

Henryk LASKOWSKI, Leszek MIKULSKI, Jacek OSTAFICZUK
POLITECHNIKA KRAKOWSKA, INSTYTUT MECHANIKI BUDOWLI

Rozwiązania teoretyczne i ich praktyczne zastosowania w optymalizacji konstrukcji

Dr inż. Henryk LASKOWSKI

Adiunkt w Zakładzie Podstaw Mechaniki Ośrodka Ciągłego Instytutu Mechaniki Budowli PK. Autor 10 artykułów z zakresu teorii i zastosowań optymalnego sterowania w zagadnieniach optymalizacji wytrzymałościowej konstrukcji budowlanych.



e-mail: henryklaskowski@poczta.onet.pl

Dr hab. inż. Leszek MIKULSKI

Kierownik Zakładu Podstaw Mechaniki Ośrodka Ciągłego Wydziału Inżynierii Lądowej PK. Zainteresowania badawcze i naukowe dotyczą problemów optymalnego kształtowania konstrukcji i systemów, autor 50 publikacji z tego zakresu.



e-mail: mikul@optra.wil.pk.edu.pl

Mgr inż. Jacek OSTAFICZUK

Inżynier budowlany z uprawnieniami do projektowania i kierowania robotami budowlanymi bez ograniczeń w specjalności konstrukcyjno-budowlanej, kierownik budowy wiaduktu drogowego w ciągu autostrady A1.



e-mail: jostaff@as-net.pl

Streszczenie

W pracy przedstawiono problem optymalnego kształtowania łuków żelbetowych wiaduktu drogowego sformułowany w kategoriach teorii sterowania. W optymalizacji uwzględniono stany montażowe, stany eksploatacji z obciążeniami normowymi, zjawiska reologiczne. Wyznaczono optymalną wysokość przekroju poprzecznego a następnie zaproponowano rozwiązanie praktyczne zapewniające spełnienie stanów granicznych nośności i użytkowania w każdej prawdopodobnej sytuacji obliczeniowej. Podano sposób wykorzystania obwiedni naprężeń rozciągających w wymiarowaniu zbrojenia.

Słowa kluczowe: optymalizacja konstrukcji, metody optymalnego sterowania, mosty

Theoretical solutions and their practical applications in structure optimization

Abstract

The paper deals with the optimal optimization problem of road-bridge concrete arches defined in categories of control theory. In the optimization process assembly states, usage states with norm loads as well as rheological effects are taken into account. Optimal cross-section height is determined, and then a practical solution is proposed, that guarantees fulfilling of the normative restrictions in every probable calculational case. The envelope of tension stresses is used during the dimensioning of concrete reinforcement.

Keywords: structure optimization, optimal control method, road-bridge

1. Wstęp

W pracach naukowych z zakresu optymalizacji konstrukcji z zastosowaniem matematycznych metod optymalnego sterowania [1, 2] rozwiązano szereg problemów umożliwiających analizę złożonych obiektów inżynierskich. Opracowano metody formułowania zadań optymalizacji, w których można uwzględnić istotne problemy projektowe i technologiczne a w tym: stany montażowe obiektu i ich wpływ na stan naprężenia w elementach konstrukcyjnych, złożone stany obciążenia w stanach montażowych

i eksploatacji oraz ich kombinacje, zjawiska reologiczne zachodzące w materiałach konstrukcyjnych a także obciążenia termiczne i osiadanie podpór.

Stosowana metoda optymalizacji opiera się na zasadzie maksimum, która umożliwia wyznaczenie rozwiązań optymalnych w sensie matematycznym ze względu na wybrane kryterium. Rozwiązania te są funkcjami odcinkowo-ciągłymi, przedstawiającymi optymalne rozkłady zmiennych decyzyjnych, którymi najczęściej są wymiary przekroju poprzecznego elementów prętowych. Praktyczna realizacja wyznaczonych rozwiązań nie zawsze jest możliwa lub jest zbyt kosztowna. W praktyce oczekuje się rozwiązań optymalnych odcinkowo-stałych. Zastosowana metoda optymalizacji nie umożliwia wyznaczenia takich rozwiązań. Rozwiązania możliwe do realizacji w praktyce można wyznaczyć w oparciu o teoretyczne rozwiązania optymalne stosując metodę zaproponowaną w pracy [2].

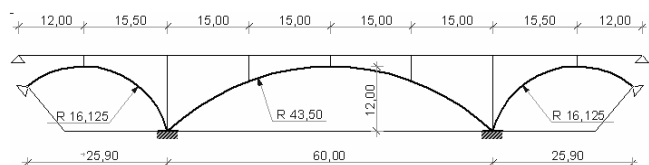
Praktyczna realizacja rozwiązania optymalnego w przypadku, gdy optymalizowany jest obiekt żelbetowy, wiąże się z wymiarowaniem zbrojenia. W normowych algorytmach wymiarowania zbrojenia wymagana jest znajomość obwiedni sił przekrojowych. Jednak stosowana metoda optymalizacji, w odniesieniu do złożonych obiektów inżynierskich, w których stany montażowe mają istotny wpływ na stan naprężenia, pozwala wyznaczyć obwiednie naprężeń a nie sił przekrojowych. Do wymiarowania zbrojenia wykorzystuje się obwiednie hipotetycznych krawędziowych naprężeń rozciągających w przekroju żelbetowym, traktowanym jako jednorodny.

