

Franciszek GRABOWSKI, Dominik STRZAŁKA
POLITECHNIKA RZESZOWSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I INFORMATYKI,
ZAKŁAD SYSTEMÓW ROZPROSZONYCH

Ograniczenia skalowalności systemów asynchronicznych

Dr hab. inż. Franciszek GRABOWSKI

Ukończył studia na Wydziale Mat-Fiz. w WSP Rzeszów i Elektrotechniki PRz, obronił pracę doktorską na Wydziale Elektroniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Śląskiej. Stopień doktora habilitowanego uzyskał w Instytucie Technologii Elektronowej w Warszawie. Zainteresowania naukowe dotyczą systemów cyfrowych rozproszonych i złożonych.



e-mail: fgrab@prz.rzeszow.pl

Mgr inż. Dominik STRZAŁKA

Ukończył z wyróżnieniem studia na kierunku informatyka realizowane na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej broniąc pracę magisterską w 2003 r. Obecnie jest asystentem na Zakładzie Systemów Rozproszonych. Jego zainteresowania naukowe skupiają się głównie na zastosowaniu idei systemów złożonych oraz samopodobnych modeli statystycznych w analizie systemów komputerowych.



e-mail: strzalka@prz.rzeszow.pl

Streszczenie

Referat dotyczy ograniczeń skalowalności systemów asynchronicznych. Istotą badań był wpływ procesów o charakterze długoterminowym na degradację wydajności i czasu odpowiedzi systemu o skończonych zasobach. Pokazano, że generowanie procesów o charakterze długoterminowym można wyjaśnić na bazie termodynamiki nieekstensywnej.

Słowa kluczowe: skalowalność, system asynchroniczny, nieekstensywność.

Scalability limitations of asynchronous systems

Abstract

This paper deals with scalability limitations of asynchronous systems, Fig. 1. The impact of long-term processes on system performance degradation and response time, Fig. 4, has been investigated. As starting point of analysis we assume that asynchronous system is complex system in contrast to traditional models which based on simple systems, Fig. 2. This mean that investigations concern of influence of all system components together on performance disturbances in contradiction to independent particular component in the case of classical models. The idea presented in this paper shows how complex system behavior provide a good perspective to analysis and application asynchronous system.

Keywords: scalability, asynchronous system, nonextensivity.

1. Wprowadzenie

Klasyczne projektowanie systemów cyfrowych bazuje na założeniu, iż winien on pracować w warunkach niedociążenia lub co najwyżej równowagi. Wtedy, zgodnie z termodynamiką klasyczną, mamy do czynienia z ekstensywnością entropii. Oznacza to, że jeżeli system składa się np. z dwóch statystycznie niezależnych podsystemów A i B , tak że:

$$p_{ij}^{A+B} = p_i^A p_j^B \quad (\forall (i,j)), \quad (1)$$

Wtedy entropia całego systemu jest sumą entropii podsystemów:

$$S_{BGS}(A+B) = S_{BGS}(A) + S_{BGS}(B). \quad (2)$$

S_{BGS} oznacza entropię Boltzmann-Gibbsa-Shannona określoną jako:

$$S_{BGS} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i, \quad (3)$$

gdzie k jest stałą Boltzmann, p_i jest prawdopodobieństwem i -tej konfiguracji mikroskopowej.

W systemach cyfrowych wskutek wzajemnych połączeń poszczególne elementy pozostają ze sobą w interakcji. Przekroczenie

określonych granic skalowalności, zarówno w przypadku systemów synchronicznych jak i asynchronicznych, prowadzi do procesów o charakterze długoterminowym, chaosu i ostatecznie degradacji systemu. Prześledźmy te ograniczenia na przykładzie struktur synchronicznych i asynchronicznych.

2. Zapaść jako efekt nieograniczonego wzrostu entropii w systemach synchronicznych

Jako przykład systemów synchronicznych weźmy pod uwagę potok synchroniczny. W systemie takim, w celu zagwarantowania przepływu laminarnego, należy odpowiednio dobrać cykl generatora taktującego potoku τ . Niech τ_i będzie czasem opóźnienia stopnia S_i , d czasem opóźnienia zatrzaśku, zaś τ_m maksymalnym opóźnieniem stopnia. Wtedy τ możemy określić jako [1]:

$$\tau = \max_i \{\tau_i\}^k + d = \tau_m + d. \quad (4)$$

W przypadku idealnym impulsy synchronizujące winny docieść do wszystkich stopni jednocześnie. Tymczasem z powodu skończonej szybkości transmisji sygnału oraz zróżnicowanych długości połączeń poszczególnych stopni z generatorem taktującym impuls zegarowy dociera do różnych stopni z różnym opóźnieniem czasowym s . Niech t_{max} będzie opóźnieniem czasowym najdłuższego połączenia, a t_{min} będzie opóźnieniem najkrótszego połączenia. W celu uniknięcia hazardu musimy zagwarantować następujące warunki:

