T (y - D_0 x_0) \rightarrow \min, \quad (5)$$

$y$  - macierz próbek,

$D_0$  - macierz przekształcenia,

$x_0$  - macierz estymowanych parametrów,

$$y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \dots \\ y(M) \end{bmatrix}, \quad D_0 = \begin{bmatrix} \cos \omega_0 t_1 & \sin \omega_0 t_1 & 1 \\ \cos \omega_0 t_2 & \sin \omega_0 t_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \cos \omega_0 t_M & \sin \omega_0 t_M & 1 \end{bmatrix}, \quad x_0 = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ C_0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Rozwiązanie zagadnienia ma postać [10, 11]:

$$x_0 = (D_0^T D_0)^{-1} (D_0^T y), \quad (7)$$

z której wyliczane są poszczególne parametry modelu (3):

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_0^2 + B_0^2}, & C &= C_0, \\ \theta &= \arctg\left(-\frac{B_0}{A_0}\right), & A_0 &\geq 0, \\ \theta &= \arctg\left(-\frac{B_0}{A_0}\right) + \pi, & A_0 &< 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Bieżąca różnica między sygnałem wyjściowym a sygnałem „odtworzanym” sygnał wejściowy przetwornika A/C oraz jej wariancja wynoszą odpowiednio:

$$r_n = y(n) - \hat{x}(t_n) = y(n) - A_0 \cdot \cos(\omega_0 t_n) - B_0 \cdot \sin(\omega_0 t_n) - C_0. \quad (9)$$

$$S_e^2 = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M r_n^2. \quad (10)$$

Zależność (10) jest zarazem wariancją całkowitego błędu przetwarzania przetwornika A/C.

### Algorytm dla modelu 4-parametrowego

W modelu 4-parametrowym estymacja jest zagadnieniem nieliniowym względem parametru  $\omega$ . Rozwiązanie jest znajdowane w wyniku procedury iteracyjnej [2, 7, 8]. Funkcja estymowana ma postać:

$$\hat{x}(t_n) = A \cdot \cos(\omega t_n + \theta) + C = A_i \cdot \cos(\omega_i t_n) + B_i \cdot \sin(\omega_i t_n) + C_i, \quad (11)$$

natomiast kryterium jakości estymacji jest określone następująco:

$$K = \sum_{n=1}^M [y(n) - A_i \cdot \cos(\omega_i t_n) - B_i \cdot \sin(\omega_i t_n) - C_i]^2 \rightarrow \min, \quad (12)$$

$A_i, B_i, C_i, \omega_i$  - parametry wyznaczone w  $i$ -tej iteracji,

$i = 0 \rightarrow \omega_0$  - wartość początkowa pulsacji (wstępnie ustalona),  
po pierwszej iteracji  $\omega_0 \rightarrow \omega_1$ ,

$i = i + 1$  - następna iteracja,  $\omega_i = \omega_{i-1} + \Delta\omega_{i-1}$ , ( $\Delta\omega_{i-1} = 0$ ,  $i = 1$ ).

Macierz przekształcenia i macierz estymowanych parametrów wynoszą odpowiednio:

$$D_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \omega_{i-1} t_1 & \sin \omega_{i-1} t_1 & 1 & -A_{i-1} t_1 \sin \omega_{i-1} t_1 + B_{i-1} t_1 \cos \omega_{i-1} t_1 \\ \cos \omega_{i-1} t_2 & \sin \omega_{i-1} t_2 & 1 & -A_{i-1} t_2 \sin \omega_{i-1} t_2 + B_{i-1} t_2 \cos \omega_{i-1} t_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos \omega_{i-1} t_M & \sin \omega_{i-1} t_M & 1 & -A_{i-1} t_M \sin \omega_{i-1} t_M + B_{i-1} t_M \cos \omega_{i-1} t_M \end{bmatrix}$$

$$x_i = \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ \Delta \omega_i \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Rozwiązanie zagadnienia w  $i$ -tej iteracji ma postać [11]:

$$x_i = (D_{i-1}^T D_{i-1})^{-1} (D_{i-1}^T y), \quad (14)$$

z której wyliczane są poszczególne parametry modelu (11):

