

**Jacek TKACZ**

UNIwersytet Zielonogórski, Instytut Informatyki i Elektroniki

## Kolorowanie automatów sieci Petriego metodą wnioskowania symbolicznego

Mgr inż. Jacek TKACZ

Absolwent Uniwersytetu Zielonogórskiego. Od 2001 roku pracownik zatrudniony na stanowisku asystenta w Zakładzie Inżynierii Komputerowej. Prowadzi badania nad symboliczną metodą dowodzenia twierdzeń i jej praktycznymi zastosowaniami w informatyce oraz elektronice. Interesuje się nowoczesnymi technologiami projektowania i wytwarzania aplikacji, w tym aplikacji mobilnych. W latach 1997-2005 zajmował się projektowaniem i rozwojem oprogramowania dla polskich bibliotek (PROLIB).

e-mail: J.Tkacz@iie.uz.zgora.pl



### Streszczenie

W referacie przedstawiono sposób dekompozycji sieci Petriego za pomocą naturalnego wnioskowania Gentzena na podsieci typu automatowego. Normalizacja i minimalizacja zbioru reguł z zastosowaniem algorytmu wnioskującego może zostać wykorzystana w procesach wyznaczania podsieci automatowych reprezentujących zdekomponowane, niezależne fragmenty większego układu sterowania. Prezentowana metoda, w odróżnieniu od innych, znanych z literatury, nie wymaga pełnego przekształcenia równania charakterystycznego, reprezentującego listę sąsiedztwa w celu uzyskania pierwszego rozwiązania.

**Słowa kluczowe:** Logika Gentzena, sekwent, wnioskowanie symboliczne, sterowniki logiczne, sieci Petriego, składowe automaty, dekompozycja.

### State Machine type colouring of Petri net by means of using a symbolic deduction method

#### Abstract

The paper presents a concept and design methodology for decomposition of logic controllers' specification by means of using Gentzen symbolic reasoning. Specification of logic controller behaviour can be represented by Petri net, which can be decomposed into simplified subnets. These subnets directly represent smaller and independent parts of logic controller. The first result (Petri net State Machine-subnet), obtained from symbolic deduction, can be generated without complete analysis of characteristic logic expression, created from local state space description.

**Keywords:** Gentzen logic, sequent, symbolic deduction, logic controllers, Petri nets, decomposition.

## 1. Wstęp

Podczas projektowania sterownika cyfrowego często zdarza się, że jego rozmiary przekraczają fizyczne możliwości dostępnego elementu. Zjawisko takie stawia projektanta przed wyborem większego elementu cyfrowego lub zastosowaniem dekompozycji i podzieleniem projektowanego układu na szereg mniejszych podukładów. Dodatkowo, zdekomponowanie bardzo złożonego układu ułatwia proces projektowania. Łatwiej projektuje się kilka układów, ale za to o mniejszej złożoności. Rezultaty dekompozycji mogą być również wykorzystane do efektywnego kodowania lokalnych stanów wewnętrznych układu sterującego. Pokrycie sieci Petriego składowymi automatami świadczy o możliwości jej efektywnej implementacji układowej lub sprzętowej.

Regułowy opis funkcjonowania układu cyfrowego, w postaci sekwentów, w naturalny sposób odzwierciedla zależności przyczynowo-skutkowe w pewnym zbiorze zdarzeń, identyfikowanym ze współbieżnymi operacjami układu cyfrowego [1, 2]. Efektywnym sposobem modelowania układów współbieżnych są sieci Petriego. Teoria sieci Petriego stanowi obszerną i szybko rozwijającą się dziedzinę nauki, która odgrywa ważną rolę w projektowaniu systemów informatycznych, a także w planowaniu i sterowa-

niu przepływem produkcji. Bogaty aparat matematyczny umożliwia badanie ich własności, takich jak żywotność, czy ograniczoność [10]. Analiza tych własności metodami symbolicznymi pozwala na wykrycie zastoju w sterownikach logicznych [10, 12].

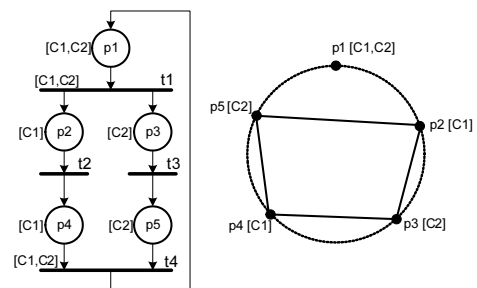
W artykule przedstawiony zostanie sposób dekompozycji sieci Petriego, opisującej współbieżny automat cyfrowy (współbieżną maszynę stanów), na podsieci typu automatowego z wykorzystaniem naturalnego wnioskowania Gentzena. Zakłada się, że wyznaczono już znanymi metodami graf znakowań osiągalnych sieci Petriego oraz to, że badana sieć jest żywa i ograniczona.