Podstawowym problemem w optymalizacji złożonych obiektów inżynierskich jest wymiar zadania optymalizacji, który zależy głównie od liczby zmiennych stanu, zmiennych decyzyjnych, ograniczeń oraz liczby ustalonych przedziałów charakterystycznych. Formułując modele matematyczne optymalizowanych obiektów, w zapisie funkcji nieciągłych w skończonej liczbie punktów, stosuje się funkcje indykatorem co sprawia, że granicami przedziałów charakterystycznych mogą być wyłącznie punkty podparcia.

Zasygnalizowane wyżej problemy zostały przedstawione w niniejszej pracy w przykładzie obliczeniowym obejmującym optymalizację przekroju poprzecznego elementów głównych złożonego obiektu mostowego. Sformułowany model matematyczny optymalizowanych elementów uwzględnia wszystkie sytuacje obliczeniowe, jakie mogą wystąpić w okresie od rozpoczęcia budowy do końca okresu eksploatacji. Stosując formalizm zasady maksimum wyznaczono teoretyczne rozwiązanie optymalne ze względu na minimum objętości materiału a następnie zaproponowano rozwiązanie możliwe do realizacji w praktyce, które jednocześnie zapewnia spełnienie stanów granicznych nośności i użytkowania w każdej prawdopodobnej sytuacji obliczeniowej. Przedstawiono również tok postępowania w wymiarowaniu zbrojenia optymalizowanych elementów żelbetowych.

2. Ogólna charakterystyka obiektu

Analizowany obiekt to wiadukt drogowy żelbetowy. Płyta jezdna na wiadukcie jest oparta na trzech kołowych łukach żelbetowych za pomocą tarcz podporowych. Rozpiętości teoretyczne przęseł łuków wynoszą kolejno 25,9 m, 60,0 m, 25,9 m. Strzałka łuków wynosi 12,0 m. Płyta jezdna, o przekroju poprzecznym belkowym, pracuje w schemacie ośmioprzęsłowej belki ciągłej. Rozpiętości teoretyczne poszczególnych przęseł wynoszą kolejno 12,0 m, 15,5 m, 4 x 15,0 m, 15,5 m, 12,0 m. Długość całkowita obiektu wraz z przyczółkami wynosi 129 m (rys. 1).



Rys. 1. Schemat mostu
Fig. 1. Scheme of the bridge

Płyta jezdna oparta jest na tarczach podporowych za pośrednictwem łożysk garnkowych. Tarcze podporowe są utwierdzone w łukach żelbetowych. Podpory łuków posadowione są na fundamentach wzmocnionych układami pali wielkośrednicowych. Szczegóły konstrukcyjne posadowienia, których w tej pracy nie przedstawiono, upoważniają do przyjęcia podpór przęseł łukowych jak na rysunku 1.

Istotny wpływ na geometrię obiektu, wielkość obciążeń oraz technologię montażu mają następujące informacje:

- obiekt usytuowany jest w obszarze zabudowanym w ciągu drogi zbiorczej o kategorii obciążenia ruchem KR5,
- nośność obiektu odpowiada klasie obciążenia A,
- obiekt przekracza autostradę, drogę zbiorczą oraz jednotorową linię kolejową.
- ruch drogowy autostrady i drogi zbiorczej oraz ruch kolejowy może być wstrzymany sporadycznie wyłącznie w trakcie trwania pojedynczych operacji technologicznych zagrażających bezpieczeństwu ruchu.

Pozostałych szczegółów konstrukcyjnych, ze względu na charakter niniejszej pracy, nie przedstawiono.

3. Opis technologii montażu

Ze względu na rygorystyczne ograniczenie co do wstrzymywania ruchu pojazdów pod wznoszonym obiektem przyjęto następującą technologię montażu:

- Po wykonaniu fundamentów, za pomocą żurawi samochodowych, montuje się połówki łuków prefabrykowanych złożone z elementów wykonanych w zakładzie prefabrykacji a następnie zabezpiecza się je przed utratą stateczności w trakcie betonowania.
- Na łukach prefabrykowanych montuje się deskowanie przesuwne, następnie układa się zbrojenie i wypełnia mieszanką betonową przestrzeń pomiędzy prefabrykatami oraz, jeśli jest taka potrzeba, wykonuje się warstwę nadbetonu. Betonowanie łuków wykonuje się symetrycznie w kilku etapach, rozpoczynając od odcinków przy fundamentach. Kolejny etap betonowania może nastąpić wtedy, gdy beton wykonany w poprzednim etapie osiągnie odpowiednie własności wytrzymałościowe.
- Po zakończeniu wszystkich etapów betonowania łuków żelbetowych i po osiągnięciu przez beton wymaganych własności wytrzymałościowych wykonuje się podpory stałe pomostu oraz montuje się podpory montażowe w połowie odległości między podporami stałymi.
- Na podporach stałych i montażowych montuje się deskowanie pomostu a następnie układa się zbrojenie i mieszankę betonową.

- Po osiągnięciu przez beton pomostu wymaganych własności wytrzymałościowych usuwa się deskowanie i montuje się warstwę nawierzchni oraz wyposażenie.