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_i^2 + B_i^2}, & C &= C_i, \\ \theta &= \arctg\left(-\frac{B_i}{A_i}\right), & A_i &\geq 0, \\ \theta &= \arctg\left(-\frac{B_i}{A_i}\right) + \pi, & A_i &< 0. \end{aligned} \quad (15)$$

W następnej iteracji wykorzystywane są wartości parametrów  $A_i, B_i, C_i, \omega_i$  uzyskane w poprzedniej iteracji. Proces jest kontynuowany aż do momentu, w którym zmiany wartości parametrów w kolejnych iteracjach stają się „odpowiednio” małe. Po  $i$ -tej iteracji bieżąca różnica między sygnałem wyjściowym a sygnałem „odtworzającym” sygnał wejściowy przetwornika A/C oraz jej wariancja wynoszą odpowiednio:

$$i r_n = y(n) - \hat{x}(t_n) = y(n) - A_i \cdot \cos(\omega_i t_n) - B_i \cdot \sin(\omega_i t_n) - C_i, \quad (16)$$

$${}_i S_e^2 = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M i r_n^2. \quad (17)$$

Zbieżność iteracji nie jest gwarantowana [2, 7]. Wyniki estymacji są zależne od wyboru wartości początkowych i mogą się różnić z powodu tzw. „pułapek lokalnego minimum” – zbieżności algorytmu do lokalnych minimów. Zbieżność do globalnego minimum jest osiągnięta, jeśli wartość częstotliwości przyjętej jako początkowa będzie się różnić od wartości prawdziwej o mniej niż  $\Delta f < 0,7 f_s / M$ . Początkową wartość częstotliwości można wstępnie określać metodami [6]: DFT, interpolowaną DFT, zliczania (z minimum 5 okresów) przejść przez zero.

### Estymowane parametry

Wariancja (10) lub (17) może być wykorzystana do wyznaczenia dwóch parametrów konwersji a-c: efektywnej liczby bitów (ENOB) oraz stosunku sygnału do szumu i zniekształceń (SINAD). Definiuje się je następująco [5, 6]:

$$ENOB = N - \log_2(S_e / \sigma_0), \quad (18)$$

$N$  - liczba bitów w idealnym przetworniku A/C,

$\sigma_0$  - wartość skuteczna błędu kwantowania w idealnym przetworniku A/C,

$S_e$  - wartość skuteczna błędu konwersji a-c w rzeczywistym przetworniku A/C,

$$SINAD = 10 \log \frac{(A/\sqrt{2})^2}{S_e^2}. \quad (19)$$

### Cechy metody dynamicznej typu „t”

Najważniejsze cechy metody są następujące:

- umożliwia bezpośrednią ocenę całkowitego błędu przetwornika A/C,
- nadaje się do stosowania w kalibracji i korekcji, bowiem odtwarza wartości chwilowe sygnału wejściowego,
- nie daje informacji o zniekształceniach nieliniowych przetwornika A/C,
- nieliczny jest zbiór estymowanych parametrów charakteryzujących przetwornik,
- mniejsza jest, niż w przypadku metody typu „f”, wrażliwość na niekoherencję próbkowania.

### 3. Charakteryzacja niedokładności konwersji a-c metodą dynamiczną typu „f”

Metoda dynamiczna typu „f” stosowana jest w celu wyznaczenia parametrów dynamicznych przetwornika A/C. Charakteryzują one niedokładność przetwornika przy przetwarzaniu sygnałów zmiennych i dlatego są to wielkości częstotliwościowo zależne. Definicje parametrów odwołują się do różnych elementów widma sygnału na wyjściu przetwornika A/C.

Sygnałem wejściowym jest sygnał sinusoidalny, który pokrywa zakres przetwornika A/C, bez jego przekraczania (90%-95%  $U_{FS}$ ).

Schemat systemu realizującego metodę typu „f” jest taki sam jak na rys. 1 z tą różnicą, że zamiast generatora zegarowego, stosowany musi być generator zegarowy o niskim jitterze.