## 2. Kolorowanie automatów sieci Petriego

Kolorowanie automatów sieci Petriego polega na przypisaniu miejscom sieci koloru w taki sposób, żeby:

- każde miejsce miało co najmniej jeden kolor;
- kolorowanie spełniało warunki opisane w pracach [3, 4, 13].

W praktyce takie kolorowanie jest równoznaczne z pokryciem bezpiecznej (1-ograniczonej) sieci Petriego podsieciami typu automatowego. Tradycyjna metoda wyznaczania takiego pokrycia opiera się na określaniu inwariantów sieci [9]. Inny sposób polega na kolorowaniu, w sensie matematycznym, grafu współbieżności miejsc (rys. 1) [2]. Zazwyczaj otrzymuje się nadmiarowe pokrycie sieci, co pozwala wykryć minimalną liczbę podsieci pokrywających całą sieć. Minimalna liczba podsieci jest równa maksymalnej liczbie numerów wierzchołków równocześnie oznakowanych.



Rys. 1. Przykład sieci pokolorowanej i jej graf współbieżności miejsc  
Fig. 1. Example of colourized Petri net and concurrency graph

Sposób wykorzystania kolorowanych sieci Petriego w projektowaniu sterowników można spotkać między innymi w pracach [4, 13]. Modelowanie i symulacje takich sieci w środowisku CPN Jensena opisano w pracach [10, 12].

## 3. Proponowany sposób kolorowania automatowego sieci metodą symboliczną

W systemie Gentzena zastosowano dziesięć reguł wnioskowania [1] dla następujących spójników logicznych: negacja „/”, dysjunkcja „+”, koniunkcja „\*”, implikacja „->” i równoważność <->. Dla każdego spójnika zostały podane dwie reguły jego eliminowania. Jedna z nich dotyczy sytuacji, gdy spójnik logiczny znajduje się po lewej stronie sekwentu, a druga, gdy spójnik umieszczony po prawej stronie sekwentu. Wyboru reguły dokonuje się poprzez lokalizację głównego spójnika względem znaku wynikania logicznego „|-”. Reguły stosowane są zawsze do spójnika głównego formuły nieelementarnej w zredukowanym sekwenecie. Proces redukcji powtarzany jest tak długo, aż otrzymane zostaną same sekwentu znormalizowane, to jest sekwentu niezawierające żadnych spójników logicznych.

Tylko dwie reguły z systemu wnioskowania Gentzena (eliminacja alternatywy i koniunkcji), będą wykorzystywane podczas wyznaczania składowych automatowych.

Jeżeli głównym spójnikiem sekwentu jest alternatywa (dysjunkcja) w poprzedniku, to sekwent ten zastępuje się dwoma sekwentami, z których pierwszy będzie zawierał lewy argument alternatywy, a drugi prawy argument alternatywy (1).

$$\frac{\Theta, \Phi + \Psi, \Gamma \mid -\Pi}{\Theta, \Phi, \Gamma \mid -\Pi \quad \Theta, \Psi, \Gamma \mid -\Pi} \quad (1)$$

Jeżeli głównym spójnikiem sekwentu jest alternatywa w następniku, to zastępuje się ją przecinkiem (2).

$$\frac{A \mid -\Theta, \Phi + \Psi, \Gamma}{A \mid -\Theta, \Phi, \Psi, \Gamma} \quad (2)$$

Jeżeli głównym spójnikiem sekwentu jest koniunkcja w następniku, to sekwent ten zastępuje się dwoma sekwentami, z których pierwszy będzie zawierał lewy argument koniunkcji, a drugi prawy argument koniunkcji (3).

$$\frac{A \mid -\Theta, \Phi * \Psi, \Gamma}{A \mid -\Theta, \Phi, \Gamma \quad A \mid -\Theta, \Psi, \Gamma} \quad (3)$$

Jeżeli głównym spójnikiem sekwentu jest koniunkcja w poprzedniku, to symbol koniunkcji zastępowany jest przecinkiem (4).

$$\frac{\Theta, \Phi * \Psi, \Gamma \mid -\Pi}{\Theta, \Phi, \Psi, \Gamma \mid -\Pi} \quad (4)$$