$$\tau_m \geq t_{max} + s, \quad (5)$$

oraz

$$d \leq t_{min} - s, \quad (6)$$

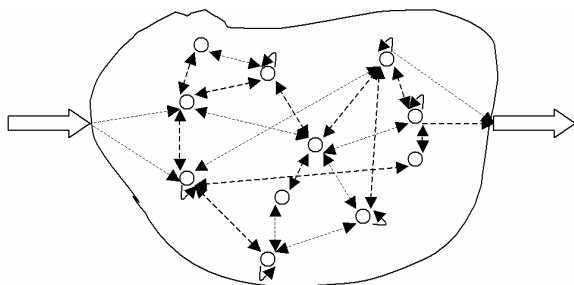
Równania (5) i (6) prowadzą do określenia krytycznej długości cyklu zegarowego:

$$d + t_{max} + s \leq \tau \leq \tau_m + t_{min} - s, \quad (7)$$

W rzeczywistości zagwarantowanie omówionych warunków sterowania jest jeszcze trudniejsze niż to przedstawiono, gdyż skalując strukturę układu scalonego skracamy czas przelotu nośników w kanale tranzystora zaś magistrała nie podlega skalowaniu proporcjonalnemu. Tak więc, gdy struktura się rozrasta efekt desynchronizacji pogłębia się.

3. Ograniczenia skalowalności systemów asynchronicznych

Spójrzmy teraz na ograniczenia skalowalności systemów asynchronicznych, np. sieci teleinformatycznych, rys. 1.



Rys. 1. Model systemu
Fig. 1. System model

Niech osią dyskusji będą modele Malthusa oraz Verhulsta bazujące na szeregu Taylora:

$$f(N) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n N^n = a_0 + a_1 N + a_2 N^2 + a_3 N^3 + \dots, \quad (8)$$

gdzie N jest liczbą zadań w systemie. Ograniczając się do dwóch pierwszych członów (8), gdzie $a_0=0$ oraz $a_1=r$ mamy model Malthusa dla systemu o nieograniczonych zasobach:

$$X_n(N) = \frac{dN(t)}{dt} = rN(t), \quad (9)$$

gdzie X jest wydajnością systemu, r jest parametrem determinującym intensywność wzrostu lub spadku wydajności. Równanie (9) koresponduje z przypadkiem optymistycznym analizy asymptycznej wydajności [2]:

$$X_{max}(N) = \frac{N}{D+Z}, \quad (10)$$

gdzie D jest łącznym czasem obsługi zadania w systemie, zaś Z jest czasem namysłu. Porównując równania (9) i (10) można zauważyć, że dla systemu o nieograniczonych zasobach r ma wartość stałą określoną jako:

$$r(N) = \frac{1}{D+Z} = \frac{X}{N} = const, \quad (11)$$

Stała, niezależna od N , wartość $r>0$ oznacza, że system jest niewrażliwy na przeciążenia i podczas pracy pozostaje w stanie równowagi stabilnej. Wynika stąd, że przepływ medium w systemie ma charakter laminarny.

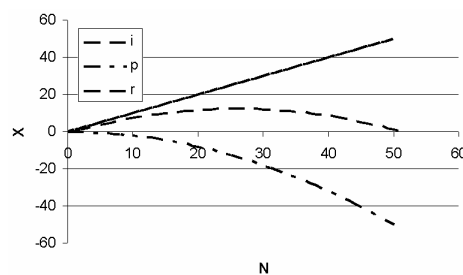
Prosty model systemu o nieograniczonych zasobach posiada nierealistyczne założenie nieograniczonego, wykładniczego wzrostu wydajności niezależnie od liczby zadań. W rzeczywistym środowisku o ograniczonych zasobach realizacja zadań odbiega od opisanego równaniem (9). W celu skorygowania tej nieprawidłowości Verhulst [3] wprowadził poprawkę $(1-N/K)$, uwzględniającą zmniejszanie się wydajności systemu wskutek jego przeciążenia. Model ten opisują trzy człony równania (8), gdzie $a_0=0$, $a_1=r$ oraz $a_2=-r/K$:

$$X = \frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right). \quad (12)$$

Gdy $N/K \rightarrow 0$ mamy wyłącznie przepływ laminarny, rys. 2 (charakterystyka i). Człon $-rN^2/K$ określa składową degradującą przepływ laminarny, rys. 2 (charakterystyka p). Gdy $N/K \rightarrow 1$, wtedy $X \rightarrow 0$, rys. 2 (charakterystyka r).