Zastosowana technologia montażu ma istotny wpływ na stan naprężenia w analizowanych łukach żelbetowych i będzie uwzględniona w optymalizacji.

4. Fazy pracy obiektu

Za fazę pracy uważa się sytuację obliczeniową, w której obiekt:

1. charakteryzuje się ustalonym schematem statycznym,
2. jest poddany działaniu ustalonego układu obciążeń o tym samym charakterze ze względu na czas trwania,
3. obiekt charakteryzuje się ustalonymi cechami materiałów konstrukcyjnych.

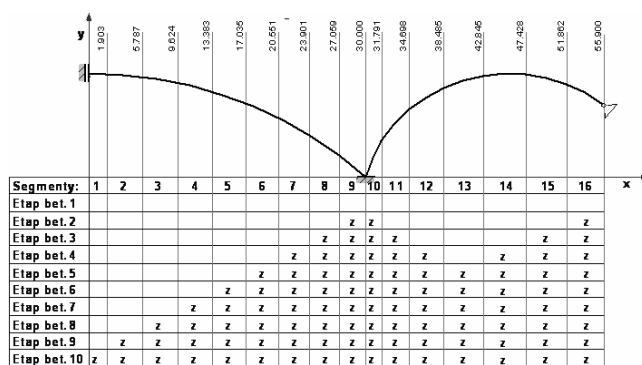
W odniesieniu do analizowanego obiektu ustalono 16 faz pracy: 10 faz montażowych oraz 6 faz eksploatacji.

Fazy montażowe

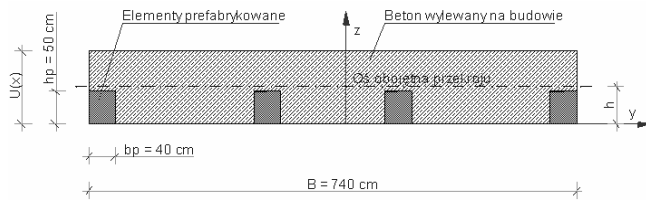
Fazy montażowe związane są z etapami betonowania. Łuki betonowane są, zgodnie z przyjętą technologią montażu, w 9 kolejnych etapach, którym odpowiada 9 faz montażowych. 10 faza montażowa jest związana z 10 etapem betonowania obejmującym montaż tarcz podporowych oraz płyty pomostu. W fazach montażowych przekrój łuku jest traktowany jako zespolony, betonowo-betonowy (rys. 2, 3). Obliczając charakterystyki geometryczne przekroju zespolonego uwzględniono zjawiska reologiczne zachodzące w betonie metodą zastępczego modułu sprężystości.

W poszczególnych fazach montażowych łuków uwzględniono następujące obciążenia:

- obciążenie ciężarem własnym łuków prefabrykowanych (tylko w fazie 1),
- obciążenie ciężarem układanej mieszanki betonowej betonowanych segmentów,
- obciążenie technologiczne ciągłe segmentów zabetonowanych w poprzedniej fazie,
- obciążenie technologiczne skupione na końcu każdego betonowanego segmentu,
- ciężar rusztowania na końcu każdego betonowanego segmentu,
- obciążenie wiatrem segmentów zabetonowanych w poprzedniej fazie,
- obciążenie spowodowane odparowaniem wody zarobowej segmentów zabetonowanym w poprzedniej fazie montażowej (ujemne),
- obciążenie przeciwne do obciążeń technologicznych i obciążenia rusztowaniem, które były uwzględnione w poprzedniej fazie montażowej.

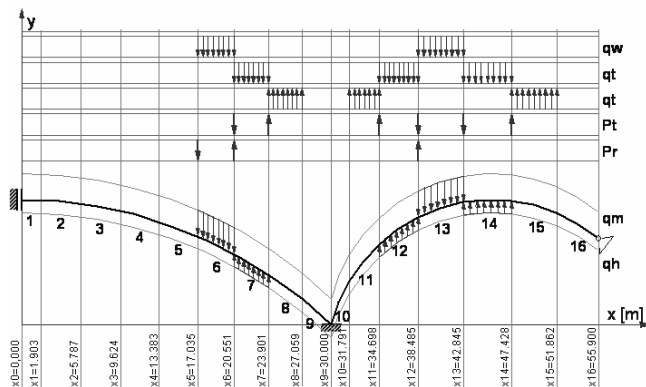


Rys. 2. Schemat statyczny oraz przekrój łuku w poszczególnych fazach montażowych; z – zespolony, brak oznaczenia – prefabrykowany
Fig. 2. Static scheme and arch cross-section in different assembly states; z – combined, blank – prefabricated

Rys. 3. Przekrój łuku żelbetowego; $U(x)$ – wysokość przekroju (zmienna decyzyjna), h – położenie osi obojętnej przekroju w układzie yz Fig. 3. Cross-section of reinforced concrete arch; $U(x)$ – cross-section height (control state), h – location of neutral axis of cross-section in coordinate frame yz

W celu zilustrowania obciążeń uwzględnianych w fazach montażowych łuków żelbetowych na rysunku 4 przedstawiono układ obciążeń w jednej, wybranej fazie. Układ obciążeń uwzględniony w tej fazie przedstawia się następująco:

- obciążenie mieszkanką q_m w segmentach 6, 13,
- obciążenie wiatrem q_w w segmentach 6, 13,
- ujemny ciężar odparowanej wody q_h w segmentach 7, 12, 14,
- obciążenie technologiczne ciągłe q_t w segmentach 7, 12, 14,
- ujemne obciążenie technologiczne ciągłe q_i w segmentach 8, 11, 15,
- obciążenie technologiczne skupione P_t w punktach x_6, x_{12}, x_{13} ,
- ujemne obciążenie technologiczne skupione P_i w punktach x_7, x_{11}, x_{14} ,
- ciężar rusztowania P_r w punktach x_5, x_{13} ,
- ujemny ciężar rusztowania P_i w punktach x_6, x_{12}



Rys. 4. Faza montażowa 4 (betonowanie segmentów 6, 13)

Fig. 4. Assembly state 4 (pour the concrete of the segments 6, 13)

W 10 fazie montażowej uwzględniono oddziaływania, jakie za pośrednictwem tarcz podporowych oraz podpór montażowych wywiera na łuki część obiektu montowana w tej fazie. W modelu fizycznym są to siły skupione, których wartości wyznaczono w obliczeniach statycznych.

Przyjmując układ obciążeń w fazach montażowych przestrzegano zasady, zgodnie z którą każde obciążenie może być uwzględnione tylko w jednej fazie. Dzięki temu stan naprężenia w łukach, w chwili odpowiadającej danej fazie montażowej, można obliczać jako sumę efektów oddziaływań obciążeń uwzględnionych w tej fazie oraz we wszystkich fazach poprzednich. Ta zasada i ten sposób postępowania dotyczy również faz eksploatacji.

W rozważanych stanach montażowych obciążenia krótkotrwałe uwzględniano łącznie z obciążeniami długotrwałymi. Są to obciążenia technologiczne, obciążenie ciężarem deskowania i obciążenie ciężarem wody zarobowej, która ulega odparowaniu. Temu układowi obciążeń, występującym w danej fazie montażowej, zawsze towarzyszy układ przeciwny w kolejnej fazie. Efekty działania obu tych układów nie znoszą się, ponieważ działają przy różnych własnościach fizycznych betonu i różnych charakterystykach geometrycznych przekroju poprzecznego. Te krótkotrwałe obciążenia wywołują więc długotrwały efekt.

Zarówno w fazach montażowych jak i w fazach eksploatacji, ze względu na symetrię obiektu, w odniesieniu do obciążeń syme-

trycznych przyjęto połówkowy schemat obliczeniowy z podporą przesuwną w osi symetrii. Zapewnienie symetrii obciążeń montażowych wymaga zastosowania symetrycznego montażu.

Fazy eksploatacji

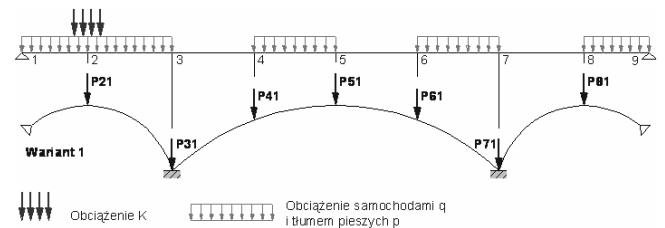
Ze względu na charakter oraz układ obciążeń ustalono 6 faz eksploatacji:

Faza 1, w której łuki żelbetowe są poddane oddziaływaniom podpór pomostu, spowodowanych ciężarem własnym części obiektu opartej na łukach. Założono, że dokładność wykonania obiektu upoważnia do przyjęcia obciążeń symetrycznych. Obciążenia w tej fazie pracy przyjęto na podstawie obliczeń statycznych.

Fazy 2 ÷ 6, w których łuki żelbetowe są poddane oddziaływaniom podpór pomostu, spowodowanym normowym obciążeniem samochodami q , tłumem pieszych p oraz pojazdem K . Wartości tych oddziaływań wyznaczono w obliczeniach statycznych. W fazach 2 ÷ 6 uwzględniono różne warianty ustawienia ww. obciążeń.

Rozważono 5 wariantów najbardziej niekorzystnego rozłożenia obciążenia zmiennego:

- wariant 1. obciążenie samochodami q i tłumem pieszych p w przęsłach 1, 2, 4, 6, 8 oraz obciążenie K nad drugą podporą pomostu (rys. 5),
- wariant 2. obciążenie samochodami q i tłumem pieszych p w przęsłach 1, 3, 4, 6, 8 oraz obciążenie K nad czwartą podporą pomostu,
- wariant 3. obciążenie samochodami q i tłumem pieszych p w przęsłach 2, 4, 5, 7 oraz obciążenie K nad piątą podporą pomostu,
- wariant 4. obciążenie samochodami q i tłumem pieszych p w przęsłach 1, 3, 5, 6, 8 oraz obciążenie K nad szóstą podporą pomostu,
- wariant 5. obciążenie samochodami q i tłumem pieszych p w przęsłach 1, 3, 5, 7, 8 oraz obciążenie K nad ósmą podporą pomostu.