Podczas wnioskowania wykorzystuje się dodatkowo cztery reguły minimalizacji wyrażeń normalizowanych [1]: tautologię, sklejanie sekwentów, pochłanianie oraz consensus. Wprowadzenie udoskończeń dla algorytmu Gentzena w postaci metody rezolucji oraz elementów analizy drzew binarnych Thelena-Mathonego [8], w tym przypadku, poza zmniejszeniem liczby nieużytecznych wyników, ma znaczny wpływ na skrócenie przebiegu normalizacji. Odpowiednio wczesne zlokalizowanie sklejeń i eliminacja tautologii pozwala na pominięcie analizy sekwentów, które nie mają wpływu na wartość logiczną badanego wyrażenia. Proces wnioskowania symbolicznego Gentzena daje się całkowicie zautomatyzować [1, 11]. Jedną z najnowszych implementacji systemu wnioskowania symbolicznego operującego na logice zdań zrealizowano na Uniwersytecie Zielonogórskim [11]. Procedury wnioskujące bardzo dobrze nadają się jako podprogramy symbolicznej analizy kombinatorycznej, wstawiane do programów pisanych w językach wyższego rzędu, np. C++. Szczególnie przydatne są one przy poszukiwaniu rozwiązań dokładnych.

W artykule ograniczono się tylko do jednego sposobu analizy sieci. Wykorzystuje się tutaj twierdzenie zaczerpnięte z pracy [5], z którego wynika, że normalizując sekwent Gentzena zawierający po lewej stronie formuły rachunku zdań, oddzielone przecinkiem (koniunkcję wyrażeń logicznych) można otrzymać równoważną formę w postaci dysjunkcyjnej.

Metoda polega na zwartym przedstawieniu relacji współbieżności między miejscami (lub makromiejscami) w sieci Petriego z wykorzystaniem równania charakterystycznego w logice zdań. Równanie charakterystyczne odpowiada zredukowanej liście sąsiedztwa, uzyskanej na przykład z grafu znakowań osiągalnych sieci Petriego. Po normalizacji sekwentów (pozbyciu się spójników logicznych) otrzymuje się sekwenty-klauzule. Nazwy miejsc niewystępujących w rozpatrywanej klauzuli opisują jedną z składowych automatowych sieci Petriego. Warto zauważyć, że w odróżnieniu od metod symbolicznych znanych z literatury nie jest konieczne pełne przekształcenie skomplikowanego wyrażenia

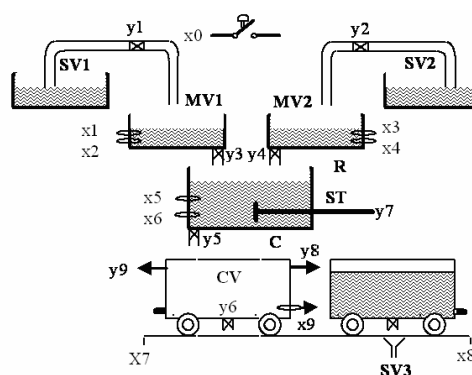
logicznego do postaci dysjunkcyjnej, podobnie jak w pracy Deo [6], aby uzyskać tylko jedną ze składowych kolorowanych podsieci. Każdy z kolorów definiuje jedną z podsieci typu automatowego. Inny wariant opiera się na analizie sekwentów, opisujących bezpośrednio relację równoległości między miejscami zawartymi w poszczególnych wierzchołkach grafu znakowań.

#### 4. Przykład kolorowania automatowego sieci Petriego opisującej funkcjonowanie sterownika logicznego

Jako przykład posłuży znany z literatury [2] system sterowania procesem mieszania i transportu cieczy (rys. 2).

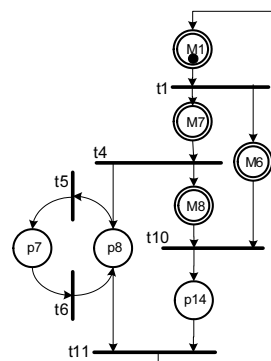
System rozpoczyna działanie po naciśnięciu przycisku  $x_0$ , co powoduje otwarcie zaworów  $y_1$  i  $y_2$ . Napełnione zostają zbiorniki  $MV1$  i  $MV2$  do poziomu kontrolowanego przez czujniki  $x_1$  i  $x_3$ . Naciśnięcie przycisku startującego proces powoduje również przemieszczenie wózka  $C$  ze zbiornikiem  $CV$  do pozycji początkowej, co sygnalizowane zostanie sygnałem  $x_7$ . Po równoczesnym zamknięciu zaworów  $y_1$  i  $y_2$ , zostają otwarte zawory  $y_3$  i  $y_4$  i reaktor  $R$  zostaje napełniony cieczą z dwóch wcześniej napełnionych zbiorników  $MV1$  i  $MV2$  (sygnały  $x_2$  i  $x_4$ ).