Sygnał wyjściowy przetwornika jest poddawany analizie widmowej DFT/FFT. Obecność w widmie elementów poza składową podstawową świadczy o „degradacji” w określonym aspekcie sygnału po przetworzeniu a-c w stosunku do sygnału na wejściu. Różne aspekty tej „degradacji” ilościowo są wyrażane poprzez wartości odpowiednich parametrów.

#### Opis metody

- Zarejestrowanie  $M$  próbek, z co najmniej 5 okresów sygnału wejściowego.
- 5-ciokrotne powtórzenie rejestracji i obliczania FFT w celu wyznaczenia widma uśrednionego.
- Zapewnienie próbkowania koherentnego (warunek (2)). Zapobiega ono przeciekowi widma i redundancji – wielokrotnemu pobraniu z różnych okresów próbek o tych samych fazach.
- Próbkowanie koherentne bywa trudne do zapewnienia w zwykłych warunkach (nielaboratoryjnych). Jeśli warunek (2) nie jest spełniony, próbkowanie jest niekoherentne, występuje przeciek widma i zachodzi konieczność stosowania okien.
- Zapewnienie by częstotliwość sygnału wejściowego  $f_0$  i częstotliwość próbkowania  $f_s$  nie były powiązane harmonicznie ( $f_0$  nie jest subharmoniczną  $f_s$ ), czyli by spełniony był warunek (2) i  $J \neq 1$ . Błąd kwantowania nie jest wówczas skorelowany z sygnałem wejściowym i ma strukturę szumową. W przeciwnym wypadku (występowania powiązania) błąd ten jest skorelowany z sygnałem wejściowym a jego widmo jest skoncentrowane w harmonicznych sygnału wejściowego. Elementy w widmie pochodzące od zniekształceń przetwornika A/C i elementy pochodzące od błędów kwantowania są umiejscowione w tych samych częstotliwościach, więc trudne do rozróżnienia. W obu przypadkach błąd kwantowania ma tę samą wariancję ( $\sigma_0^2 = q^2 / 12$ ), ale w każdym przypadku różna jest struktura widma.

### Interpretacja widma -skojarzenie elementów widma z rodzajami zniekształceń sygnału podlegającego konwersji a-c

Na ogólną strukturę widma sygnału na wyjściu przetwornika A/C składa się [1, 3]:

- a) składowa podstawowa ( $S$ ),
- b) składowe harmoniczne o częstotliwościach będących w relacji do częstotliwości sygnału wejściowego – zniekształcenia typu „distortion” ( $HD$ ); przyczyny ich powstawania są następujące:
  - statyczna i dynamiczna nieliniowość charakterystyki przetwornika A/C,
  - nieliniowość wzmacniacza w układzie próbkującym,
  - aliasing,
- c) składowe harmoniczne o częstotliwościach nie będących w relacji do częstotliwości sygnału wejściowego – zniekształcenia typu „spurious” ( $HS$ ); przyczyny ich powstawania są następujące:
  - przenikanie zakłóceń zewnętrznych,
  - oddziaływanie obwodów cyfrowej części układu i pojawianie się w widmie składowych o częstotliwości zegara i harmonicznych,
- d) widmo szumowe „noise” ( $NO$ ); tworzą je:
  - szum kwantowania,
  - szumy wynikające z nieokreśloności aperturowej,
  - jitter,
  - składowe od nieciągłości kodowej; składowe te nie mają charakteru losowego jednakże ich widmo ma charakter widma szerokopasmowego,
  - szum generowany przez analogowe układy wejściowe.