Rys. 5. Pierwszy wariant obciążeń zmiennych w fazach eksploatacji

Fig. 5. First case of variable loads in usage states

W wariantcie 3 obciążenia są symetryczne i dlatego w odniesieniu do tego wariantu przyjęto schemat połówkowy obiektu symetrycznego. Pozostałe warianty nie są symetryczne. Zachodzi jednak symetria pomiędzy wariantem 1 i 5 oraz 2 i 4. W takich przypadkach zachodzi symetria bądź antysymetria odpowiednich zmiennych stanu odpowiadających symetrycznym względem siebie sytuacjom obliczeniowym. Dlatego w sytuacjach obliczeniowych odpowiadających wariantom 1, 2, 4 i 5, w osi symetrii obiektu, nie przyjęto żadnej podpory. Sformułowano natomiast w tym punkcie odpowiednie warunki na podstawie następujących związków zachodzących pomiędzy zmiennymi stanu odpowiadającymi symetrycznym względem siebie sytuacjom obliczeniowym:

- równe przemieszczenia normalne do osi,
- przeciwne kąty obrotu,
- równe momenty zginające,
- przeciwne siły poprzeczne,
- przeciwne przemieszczenia styczne do osi,
- równe siły podłużne.

Takie podejście umożliwia przyjęcie w obliczeniach schematu połówkowego i pozwala sformułować odpowiednią liczbę warunków zmiennych stanu w osi symetrii obiektu.

5. Ustalenie przedziałów charakterystycznych

W modelu matematycznym łuków żelbetowych ustalono dwa przedziały charakterystyczne, których granicami są punkt w osi symetrii, podpora pośrednia i podpora skrajna. W związku z tym wszystkie funkcje nieciągłe (charakterystyki geometryczne przekroju, obciążenia rozłożone) zapisano za pomocą funkcji indykatorowej w (1) w postaci obowiązującej wzdłuż osi łuków.

$$w(x, a, b) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \notin \langle a, b \rangle \\ 1 & \text{gdy } x \in \langle a, b \rangle \end{cases} \quad (1)$$

W sformułowaniach klasycznych położenie siły skupionej przyjmuje się jako punkt charakterystyczny. W rozważanym zadaniu, w celu uniknięcia dodatkowej liczby przedziałów charakterystycznych, zdecydowano się na zastąpienie sił skupionych równoważnym obciążeniem rozłożonym działającym na możliwie najkrótszym odcinku łuku, wynikającym z aktualnego podziału siatki. Do zapisu tak wyznaczonego obciążenia ciągłego zastosowano, podobnie jak wyżej, funkcję w .

6. Model obiektu w kategoriach teorii sterowania

W punktach 2 ÷ 5 przedstawiono model fizyczny optymalizowanego obiektu zawierający istotne, z punktu widzenia projektanta, elementy, które zostaną uwzględnione w modelu matematycznym. Model matematyczny to wielopunktowy problem brzegowy o ściśle określonej strukturze formalnej, umożliwiającej zastosowanie zasady maksimum. Przyjęto zmienną decyzyjną, którą jest wysokość przekroju poprzecznego łuków.

Równania stanu

W każdej fazie pracy sformułowano podstawowy układ równań stanu złożony z 6 równań różniczkowych pierwszego rzędu o postaci (2.1 ÷ 2.6), z uwzględnieniem różnej geometrii łuków w poszczególnych przedziałach charakterystycznych, oraz równanie opisujące objętość materiału (3). Ogółem sformułowano 97 równań stanu.

$$\frac{dw}{dx} = \frac{u}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} - \phi \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{M}{EI} \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2.2)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2.3)$$

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{N}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} - p(x) \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2.4)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{N}{EA} \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} - w \frac{1}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2.5)$$

$$\frac{dN}{dx} = Q \frac{1}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} - n(x) \frac{R}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (2.6)$$

$$\frac{dV}{dx} = \frac{AR}{\sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}} \quad (3)$$

gdzie:

w – przemieszczenie prostopadle do osi,

ϕ – przemieszczenie kątowe,
 M – moment zginający,
 Q – siła poprzeczna,
 u – przemieszczenie styczne do osi,
 N – siła podłużna,
 V – objętość.

oraz:

R – promień łuku (R_1 lub R_2),
 x_0 – współrzędna środka krzywizny łuku (x_1 lub x_2),
 $p(x)$ – składowa prostopadła obciążenia odniesionego do osi łuku,
 $n(x)$ – składowa styczna obciążenia odniesionego do osi łuku,
 E – moduł Young'a materiału odniesienia,
 A – sprowadzone pole powierzchni przekroju zespolonego,
 I – sprowadzony moment bezwładności przekroju zespolonego

Wielkości: $p(x)$, $n(x)$, E , A oraz I są odcinkowo-ciągłymi funkcjami zmiennej niezależnej x , odmierzanej wzdłuż rzutu poziomego, zapisanymi za pomocą funkcji indykatorowej w . Ponadto w E , A oraz I uwzględniono zmienne w czasie, ze względu na zjawiska reologiczne, własności betonu.

W granicach przedziałów charakterystycznych, do powyższych równań, sformułowano 194 warunki punktowe zmiennych stanu. Są to warunki zerowania się lub ciągłości zmiennych stanu oraz warunki wyrażające związki pomiędzy zmiennymi stanu w osi symetrii obiektu sformułowane w odniesieniu do symetrycznych względem siebie stanów eksploatacji. Gdyby ustalono 16 przedziałów charakterystycznych, wyznaczonych przez punkty przyłożenia sił skupionych, to liczba warunków zmiennych stanu wyniosłaby 1552. W takim przypadku, ze względów technicznych, zadanie nie byłoby możliwe do rozwiązania.