Gdy zbiornik reaktora zostanie napełniony do poziomu czujnika  $x_5$ , uruchomione zostanie mieszadło  $ST$ . Opróżnienie zbiorników  $MV1$  i  $MV2$  powoduje zamknięcie zaworów  $y_3$  i  $y_4$ . Faza napełniania zbiornika  $CV$  nastąpi w momencie, gdy wózek  $C$  znajdzie się w lewym skrajnym położeniu, a zawór  $y_5$  zostanie otwarty. Sygnał  $x_6$  informuje o opróżnieniu reaktora. Ciecz zostaje przetransportowana do zbiornika  $SV3$  wózkiem  $C$ . Cały cykl zamyka się w stanie początkowym, a system czeka na ponowne naciśnięcie przycisku  $x_0$ .



Rys. 2. System mieszania cieczy  
Fig. 2. System of liquid mixing

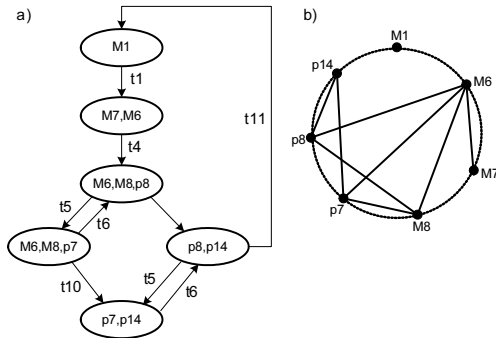
Ze względu na dużą objętościowo specyfikację behawioralną systemu, zbadana zostanie sieć w postaci zredukowanej – makrosiec (rys. 3).



Rys. 3. Sieć Petriego dla systemu mieszania cieczy  
Fig. 3. Petri net for system of liquid mixing

Uproszczenie sieci zostało wykonane zgodnie z opisywanymi w literaturze algorytmami [4, 10, 12], co powoduje zachowanie jej pierwotnych własności takich jak żywotność, czy ograniczoność [9]. Dzięki redukcji zmniejszają się rozmiary sekwentów oraz ich liczba, co ma znaczący wpływ na efektywność obliczeń analizowanych wyrażań i powoduje znaczne skrócenie procesu normalizacji.

Zgodnie ze znanymi z literatury metodami wyznaczono graf znakowań dla analizowanej sieci (rys. 4a).



Rys. 4. a) Graf znakowań osiągalnych; b) Graf relacji współbieżności  
Fig. 4. a) Reachability graph; b) Adjacency graph of concurrency

Wybierając kolejne miejsca o najwyższym stopniu incydencji budowana jest zredukowana lista sąsiedztwa oraz odpowiadające im wyrażenia logiczne (tab. 1). W odróżnieniu od pełnej listy sąsiedztwa uwzględniono każdą z krawędzi grafu sąsiedztwa (rys. 4b) tylko jednokrotnie. Proponowane uporządkowanie jest zgodne z podstawami heurystycznych metod matematycznego kolorowania grafów nieskierowanych.

Tab. 1. Sekwent dla grafu znakowań  
Tab. 1. Sequent for a graph of marking possibility

Zredukowana lista sąsiedztwa	Wyrażenia logiczne
M6: M7,M8,p7,p8	$M6+(M7*M8*p7*p8)$
M8: p8,p7	$M8+(p8*p7)$
p14: p8,p7	$p14+(p8*p7)$

Hoczym wyrażań logicznych dla poszczególnych elementów z listy sąsiedztwa tworzy równanie charakterystyczne (tab. 2), które należy poddać normalizacji.

Tab. 2. Sekwent opisujący listę sąsiedztwa  
Tab. 2. Sequent for adjacency list

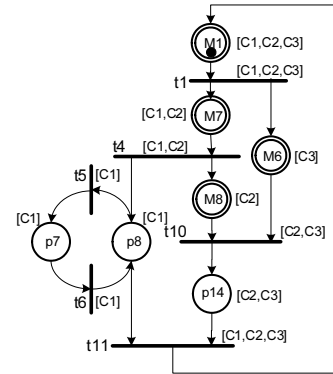
Sekwent dla listy sąsiedztwa
$(M6+(M7*M8*p7*p8)),(M8+(p8*p7)),(p14+(p8*p7)) -;$

W wyniku normalizacji sekwentu przedstawionego w (tab. 2), otrzymano sekwentu znormalizowane, których dopełnienie wyznacza podsieci automatowe (tab. 3), a liczba sekwentów odpowiada minimalnej liczbie kolorów potrzebnej do pokrycia sieci. W przypadku, gdy liczba podsieci przekraczałaby trzy (maksymalna liczba makromiejsc i miejsc współbieżnych), to do wyznaczenia najkorzystniejszego pokrycia wykorzystano by procedurę Petricka, w wersji sekwentowej.