Biorąc pod uwagę równanie (12) oraz rys. 2 można zauważyć, że charakterystyka wydajności systemu ma dwa charakterystyczne punkty przecięcia z osią N . Oznaczają one stany równowagi. Pierwszy, dla $N=0$, określa punkt równowagi niestabilnej, drugi zaś, gdy $N=K$, wyznacza punkt równowagi stabilnej. Gdy, po-

cząwszy od $N=0$, liczba zadań w systemie zwiększa się, wtedy rozpoczyna się rywalizacja o dostęp do skończonych zasobów.



Rys. 2. Wydajność systemu rzeczywistego
Fig. 2. Performance of real system

Rywalizacja prowadzi do samoorganizacji systemu i jest związana z procesami sprzężenia zwrotnego ujemnego i dodatniego w tym dominacji i przełączania pętli. Biorąc pod uwagę równanie (12) można wskazać, w odróżnieniu od systemu o nieograniczonych zasobach, dwie pętle sprzężenia zwrotnego. Odpowiednio pętla 1 i pętla 2 są określone jako:

$$X_1 = rN, \quad (13)$$

$$X_2 = 1 - \frac{N}{K}, \quad (14)$$

Równania (13) i (14) pozwalają określić polaryzację pętli 1 oraz pętli 2:

$$\text{sign}\left(\frac{dX_1}{dN}\right) = \text{sign}(r), \quad (15)$$

$$\text{sign}\left(\frac{dX_2}{dN}\right) = \text{sign}\left(-\frac{1}{K}\right). \quad (16)$$

Na podstawie (15) widać, że polaryzacja pętli pierwszej jest dodatnia zaś drugiej (16) jest ujemna. Równanie (12) jest punktem wyjścia do określenia warunku polaryzacji dominującej pętli sprzężenia zwrotnego:

$$dX / dN = r - 2N \frac{r}{K} = 0. \quad (17)$$

Biorąc pod uwagę równanie (17) można zauważyć, że polaryzacja dominującej pętli sprzężenia zwrotnego systemu nieliniowego zmienia się wraz z wartością N :

$$\text{sign}\left(r - 2N \frac{r}{K}\right) = \begin{cases} +, & \text{jeżeli } N < \frac{K}{2} \\ -, & \text{jeżeli } N > \frac{K}{2} \end{cases}. \quad (18)$$

Na podstawie (18) widać, że w tej dwu-pętlowej strukturze, gdy N wzrasta polaryzacja pętli zmienia się z dodatniej na ujemną. Oznacza to, że mamy do czynienia z dostrajaniem się systemu w punkcie dopasowania. Związane jest to z ze zmianą dominacji pętli lub oscylacją punktu pracy, kiedy $N = K/2$. Jest to konsekwencją nieliniowości charakterystyki równania logistycznego. Istnieje bezpośredni związek pomiędzy bifurkacją a dominacją pętli. Bifurkacja jest związana z gwałtownym przejściem do określonego, docelowego stanu ciągłego systemu nieliniowego. Analiza pokazuje, że bifurkacje zachodzą w punktach równowagi, które są także punktami przełączania pętli dominujących. W przypadku, gdy charakterystyka X jest liniowa, wtedy dX/dN ma wartość stałą co oznacza, że pętla sprzężenia zwrotnego nie zmienia znaku.

Procesy samoorganizacji są niczym innym jak zwiększonymi, w porównaniu do systemu prostego, kosztami kolejkowania oraz komunikacji, czyli perkolacji, w poszukiwaniu dostępu do skończonych zasobów systemu. Apogeum samoorganizacji systemu jest związane z jego maksymalną wydajnością, X_{max} , którą można określić na podstawie równania (12) z warunku $dX/dN=0$. Jest ona osiągana w punkcie $N=K/2$, rys. 1:

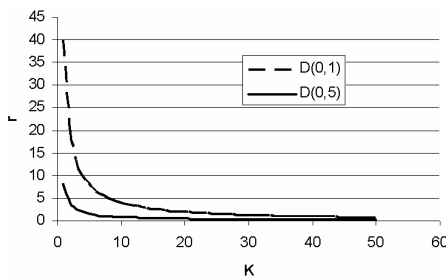
$$X_{max} = r \frac{K}{4}. \quad (19)$$

Porównując maksymalną wydajność (19) z równoważnym wyrażeniem określonym na podstawie analizy asymptotycznej wydajności [2], mamy:

$$\frac{1}{D_{max}} \propto r \frac{K}{4}. \quad (20)$$

Na podstawie (20) możemy określić wartość krytyczną r_k dla systemu przechodzącego ze stanu quasi-równowagi, przy $N=K/2$, do stanu nierównowagi termodynamicznej, $N>K/2$:

$$r_k \propto \frac{4}{KD_{max}}. \quad (21)$$



Rys. 3. Wartość krytyczna progów skalowalności
Fig. 3. Critical value of scalability threshold