Ograniczenia

Oprócz ograniczeń wynikających z określenia dopuszczalnego obszaru zmiennej decyzyjnej wprowadzono ograniczenia wynikające ze stanów granicznych nośności i użytkowania zgodnie z [4]:

- G₁ – ograniczenie maksymalnej deformacji osi w trakcie montażu łuków żelbetowych.
- G₂ – ograniczenie maksymalnego przemieszczenia pionowego łuków od obciążeń stałych.
- G₃ – ograniczenie maksymalnego przemieszczenia pionowego łuków od obciążeń zmiennych.
- G₄ – ograniczenie maksymalnych naprężeń ściskających na górnej powierzchni łuków.
- G₅ – ograniczenie maksymalnych naprężeń ściskających na dolnej powierzchni łuków.
- G₆ – ograniczenie maksymalnych naprężeń rozciągających na górnej powierzchni łuków.
- G₇ – ograniczenie maksymalnych naprężeń rozciągających na dolnej powierzchni łuków.

Ograniczenia 6 i 7 zostały tak sformułowane, aby nigdy nie były aktywne. Zostały wprowadzone wyłącznie w celu wyznaczenia hipotetycznych naprężeń rozciągających w przekroju traktowanym jako jednorodny. Wartości tych naprężeń są potrzebne do wymiarowania zbrojenia.

Ogólna postać ograniczeń G jest następująca:

$$G_s = C_s^{dop} - \max_{ns} (C_s), \quad s = 1 \div 7 \quad (4)$$

gdzie:

- C_s^{dop} – w G₁ ÷ G₃ graniczne przemieszczenie pionowe łuku,
 – w G₄ ÷ G₇ dopuszczalne naprężenie,
- C_s – w G₁ przemieszczenie pionowe łuku po zakończeniu jego montażu,

- w G_2 jw., lecz od obciążeń stałych w fazie eksploatacji,
 - w G_3 zbiór wartości przemieszczeń pionowych łuku od obciążeń zmiennych odpowiadających pięciu rozważanym wariantom,
 - w $G_4 \div G_7$ zbiór wartości naprężeń (odpowiednio do rodzaju ograniczenia) w każdej możliwej sytuacji obliczeniowej.
- ns – liczba elementów zbioru C_s .

Zastosowanie funkcji *maksimum* pozwala w istotny sposób ograniczyć liczbę ograniczeń w zadaniach optymalizacji, w których jednocześnie rozważanych jest wiele stanów optymalizowanego obiektu. Dodatkowo, w prezentowanym przykładzie, sformułowanie ograniczeń w postaci (4) sprowadza się do wyznaczenia obwiedni ugięć i naprężeń. Szczególnie przydatne pod tym względem są ograniczenia 6 i 7 postaci (5) służące do wyznaczenia obwiedni naprężeń rozciągających.

$$G_6 = 100 - \max_{11}(\sigma_i^g) \quad G_7 = 100 - \max_{11}(\sigma_i^d) \quad (5)$$

gdzie: σ_i^g , σ_i^d – naprężenia rozciągające na górnej i dolnej powierzchni łuku [MPa]. Liczba 100 wyrażona w [MPa] zapewnia, że hipotetyczne naprężenia rozciągające o takiej wartości nie zostaną przekroczone i ograniczenia G_6 i G_7 nie będą aktywne.

Funkcja celu optymalizacji

Przyjętym w pracy kryterium jest minimum objętości betonu łuków żelbetowych. W tym wypadku jest to równoznaczne z kryterium minimum kosztów. Tak więc funkcją celu optymalizacji jest objętość betonu, która w zadaniu będzie minimalizowana.

$$J = \int_0^{30} \frac{AR_1}{\sqrt{R_1^2 - (x-x_1)^2}} dx + \int_{30}^{55,9} \frac{AR_2}{\sqrt{R_2^2 - (x-x_2)^2}} dx \quad (6)$$

Pozostałe elementy struktury formalnej zadania optymalizacji nie będą przedstawione.

7. Wyniki obliczeń – rozwiązanie teoretyczne

Sformułowany z zastosowaniem zasady maksimum wielopunktowy problem brzegowy został rozwiązany numerycznie. Za pomocą programu Dircol – 2.1 [3] wyznaczono rozwiązanie teoretyczne w postaci optymalnej wysokości przekroju poprzecznego łuków żelbetowych, zapewniającej minimum objętości betonu oraz spełnienie stanów granicznych nośności i użytkowania. Ze względu na zmienne w czasie własności betonu, spowodowane zjawiskami reologicznymi, rozwiązanie optymalne wyznaczone w odniesieniu do dwóch okresów: początek eksploatacji oraz po upływie 1800 dni, kiedy zgodnie z [4] intensywność zjawisk reologicznych jest pomijalnie mała. Otrzymano więc dwa różne rozwiązania (rys. 6a, 6b). Zadanie optymalizacji omawianego obiektu, które obejmowałoby jednocześnie obydwa te okresy, wymagałoby sformułowania dwukrotnie większej liczby równań stanu. Rozwiązanie takiego zadania teoretycznie jest możliwe lecz stanowi poważny problem numeryczny.