Tab. 3. Wynik procesu normalizacji  
Tab. 3. Result of normalization proces

Sekwentu znormalizowane	Dopełnienia	Kolory
M6,M8,p14 -;	M1,M7,p7,p8	C1
M6,p8,p7 -;	M1,M7,M8,p14	C2
M7,M8,p7,p8 -;	M1,M6,p14	C3

Poniższy rysunek (rys. 5) przedstawia badaną sieć, która została pokolorowana przy pomocy wyznaczonych wyrażań logicznych. Przez {C1,C2,C3} oznaczone są możliwe kolorowania poszczególnych miejsc.



Rys. 5. Pokolorowana sieć Petriego dla systemu mieszania cieczy  
Fig. 5. Colourized Petri net for system of liquid mixing

Należy tutaj zwrócić uwagę również na to, że przykład opisuje układ sterowania binarnego za pomocą makrosieci, więc przy rozwinięciu jej do sieci pełnej liczba kolorów może wzrosnąć.

### 5. Podsumowanie

Algorytm wnioskowania symbolicznego Gentzena doskonale nadaje się do analizy symbolicznej sieci Petriego, jak również do wyznaczania składowych automatów. Warto tutaj zauważyć, że w rachunku sekwentów, w odróżnieniu od metod algebraicznych, każdy następny sekwent jest mniej złożony od wejściowego, a pierwsze rozwiązanie uzyskuje się bez konieczności przekształcania całej formuły. Dzięki temu możliwe jest analizowanie wyrażań o dużej złożoności. Dodatkowo do algorytmu można wprowadzić heurystyki polegające na szeregowaniu formuł, czy też sortowaniu zmiennych, co może znacznie przyspieszyć wyznaczanie poszukiwanych rozwiązań (np. składowych automatów).

### 6. Literatura

- [1] Adamski M.: Projektowanie układów cyfrowych systematyczną metodą strukturalną, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze, Zielona Góra 1990.
- [2] Adamski M.: Parallel Controller Implementation using Standard PLD Software. FPGAs. Abingdon, England 1991, pp 296-304.
- [3] Adamski M., Karatkevich A., Węgrzyn M.: Design of embedded control systems. - New York : Springer, 2005, s. 267
- [4] Biliński K., Adamski M., Saul J. M., Dagless E. L.: Petri-net-based algorithms for parallel-controller synthesis. - IEE Proceedings - Computers and Digital Techniques. - 1994, Vol. 141, no 6, ss. 405-412
- [5] Gallier J.H.: Logic for computer science. Foundations of Automatic Theorem Proving. Harper & Row 1986
- [6] Deo N. Teoria grafów i jej zastosowania w technice i informatyce. PWN Warszawa 1980.
- [7] Mathony H.J.: Universal logic design algorithm and its application the synthesis of two-level switching circuits. IEE Proceedings Letters, Elsevier Science Publishers (North Holland), Vol.29,1990,pp. 195-210.
- [8] Murata T.: Petri nets: properties, analysis and applications. Proceedings of the IEEE 1989, Vol.77, No4, ss. 541-580.
- [9] Suraj Z., Szpyrka M.: Sieci Petriego I PN-Tools. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej, Rzeszów 1999.
- [10] Tkacz J.: Komputerowe wspomaganie przekształceń symbolicznych Gentzena. IV Krajowa konferencja: Metody i systemy komputerowe w badaniach naukowych i projektowaniu inżynierskim. Kraków, Polska, 2003, ss.113-116.
- [11] Węgrzyn A.: Symboliczna analiza układów sterowania binarnego z wykorzystaniem wybranych metod analizy sieci Petriego. Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, Zielona Góra 1996.
- [12] Węgrzyn M., Wolański P., Adamski M., Monteiro J.L.: Coloured Petri net model of application specific Logic Controller programs. W: Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics - ISIE '97. Guimaraes, Portugalia, 1997.- Piscataway, 1997.- Vol. 1, s. 158—163