### Estymowane parametry

Powszechnie uznanymi za najważniejsze parametrami charakteryzującymi zmiany w sygnale po konwersji a-c (wyznaczonymi z widma uśrednionego) są [5, 9, 11]:

► stosunek sygnału do szumu i zniekształceń ( $SINAD$  - jest to stosunek mocy składowej podstawowej do sumy mocy wszystkich pozostałych elementów widma z wyłączeniem mocy składowej stałej i mocy składowej podstawowej)

$$SINAD = 10 \log \frac{S^2}{NO^2 + HD^2 + HS^2}, \quad (20)$$

► efektywna liczba bitów ( $ENOB$ ),

$$ENOB = \frac{SINAD - 1,76}{6,02} \quad A = U_{FS}, \quad (21)$$

$$ENOB = \frac{SINAD - 1,76 + 20 \log A / U_{FS}}{6,02} \quad A < U_{FS}, \quad (22)$$

► stosunek sygnału do szumu ( $SNR$ ) - jest to stosunek mocy składowej podstawowej do sumy mocy wszystkich elementów widma z wyłączeniem mocy składowej stałej, składowej podstawowej i składowych harmonicznych sygnału wejściowego

$$SNR = 10 \log \frac{S^2}{NO^2 + HS^2}. \quad (23)$$

Jeśli przetwarzanie jest idealne, to jedynym źródłem szumów w  $N$ -bitowym przetworniku A/C, jest błąd kwantowania ( $HS=0$ ). Wówczas  $SNR$  jest maksymalny i wynosi

$$SNR_{\max} = 6,02N + 1,76, \quad (24)$$

► całkowite zniekształcenia harmoniczne ( $THD$ ) - jest to stosunek mocy składowej podstawowej do mocy składowych harmonicznych sygnału wejściowego z wyłączeniem mocy składowej stałej

$$THD = 10 \log \frac{S^2}{HD^2}. \quad (25)$$

Obecność składowych harmonicznych sygnału wejściowego w widmie sygnału wyjściowego z przetwornika A/C świadczy o nieliniowości jego charakterystyki. Poziom mocy tych składowych w stosunku do mocy składowej podstawowej jest miarą stopnia tej nieliniowości.

► zakres dynamiczny wolny od zniekształceń ( $SFDR$ ) – jest to stosunek mocy składowej podstawowej do mocy największej (poza podstawową) składowej harmonicznej w rozpatrywanym paśmie, nie zależnie od jej źródła i częstotliwości. Z wartości parametru wynika, jaki może być najmniejszy poziom sygnału przetwarzanego, który będzie rozróżnialny na tle szumowych i deterministycznych elementów widma.

### Interpretacja widma sygnału na wyjściu przetwornika A/C

W analizie widmowej sygnału na wyjściu przetwornika A/C wykorzystywany jest zbiór  $M$  jego wartości  $\{y(0), y(1), \dots, y(M-1)\}$  pochodzących od zaewidencjonowanych (zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu) i przetworzonych  $M$  próbek sygnału wejściowego. Widmo wyznaczone metodą DFT składa się ze skończonej liczby  $M$  elementów

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{M-1} y(i) \cdot e^{-jk \frac{2\pi}{M} i}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1. \quad (26)$$

Do obliczeń DFT stosowany jest algorytm FFT. Wymagane jest wówczas, aby liczba próbek była potęgą liczby 2, czyli  $M = 2^L$ . Jeśli sygnał wejściowy został spróbkowany z częstotliwością  $f_s$ , to odległość między elementami widma wynosi  $\Delta f = f_s / M$ . Dyskretne elementy widma wyznaczone z (26) będą umiejscowione w punktach całkowitej krotności  $f_s / M$ :

$$\{Y(0), Y(1), \dots, Y(M-1)\} \equiv \{Y(0), Y(1 \cdot f_s / M), \dots, Y((M-1) \cdot f_s / M)\}.$$

Częstotliwość ta jednocześnie będzie całkowitą podkrotnością składowej podstawowej i harmonicznych sygnału wejściowego, w przypadku próbkowania koherentnego.

Ponieważ dane wejściowe DFT są rzeczywiste i dyskretne, widmo modułu jest symetryczne i „uokresowane”. Elementy widma  $|Y(M/2), \dots, |Y(M-1)$  są lustrzanym odbiciem elementów  $|Y(0), \dots, |Y(M/2)$  i można w tym przypadku nie ponosić nakładów na ich wyznaczenie. Zakres wyznaczanych w wyniku DFT wartości widmowych  $[0, M]$  można ograniczyć do  $[0, M/2]$ . Przy wyskalowaniu osi w częstotliwości odpowiada jemu przedział  $[0, f_s / 2]$ .