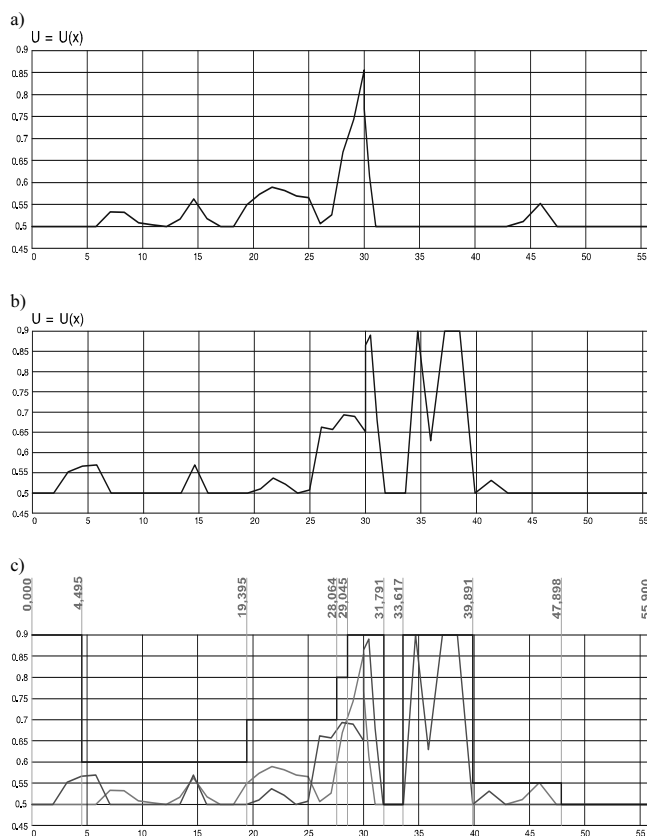
8. Rozwiązanie praktyczne

Zaproponowane rozwiązanie praktyczne jest przedstawione na rysunku 6c. Jest to rozwiązanie odcinkowo stałe, bazujące na rozwiązaniach teoretycznych, które zostało wyznaczone w kilku próbach w trakcie obliczeń sprawdzających. Zastosowano następujący schemat postępowania:

1. Program sprawdzający buduje się na bazie programu wykorzystanego przy wyznaczeniu przekroju optymalnego, w którym w miejsce zmiennej decyzyjnej (wysokości przekroju poprzecznego) wstawia się proponowaną wysokość odcinkowo-stałą.

W programie sprawdzającym wprowadza się inną zmienną decyzyjną, którą w optymalizowanym obiekcie jest stały wymiar przekroju. W tym przypadku jest to szerokość łuków żelbetowych. W odniesieniu do tej zmiennej definiuje się dopuszczalny przedział zmienności, którego dolną granicą jest wymagany wymiar.

2. W pierwszej próbie przyjmuje się rozwiązanie odcinkowo-stałe, które jest obwiednią obu rozwiązań teoretycznych.
3. Za pomocą programu sprawdzającego wyznacza się optymalny przebieg nowej zmiennej decyzyjnej.
4. Jeśli zmienna decyzyjna przyjmuje wartość minimalną i jednocześnie są spełnione ograniczenia wynikające ze stanów granicznych nośności i użytkowania to obliczenia można uznać za zakończone. Jeśli natomiast na pewnym odcinku zmienna decyzyjna jest większa to koryguje się proponowane rozwiązanie odcinkowo stałe i powtarza się obliczenia sprawdzające.



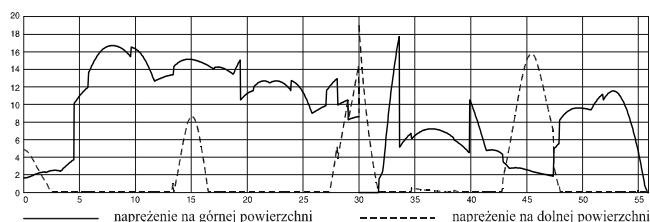
Rys. 6. Optymalna wysokość przekroju poprzecznego łuku; a) początek eksploatacji, b) po upływie 1800 dni, c) proponowany przekrój odcinkowo-stały

Fig. 6. Optimal arch cross-section height; a) at the beginning of bridge exploitation b) after 1800 days, c) suggested segment-constant cross-section

Wyznaczenie rozwiązania odcinkowo-stałego tą metodą jest trudne i nie zawsze możliwe. W prezentowanym przykładzie rozwiązanie to udało się wyznaczyć, głównie dzięki temu, że obydwa rozwiązania teoretyczne mają podobny charakter.

9. Wymiarowanie zbrojenia

W wymiarowaniu zbrojenia wykorzystuje się obwiednie sił przekrojowych. W przypadku, gdy w poszczególnych stanach pracy zmieniają się charakterystyki geometryczne przekroju dodawanie sił przekrojowych nie jest dopuszczalne i dlatego w prezentowanym przykładzie sumuje się wyłącznie naprężenia. Zastosowanie w formułowanych ograniczeniach funkcji *maximum* sprowadza się do działania na obwiedniach naprężeń rozciągających lub ściskających.