Równanie (21) wpisuje się w formułę prawa potęgowego, rys. 3, i wskazuje, że w odróżnieniu od systemu o nieograniczonych zasobach, gdzie $r=const$, w systemie złożonym r ma wartość zmienną, która jest bardzo wrażliwa na ograniczone zasoby środowiska K oraz element wykonawczy systemu o najdłuższym czasie odpowiedzi D_{max} . Przyczyną zmienności r , a tym samym X jest dynamika N , czasu obsługi procesów przez poszczególne zasoby S_i , częstości sięgania do poszczególnych zasobów V_i oraz trajektorii M poszczególnych zadań. Jest to kluczowa zależność wskazująca na ograniczenia skalowalności systemów asynchronicznych.

Na podstawie (12) można określić czas odpowiedzi systemu o ograniczonych zasobach w warunkach quasi-równowagi:

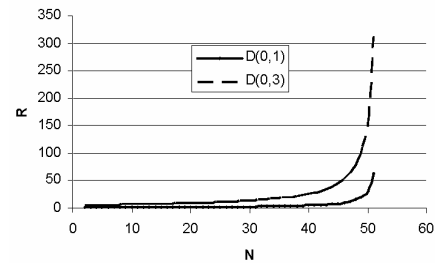
$$R(N) = \frac{N}{X} = \frac{1}{r} \frac{K}{(K-N)}. \quad (22)$$

Uwzględniając ponadto, równanie (21), wrażliwość zmiennej r na K i D_{max} równanie (22) można przekształcić do postaci:

$$R(N) \propto \frac{K^2 D_{max}}{4(K-N)}. \quad (23)$$

Równanie (23) obowiązuje wyłącznie dla stanów quasi-równowagi, $0 > N > K/2$ oraz $N \rightarrow K$, które nas szczególnie interesują ze względu na prowadzoną analizę asymptotyczną stabilności. Na podstawie równania (23) i jego graficznej ilustracji, rys. 4, widać

jak wrażliwy jest system na różnicę $(K-N)$. Gdy $(K-N) \rightarrow 0$, wtedy $R \rightarrow \infty$.



Rys. 4. Zależności długoterminowe systemu asynchronicznego
Fig. 4. Long-range dependence of asynchronous system

4. Podsumowanie

Jak opisane zachowanie systemu asynchronicznego wytłumaczyć? Otóż wydaje się, że jest to proces wpisujący się w formułę nie-ekstensywnej termodynamiki nierównowagowej bazującej na entropii Tsallisa [4]:

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q-1} \quad \left(S_1 = S_{BGS}; \sum_{i=1}^W p_i = 1; q \in \mathbf{R} \right). \quad (24)$$

gdzie q wiąże się z uogólnioną funkcją wykładniczą zwaną q -exponentą.

$$y = \underbrace{\left[1 + (1-q)x \right]^{1/(1-q)}}_{q\text{-exponenta}} \equiv e_q^x. \quad (25)$$

Jeżeli rozważymy dwa statystycznie niezależne systemy A i B , to dla entropii Tsallisa (24) otrzymamy uogólnioną formułę entropii:

$$S_q(A+B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B). \quad (26)$$

Ta własność nazywana jest nieekstensywnością. S_q jest zawsze nieujemna ($S_q \geq 0$) i w związku z tym mamy, dla $q < 1$, do czynienia z superekstensywnością:

$$S_q(A+B) > S_q(A) + S_q(B) \quad \text{dla } q < 1. \quad (27)$$

W przypadku, gdy $q > 1$, z podekstensywnością:

$$S_q(A+B) < S_q(A) + S_q(B) \quad \text{dla } q > 1. \quad (28)$$

5. Literatura

- [1] K. Hwang: Advanced Computer Architecture. Parallelism, Scalability, Programmability. McGraw Hill, New York, 1993.
- [2] F. Grabowski, D. Strzałka: Informatyka w kontekście statystyki nieekstensywnej. Nowe technologie sieci komputerowych, WKiŁ, Warszawa 2006, t.1, ss. 109-118.
- [3] P.F. Verhulst : Notice sur la Loi que la Population Suit dans son Accroissement. Correspondence Mathematique et Psyhique publie par A Quetelet 10, 1838, 113-121
- [4] C.Tsallis, Thermostatistically approaching living systems: Boltzmann-Gibbs or nonextensive statistical mechanics?. Physics of Life Reviews 3, 2006, 1-22