Parametry dynamiczne przetwornika A/C są definiowane dla zakresu  $[0, M/2]$ . Punkt  $M/2$  wyznacza granicę przedziału połowy mocy. Na podstawie widma wyznacza się następujące elementy [3] potrzebne do wyliczenia wartości parametrów (20), (23), (25) przetwornika A/C:

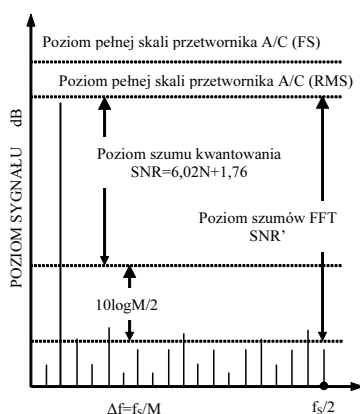
- $|Y(i)|^2, i \neq M/2$  - połowa mocy  $i$ -tej składowej,
- $0,5 \cdot |Y(M/2)|^2$  - połowa mocy  $M/2$ -tej składowej; składowa ta jest położona w osi symetrii widma, całkowita moc w zakresie  $[0, M]$  jest wtedy równa  $|Y(M-1)|^2$ ,
- $|Y_n(i)|^2 = |Y_n|^2 = const.$  - połowa mocy  $i$ -tego elementu szumu losowego, szum jest biały a więc o stałym poziomie widma mocy,

- $|Y_0(i)|^2$  - połowa mocy i-tej składowej deterministycznej,  
 $|Y_0(i)|^2 = |Y(i)|^2 - |Y_n|^2$
- $|Y(J)|^2 \equiv |Y(J \cdot f_s / M)|^2 = |Y(f_0)|^2$  - połowa mocy składowej podstawowej sygnału wejściowego (moc składowej deterministycznej i losowej)  $J \neq i$ ,
- $|Y(n \cdot J)|^2$  - połowa mocy n-tej harmonicznej sygnału wejściowego (moc składowej deterministycznej i losowej)  $nJ \neq i$ .

#### Związek rozmiaru FFT z rozróżnialnością elementów w widmie sygnału wyjściowego z przetwornika A/C

W obrazie widma sygnału na wyjściu przetwornika A/C można wyróżnić pewne charakterystyczne poziomy [9], które uwidoczniło na rys. 2:

- poziom maksymalnej wartości wejściowej,
- poziom maksymalnej średniokwadratowej wartości wejściowej,
- poziom wartości średniokwadratowej szumu,
- poziom wartości średniokwadratowej szumu po przetworzeniu FFT.



Rys. 2. Poziom szumów przetwornika A/C  
 Fig. 2. Noise floor for an ADC

Poziom szumu, którego miarą jest parametr SNR wyznaczany jest z uwzględnieniem całego zakresu widmowego DFT/FFT, czyli  $[0, f_s / 2]$  i w idealnym przetworniku A/C (tylko szum kwantowania) określa go zależność (24). W ogólności, jeśli sygnał wąskopasmowy poddany zostanie filtracji cyfrowej ograniczającej zakres widmowy do  $\Delta f$ , szum na zewnątrz pasma  $\Delta f$  zostanie wyeliminowany. Parametr SNR ulegnie zmianie – powiększy się wskutek obecności czynnika korygującego poziom szumów

$$SNR = 20 \log \frac{A/\sqrt{2}}{q/\sqrt{12}} \rightarrow SNR' = 20 \log \frac{A/\sqrt{2}}{(q/\sqrt{12}) \cdot \sqrt{\Delta f / (f_s / 2)}} \quad (27)$$

$$SNR' = SNR + 10 \log \frac{f_s / 2}{\Delta f} \quad (28)$$

Procedura FFT jest swoistym „analyzerem widma” pracującym w oknach o szerokości  $\Delta f = f_s / M$ . W każdym oknie parametr SNR poprawia się o tyle samo, tak więc poprawi się o tyle samo w całym paśmie  $[0, f_s / 2]$ . Uwzględniając czynnik korygujący poziom szumów w tym przypadku, parametr SNR' będzie określony następująco [9]:

$$SNR' = SNR + 10 \log M / 2 \quad (29)$$

Rozmiar FFT decyduje o wartości składnika korygującego  $10 \log M / 2$ , czyli wpływa na poziom SNR'. Rozmiar ten powi-

nien być starannie dobrany tak, aby zapewniony był odpowiednio duży SNR', przy którym widoczne będą elementy widma pochodzące od zniekształceń konwersji a-c.