Rys. 7. Obwiednie hipotetycznych naprężeń rozciągających w betonie [MPa]
Fig. 7. Envelope and hypothetical tension stresses in concrete [MPa]

Na rysunku 7 przedstawiono przebieg maksymalnych hipotetycznych naprężeń rozciągających na górnej i dolnej powierzchni łuku żelbetowego o przekroju traktowanym jako jednorodny. Na tej podstawie można wyznaczyć wartości hipotetycznych sił przekrojowych (siły osiowej i momentu zginającego), które mogłyby wywołać ten sam efekt. Wartości tych sił, użyte w normowych algorytmach, pozwalają zaprojektować odpowiednie zbrojenie. W przedstawionym w pracy modelu matematycznym, przy wyznaczaniu charakterystyk geometrycznych przekroju, nie uwzględniono zbrojenia. Przedstawiony model jest bowiem pierwszą iteracją obliczeń. Wyznaczone na podstawie tych obliczeń zbrojenie należy uwzględnić w wyrażeniach opisujących charakterystyki geometryczne przekroju poprzecznego a następnie obliczenia należy powtórzyć. Wyznaczone na podstawie wyników

uzyskanych w kolejnej iteracji zbrojenie nie powinno różnić się od poprzedniego w istotny sposób. Jeśli tak nie jest to obliczenia należy powtórzyć.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr 4 T07E 012 28.

10. Literatura

- [1] Laskowski H., Mikulski L.: Optymalne kształtowanie konstrukcji w kategoriach teorii sterowania na przykładzie belki zespolonej. *Inżynieria i Budownictwo* 8/2005, s. 448-453.
- [2] Laskowski H.: Optymalne kształtowanie stalowo-betonowych dźwigarów zespolonych w kategoriach teorii sterowania, praca doktorska, WIL PK, 2006, <http://bc.biblos.pk.edu.pl>.
- [3] von Stryk O.: User's Guide DIRCOL A Direct Collocation Method For The Numerical Solution of Optimal Control Problems. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Simulation und Systemoptimierung (SIM). Version 2.1, 2002.
- [4] PN-B-03264:2002: Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

Studia Podyplomowe

Wydział Elektryczny Politechniki Śląskiej w Gliwicach, Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki ogłasza nabór na Dwusemestralne Zaoczne Studia Podyplomowe

Systemy Pomiarowe i Sterowniki Programowalne (SPSP)

Cel Studiów

Celem studiów jest przekazanie wiedzy teoretycznej i umiejętności praktycznych w zakresie: projektowania, wdrażania i utrzymania ruchu systemów automatyki, programowania sterowników PLC oraz systemów nadrzędnych (SCADA), projektowania, programowania i eksploatacji automatycznych systemów pomiarowych w laboratoriach badawczych i przemysłowych, metod opracowania danych w systemach zapewnienia jakości procesów przemysłowych.

Profil uczestnika studiów

Studia przeznaczone są dla pracowników o różnych specjalnościach, z wyższym wykształceniem o kierunku elektrycznym, elektronicznym, informatycznym lub pokrewnym, zajmujących się organizacją pomiarów w laboratoriach badawczych i przemysłowych lub eksploatacją oraz modernizacją systemów sterowania. Ich ukończenie pozwoli uczestnikom na podwyższenie kwalifikacji niezbędnych do sprawnego opracowywania i wdrażania nowoczesnych systemów. Absolwent Studiów otrzymuje Świadectwo Ukończenia Studiów Podyplomowych w zakresie objętym nazwą studiów.

Studia prowadzone są na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, w systemie zaocznym w każdą sobotę lub w co drugi weekend (do wyboru) przez dwa semestry. Zajęcia prowadzone są przez nauczycieli akademickich ze stopniem co najmniej doktora oraz przez zaproszonych Gości o uznanym dorobku i autorytecie. Studia obejmują 200 godzin dydaktycznych. Rozpoczęcie Studiów nastąpi po skompletowaniu odpowiedniej liczby kandydatów na dany rodzaj studiów.

Warunki przyjęcia na studia:

1. Na studia mogą być przyjęte osoby posiadające dyplom magistra lub inżyniera, posiadające podstawową wiedzę z zakresu wybranych studiów.
2. Warunkiem uruchomienia studiów jest przyjęcie odpowiedniej liczby Kandydatów na podstawie złożonych dokumentów.
3. Dokumenty składane przez Kandydatów:
 - Kwestionariusz Osobowy – Karta Zgłoszenia (do pobrania ze strony internetowej). Przyjmowane na bieżąco: e-mailem, pocztą lub osobiście.
 - Kopia/odpis dyplomu ukończenia studiów wyższych.
4. Kandydaci odbywają rozmowę kwalifikacyjną. Termin ustalony i podany zostanie po skompletowaniu odpowiedniej liczby Kandydatów.
5. Po spełnieniu warunków Kandydaci wnoszą opłatę zgodnie z zawartą umową w wysokości 3 800 złotych za cały okres studiów.

Organizator studiów:

Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki Politechniki Śląskiej, 44-100 Gliwice, ul. Akademicka 10, tel. 032 237 12 41, fax: 032 237 20 34, e-mail: re2@polsl.pl lub agnieszka.skorkowska@polsl.pl, <http://www.wega.elekt.polsl.gliwice.pl>

Kierownik studiów:

Prof. dr hab. inż. Tadeusz SKUBIS