#### 4. Podsumowanie

Wspólną cechą metod dynamicznych typu „f” i typu „t” oceny niedokładności przetwornika A/C jest stosowanie sinusoidalnego sygnału testującego i cyfrowych algorytmów estymacji. Różni je natomiast cel stosowania oraz czasochłonność i złożoność obliczeniowa.

Metodę typu „t” stosuje się w celu wyznaczenia wariancji całkowitego błędu przetwarzania a-c. Ma on także zastosowanie w korekcji i kalibracji przetwornika A/C. Nie istnieje jednak możliwość oceny za jej pomocą zniekształceń nieliniowych przetwornika. Także zbiór jego parametrów, które mogą być estymowane, jest nieliczny (dwa).

Metodę typu „f” stosuje się w celu oceny „degradacji”, w określonym aspekcie, sygnału po przetworzeniu a-c. Różne aspekty tej „degradacji” są ilościowo wyrażane poprzez wartości odpowiednich parametrów przetwornika A/C. Podstawą oceny jest widmo sygnału na wyjściu przetwornika. Stosowanie metody typu „f” wymaga użycia wysokiej jakości generatora sygnału sinusoidalnego (czystość widmowa, stałość parametrów), wysokiej jakości generatora zegarowego (niski jitter) oraz starannego dobrania częstotliwości sygnału wejściowego i częstotliwości próbkowania (zapobieżenie przeciekowi widma i powstaniu skorelowania błędu kwantowania z sygnałem przetwarzanym).

Na subtelność analizy widmowej ma wpływ częstotliwość próbkowania i rozmiar DFT. Obie wielkości decydują o rozdzielczości częstotliwościowej a druga z nich dodatkowo o poziomie wykrywanych zniekształceń przetwornika A/C.

Większość parametrów przetwornika A/C jest obecnie estymowana metodą typu „f”.

#### 5. Literatura

- [1] Barzykowski J., (red.), Współczesna metrologia zagadnienia wybrane, WNT, Warszawa, 2004.
- [2] Bilau T., Megyeri T., Sárhegyi A., Márkus J., Kollár I., Four-parameter fitting of sine wave testing result: iteration and convergence, Computer Standards and Interfaces, Vol. 26, 2003.
- [3] Breitenbach A., Determining figures of merit from analog-to-digital converter output spectra, Computer Standards and Interfaces, Vol. 19, 1998.
- [4] Cruz Serra A., Alegria F., Martins R., Fonseca da Silva M., Analog-to-digital converter testing-new proposals, Computer Standards and Interfaces, Vol. 26, 2003.
- [5] Dallet D., Berthoumieu Y., A survey on the dynamic characterization of A/D converters, Measurement, Vol. 24, 1998.
- [6] Dallet D., Slepicka D., Berthoumieu Y., Haddadi D., Marchegay P., [ADC characterization in time domain] Frequency estimation to linearize time domain analysis of A/D converters, IEEE Tr. on Instrumentation and Measurement, Vol. 55, No. 5, 2006.
- [7] Fonseca da Silva M., Cruz Serra A., New methods to improve convergence of sine fitting algorithms, Computer Standards and Interfaces, Vol. 25, 2002.
- [8] Fonseca da Silva M., Ramos P., Cruz Serra A., A new four parameter sine fitting technique, Measurement, Vol. 35, 2004.
- [9] Pace P., Advanced techniques for digital receivers, Artech House, Boston, 2000.
- [10] Sárhegyi A., Kollár I., Robust sine wave fitting in ADC testing, IMTC, Sorrento, 2006.
- [11] IEEE Std. 1241, 2000.